8 Math. P. 225 r

Jahres Journ Buch.

Anno 3 Ten Augst. 1822.

Rat.

Anleitung

zur

Rechenkunst

für

Schulen und Lehrer im Königreiche Baiern.

Bayerische Staatsbibliothek München

Von

Johann Nep. Holzapfel,

Lehrer an der k. Frauen-Pfarr-Schule in München.

Preis: ungeb. 45 kr., gebunden 51 kr.

München, 1814.

Im königlichen Central-Schulbücher-Verlage.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

Vorrede.

Einer allerhöchsten Weisung zur Folge sollte ich für die Schulen im Königreiche Baiern ein gemeinverständliches, den gegenwärtigen Zeitumständen anpassendes Rechenbuch entwerfen, dazu die klassischen Schriften des Hauff, Busse, Karsten, Schellenberg und mehr anderer zur Grundlage nehmen, und den Entwurf zur allerhöchsten Einsicht vorlegen.

In dieser Rücksicht habe ich also aus den allergnädigst allegirten Werken einige Materialien gesammelt, und sie nach Erforderniß der Umstände umgeschaffen; das meiste aber selbst frey ent-

worfen, und so bearbeitet, wie ich es meiner Erfahrung gemäß für junge Rechenschüler nützlich hielt.

In wie weit mir aber dieses Unternehmen gelungen, oder mißlungen sey, darüber mögen Sachverständige, welche ich um ihr gütiges Urtheil bitte, entscheiden. Ich werde ihre gütigen Zurechtweisungen, wenn eine zweyte Auflage gemacht werden sollte, dankbar benutzen. Sollte aber dieses Werk dem Zwecke, den ich mir bey der mir allergnädigst übertragenen Bearbeitung vorsetzte, nicht ganz entsprechen; so wünsche ich, daß es den Schülern und Rechnungsfreunden doch wenigstens so lange dienen möge, bis ein zweckmäßigeres dessen Stelle einnimmt.

Bey der großen Anzahl von Rechenbüchern, womit Teutschland in unseren Tagen überschwemmt ist, sollte ein neues Rechenbuch wohl das überflüssigste aller Bücher zu seyn scheinen; allein wenn man erwäget, daß sämmtliche gute Werke theils in zu hohem Preise stehen, theils auch in einer zu gelehrten Form abgefaßt sind; so wird es

nicht mehr auffallen, warum gegenwärtige Auflage veranstaltet wurde.

Da dieses Buch, wie schon gesagt, zunächst für Schulen und zwar für verschiedene Klassen bestimmt ist; so wird es einem jeden Lehrer selbst freygestellt, es in so viele Kursus abzutheilen, als er es nach Beschaffenheit der Umstände und der Fähigkeiten seiner Rechenschüler für nöthig findet.

Wenn aber gleich dieses Rechenbuch im Grunde für Schulen bestimmt ist; so können doch auch solche, die die Schule schon verließen, und sich noch mehr üben und vervollkommnen, oder doch wenigstens das Erlernte nicht mehr vergessen wollen, einen nützlichen Gebrauch davon machen; denn es enthält außer den nöthigen ersten Grundsätzen und den gewöhnlichen Rechnungsfällen auch solche, die ein reiferes Nachdenken erfordern, und im gemeinen Leben auch gar nicht selten vorkommen. Man wird zwar in diesem Buche keine gemachten neuen Entdeckungen; wohl aber dasjenige finden, was einem jungen Weltbürger

und selbst manchem Lehrer nützlich und nothwendig ist. Ein flüchtiger Ueberblick der Inhaltsanzeige wird den geneigten Leser mit allem dem bekannt machen, was in diesem Buche abgehandelt wurde.

Die Regel Detri, so wie die Kettenregel, welche ich schon vor einigen Jahren zur kurzen Anleitung zur Rechenkunst für die Schulen im Königreiche Baiern schrieb, behielt ich im Wesentlichen auch hier noch bey, weil viele geachtete Lehrer dieselbe faßlich und zweckmäßig fanden. Auch die Uebungs-Aufgaben, die in erwähnter Anleitung nach den vier Rechnungsarten in ganzen und gebrochenen Zahlen, wie auch nach der Kettenregel folgen, nahm ich hier größten Theils wieder auf, weil sie stufenmäßig geordnet vom Leichten zum Schwerern führen.

Die Lehre von den Verhältnissen und Proportionen aber, welcher ich als Einleitung in die Regel Detri einen eigenen Abschnitt widmete, dürfte freylich manchen unnöthig, ja wohl gar gelehrt und übertrieben scheinen. Allein, wenn man den Grund der Regel Detri und die

dabey möglichen Veränderungen und Abkürzungen einsehen, und kein mechanischer, blinder Nachbether, der bey der geringsten Abweichung in die sichtbarste Verlegenheit geräth, und das oberflächlich Erlernte auch sogleich wieder vergißt, werden will: so muß man sich das Studium dieser Lehre angelegen seyn lassen. Die Proportionslehre ist und bleibt immer die Seele der Arithmetik, und bahnt uns allzeit einen sicheren Weg durch das Gebieth der Regel Detri. Wer einmal die vier Rechnungsarten gleich- und ungleichbenannter Zahlen richtig aufgefaßt, verstanden und geübt hat, der wird auch gar bald dieser Lehre Meister werden, und sich selbst zu helfen wissen; weil sie bey weitem nicht so schwer ist, als sichs manche wohl vorstellen.

Auf Zureden mehrerer Lehrindividuen habe ich auch hier und dort, besonders nach der Regel Detri einige praktische Vortheile, die sich im gemeinen Leben unzählige Male anwenden lassen, angebracht, und glaube dadurch diesen, wie auch anderen fähigeren Rechenschülern, die nicht ger-

ne bey den allgemeinen Regeln stehen bleiben, einen nicht unangenehmen Dienst geleistet zu haben. Wenn man aber von diesen Vortheilen einen nützlichen Gebrauch machen will; so muß man durch Uebung, wie bey allem, eine solche Fertigkeit zu erlangen streben, daß man sogleich beym ersten Anblicke sieht, auf welche Art sich ein Beyspiel am kürzesten und leichtesten ausrechnen lasse. Hat man sich durch fleißiges Ueben darin eine große Fertigkeit erworben; so erspart man sich dadurch unglaublich viele Mühe, Zeit und Arbeit. Auch ist man dabey dem Fehlen nicht sehr ausgesetzt, weil man einen ungleich kürzeren, aber doch natürlichen Weg geht. Zu dem ist es auch immer gut, wenn man eine Aufgabe auf verschiedene Weise berechnen, und sich von der Richtigkeit auf einem ganz anderen Wege überzeugen kann.

So leicht es mir jederzeit war, den Zöglingen die Grundsätze der Arithmetik auf Schulen beyzubringen, so große Schwierigkeiten stellten sich mir bey der Bearbeitung dieses Buches

dar, weil mir hier das vorzüglichste aller Mittel, die Versinnlichung verbunden mit der gleichzeitigen Erläuterung, geraubt war. Was in der Schule mit wenigen Worten abgethan werden kann, konnte hier oft auf langen, mühevollen Umwegen, vielleicht nur zur Hälfte, erreicht werden.

Indessen gab ich mir aber doch alle Mühe, die Grundsätze der Arithmetik gemeinfaßlich, deutlich und überzeugend vorzutragen, und sie den angehenden Rechenschülern auch manchmal in veränderter Form und mit Abänderung des Ausdruckes darzustellen, weil mich die Erfahrung lehrte, daß nicht von jedem Schüler eine Wahrheit auf eine und eben dieselbe Weise aufgefaßt und verstanden werde.

Bevor ich nun schließe, muß ich noch für die Herren Abnehmer abbittweise bemerken, daß dieses Rechenbuch schon vor langer Zeit an das Licht getreten wäre, wenn nicht meine mißlichen Gesundheitsumstände, dann Mangel an der zu einem solchen Unternehmen nöthigen Zeit und

selbst Mangel an Gelegenheit die frühere Herausgabe platterdings unmöglich gemacht hätten.

In dieser Rücksicht wird es auch nicht undienlich seyn, wenn ich erinnere, daß ich bey den — S. 72 unter den Nummern 33, 34, 35, ꝛc. vorgelegten Subtraktions-Aufgaben durchgehends die Jahrzahl 1813 zum Minuenden gemacht habe.

Im Betreff der eingeschlichenen Druckfehler, die ich zwar bemerkte, aber aus Mangel am Raume nicht mehr anzeigen konnte, rechne ich auf gütige Nachsicht.

Wenn diese Arbeit von dem verehrungswürdigen Publikum so gut aufgenommen wird, als mein Wille gut war; dann dürfte sie den Nutzen stiften, den ich vom Herzen wünsche.

München, den 31. März 1814.

Der Verfasser.

Inhaltsanzeige.

I. Abschnitt.

	Seite
Begriff von der Einheit und der Entstehung der Zahlen	1
Begriff von Zahl und Zählen	2
Von zähl- und unzählbaren Dingen	2
Von der Nothwendigkeit und Art des Zählens	3
Begriff und Anschauung von Hundert u. Tausend	7
Fortsetzung und Beschluß vom Zählen	8
Von den Zahlzeichen oder Ziffern	8
Von der Verschiedenheit der Einheiten	9
Von der Kenntniß des Werthes der Zahlen	10
Vom Lesen und Schreiben zweystelliger Zahlen	14
Vom Lesen und Schreiben dreystelliger Zahlen	15
Vom Lesen und Schreiben sehr großer Zahlen	16
Zahlen mit Ziffern auszudrücken, welche Millionen betragen	20
Beyspiele zur Übung im Zahlenlesen	24
Beyspiele zur Übung im Zahlenschreiben	32
Von den Veränderungen der Zahlen und den mathematischen Zeichen	36

Inhalt.

II. Abschnitt.

Vom Addiren gleich- oder unbenannter Zahlen 39
Einige Hülfsmittel zum geschwinden Addiren 45
Probe der Addition 47
Additions-Aufgaben zur Übung . . 48

III. Abschnitt.

Vom Subtrahiren gleich- oder unbenannter Zahlen 56
Probe der Subtraktion 66
Einige Hülfsmittel zum geschwinden Subtrahiren 66
Subtraktions-Aufgaben zur Übung . . 70

IV. Abschnitt.

Vom Multipliziren gleich- oder unbenannter Zahlen 76
Einige Hülfsmittel zum geschwinden Multipliziren 87
Multiplikations-Aufgaben zur Übung . . 94

V. Abschnitt.

Vom Dividiren gleich- oder unbenannter Zahlen 100
Probe der Multiplikation und Division . . 120
Einige Verkürzungen beym Dividiren . . 122
Divisions-Aufgaben zur Übung . . 127

VI. Abschnitt.

Von Münzen, Maaßen, Gewichten und zählbaren Dingen 132

VII. Abschnitt.

Vom Addiren ungleichbenannter Zahlen . 145
Probe der Addition 151
Übungs-Aufgaben (Küchen- Wasch- u. Verdienstzettel) 153

VIII. Abschnitt.

Vom Subtrahiren ungleichbenannter Zahlen . 164
Probe der Subtraktion 172
Übungs-Beyspiele 172

Inhalt.

IX. Abschnitt.

Seite

Von der Reduktion oder Namenveränderung ungleichbenannter Zahlen . . . 175

X. Abschnitt.

Vom Multipliziren ungleichbenannter Zahlen . 181
Übungs-Aufgaben 185

XI. Abschnitt.

Vom Dividiren ungleichbenannter Zahlen . 189
Berechnung der baierischen Thaler . . 195
Wie jede Summe Gulden mit baierischen Thalern zu bezahlen sey 196
Berechnung der Kronenthaler . . . 197
Verwandlung der Gulden in Kronenthaler . 198
Von den Schüssen oder Würfen bey Zahlungen in verschiedenen Münzsorten . . 199
Übungs-Aufgaben 204

XII. Abschnitt.

Von der Beschaffenheit der Brüche überhaupt, und ihrer Bezeichnungsart . . . 207
Von dem Werthe der Brüche . . . 210
Von der Eintheilung der Brüche . . 212
Ganze Zahlen in Brüche zu verwandeln . 215
Brüche in bekannte kleinere Sorten aufzulösen 217
Von der Veränderung der Brüche im Bezuge auf ihren bleibenden oder nicht bleibenden Werth 219
Von der Vergrößerung des Bruchwerthes . 220
Von der Verminderung des Bruchwerthes . 221
Von der Unveränderlichkeit des Bruchwerthes 222
Vom Verkleinern der Brüche . . . 223
Brüche von ungleichen Nennern unter gleiche Nenner zu bringen 231

Inhalt.

XIII. Abschnitt.

Seite

Von der Addition der Brüche . . . 243
Probe der Addition 246
Übungs-Aufgaben 247

XIV. Abschnitt.

Von der Subtraktion der Brüche . . 252
Probe der Subtraktion 257
Übungs-Aufgaben 257

XV. Abschnitt.

Von der Multiplikation der Brüche . . 265
Ein Vortheil 271
Übungs-Aufgaben 274

XVI. Abschnitt.

Von der Division der Brüche . . . 278
Ein Vortheil 287
Probe der Multiplikation und Division . . 288
Übungs-Aufgaben 290

XVII. Abschnitt.

Von den Verhältnissen und Proportionen . 295

XVIII. Abschnitt.

Von der Regel Detri 313
Multiplikations-Beyspiele u. ihre Behandlungsart 316
Divisions-Beyspiele und ihre Behandlungsart 324
Probe der Regel Detri 326
Gemischte Beyspiele nebst ihrer Behandlungsart 328
Wenn eines der drey Glieder einen Bruch enthält 337
Einige Vortheile, die bey der Regel Detri nicht selten angewendet werden können, und die Arbeit beträchtlich abkürzen 347
Multiplikations-Beyspiele nebst ihrer Behandlungs-Art 347

Inhalt.

	Seite
Von den bequemen Guldentheilen . . .	352
Zerfällungs-Tafel des Guldens . . .	365
Tabelle derjenigen Guldenbrüche, deren Zähler mehr als 1 betragt	371
Divisions-Beyspiele nebst ihrer Behandlungsart	377
Gemischte Beyspiele nebst ihrer Behandlungsart	385
Besoldungsrechnung	396
Zinsrechnung	399
Gemischte Aufgaben mit Brüchen . . .	401
XIX. Abschnitt.	
Von der Kettenregel	412
Von der Beurtheilung einer Aufgabe in Hinsicht auf gerade oder verkehrt . . .	413
Von dem Ansatze und der Berechnung einer Aufgabe	416
Wiederhohlung und Anwendung der Regeln in einem gegebenen Beyspiele . . .	418
Darstellung der obigen Aufgabe in viererley Ansätzen	421
Vom Abkürzen oder Verkleinern . . .	423
Wenn durch die Verkleinerung die Zahlen links allein aufgehen	426
Wenn in einer Aufgabe ein oder mehrere Verhältnisse fehlen	428
Wenn durch die Verkleinerung die Zahlen rechts allein aufgehen	434
Wenn durch die Verkleinerung die Zahlen beyderseits aufgehen	435
Wenn in einer Aufgabe Brüche vorkommen .	435
Wenn in einer Aufgabe gemischte Zahlen vorkommen	436
Wenn auf beyden Seiten gleiche Nenner vorkommen	436
Wie der Werth eines Bruches in einer niedrigeren Sorte bestimmt, und wie eine ganze benannte Zahl in einen Bruch von einer höheren Sorte verwandelt werden könne .	437

Inhalt.

Seite

Vom Verhalten, wenn in einem Gliede zweyerley Sorten vorkommen . . . 438
Vom Verhalten, wenn in einem Gliede dreyerley Sorten vorkommen . . . 443
Die Namen der zur Linken stehenden Glieder können in dem Ansatze weggelassen werden . 445
Beyspiele, wo die Weglassung der Namen nicht wohl räthlich ist 446
Wenn mit dem Ankaufspreise noch andere Auslagen verbunden sind 453
Wenn man an dem Eingekauften Schaden gelitten hat 455
Von Gewinn- und Verlust-Rechnungen . . 456
Wenn einige Waaren verdorben oder von geringerer Gattung sind 463
Von der Zinsrechnung 465
Jede zusammengesetzte Regel-Detri-Aufgabe läßt sich in mehrere Regeldetrien auflösen . 467
Arbeiter und Zeit bestimmen mit einander die Größe der Arbeit 475
Verzehrer und Zeit bestimmen mit einander die Menge der Lebensmittel . . . 477
Zu einer Sache gehören ihre Eigenschaften, als Länge, Breite ꝛc. 480
Von der Brod- und Biersatz-Rechnung . 486
Von der Frachtrechnung 489
Probe der Kettenrechnung 492
Aufgaben zur Übung 494

XX. Abschnitt.

Von der Gesellschafts-Rechnung . . . 507

Erster Abschnitt.

Vorbegriffe.

Jedes Ding, wenn nur **Eins** vorhanden ist, oder als **Eins** gedacht wird, nennt man ein einzelnes Ding; und jedes einzelne Ding für sich allein betrachtet heißt eine **Einheit**. Z. B. Ein Gulden, Ein Pferd, Ein Apfel u. s. w.

Hat man von Dingen gleicher Art **mehr** als **Eins**, und faßt sie zusammen; so entsteht dadurch eine Sammlung oder **Zahl**, der man einen gewissen Namen giebt. Z. B. Jemand hat **Ein** Pferd. Nun kauft er noch **Eins** dazu. Er hat also jetzt Ein Pferd und noch Ein Pferd. Statt des Ausdruckes: „**Ein** Pferd und noch **Ein** Pferd" sagt man mit einem Worte: **Zwey** Pferde. Zwey ist also schon eine Zahl, welche aus Eins und Eins entstand, und mit dem eigenen Namen **Zwey** ausgedrückt wird. Stellt man zu zwey Pferden noch Eins hinzu; so giebt man ihnen den Namen **Drey**. Fügt man zu der Zahl drey noch Eins hinzu; so heißt die entstandene Zahl **Vier**. Kommt zu vier Pferden abermal

Eins hinzu; so nennt man es **Fünf.** Wird die Zahl fünf mehrmals um Eins vermehrt; so entsteht die Zahl **Sechs.** Sechs und Eins heißt **Sieben.** Sieben und Eins giebt **Acht.** Stellt man zu acht noch Eins hinzu; so entsteht die Zahl **Neun.** Neun und noch Eins dazu bilden die Zahl **Zehn.**

Man sieht aus Obigem, daß **Eins** oder die **Einheit** der Grund und Anfang aller Zahlen ist; denn man kann sich unmöglich **zwey** Pferde deutlich denken, bevor man nicht den Begriff von **Einem** Pferde hat. Eine Zahl ist also nichts anders, als eine Menge von Einheiten, oder eine Menge von Dingen gleicher Art. Die kleinste Zahl ist **zwey**, und die größte kann nicht bestimmt werden. Eine Einheit ist für sich selbst betrachtet keine Zahl, sondern nur das Maaß, womit man andere Dinge von gleicher Art vergleicht, um Zahlen zu bekommen.

Nimmt man Dinge von gleicher Art nach und nach zusammen, und zeigt die Menge derselben jedesmal bestimmt mit Worten an, so heißt dieß **zählen.**

Man kann aber nur Dinge von gleicher Art zählen, als: Pfennige und Pfennige; Kreuzer und Kreuzer; Schuhe und Schuhe; Jaucharte und Jaucharte; Maße und Maße; Schäffel und Schäffel; Klaftern und Klaftern; Zentner und Zentner; Ellen und Ellen; Tage und Tage; Bögen und Bögen u. s. w.

Dinge von ungleicher Art lassen sich nicht zählen, als: Pfennige und Kreuzer; Gulden und Dukaten; Schuhe und Tagwerke; Eimer und Schäffel; Klaftern und Zentner; Pfunde und Ellen; Jahre und Tage; Bögen und Bücher; Kühe und Pferde; Aepfel und Birnen u. s. w.

Sollen aber deſſen ungeachtet doch Dinge von verſchiedener Art gezählt werden, ſo muß man ſie unter eine allgemeinere Benennung bringen. Z. B. Wer fünf Aepfel und vier Birnen zählen will, der kann nach der Zählung nicht ſagen: Es ſind neun Aepfel; eben ſo wenig kann er auch behaupten, daß es neun Birnen ſeyen, ſondern er muß ſie unter eine allgemeinere Benennung bringen und ſagen: Es ſind neun Stücke Obſt. Auf gleiche Weiſe würde man zwey Hühner, drey Gänſe und vier Aenten — neun Stücke Federvieh; vier Kühe und zwey Ochſen — ſechs Stücke Hornvieh; zwey Franzoſen, drey Teutſche und fünf Ruſſen — zehn Europäer nennen.

Zählen *) muß man vor allem Rechnen fertig können, denn man muß wiſſen, wie die Zahlen nach der einmal angenommenen Zählungs-Weiſe auf einander folgen, und was jede von ihnen für einen beſondern Namen hat. Man zählt ſeit undenklichen Zeiten her immer von eins bis zehn, wozu wahrſcheinlich die Zahl unſerer Finger Anlaß gegeben hat, als: Eins, zwey, drey, vier, fünf, ſechs, ſieben, acht, neun, zehn. Nun fängt man wieder vorne bey eins an, und wiederhohlt zugleich immer das ſchon Gezählte, damit es nicht vergeſſen werde, indem man ſagt:

---

*) Das Zählen hat eben keine Schwierigkeit; man zähle nur nicht gleich bis hundert, ſondern zuerſt bis zehn, dann bis zwanzig u. ſ. w. Eben ſo wird auch das Rückwärtszählen getrieben, welches nicht weniger wichtig iſt. Man zähle zuerſt von zehn an rückwärts, alsdann von zwanzig u. ſ. w. Um das Zählen den Schülern zu verſinnlichen, bedient man ſich der Punkte, welche man deutlich an eine Tafel zeichnet, oder auch der Finger.

Zehn und eins		eilf.
Zehn und zwey		zwölf.
Zehn und drey		dreyzehn.
Zehn und vier		vierzehn.
Zehn und fünf	Merke:	fünfzehn.
Zehn und sechs		sechzehn.
Zehn und sieben		siebenzehn.
Zehn und acht		achtzehn.
Zehn und neun		neunzehn.
Zehn und Zehn		**Zwanzig.**

Nach Zwanzig oder Zweymalzehn fängt man wieder von eins an, und wiederhohlt wie vorhin das bisher Gezählte, als:

Zweymalzehn und eins		ein und zwanzig.
Zweymalzehn und zwey		zwey und zwanzig.
Zweymalzehn und drey		drey und zwanzig.
Zweymalzehn und vier		vier und zwanzig.
Zweymalzehn und fünf	Man	fünf und zwanzig.
Zweymalzehn und sechs		sechs und zwanzig.
Zweymalzehn und sieben		sieben und zwanzig.
Zweymalzehn und acht		acht und zwanzig.
Zweymalzehn und neun		neun und zwanzig.
Dreymalzehn		**Dreyßig.**
Dreymalzehn und eins		ein und dreyßig.
Dreymalzehn und zwey		zwey und dreyßig.
Dreymalzehn und drey		drey und dreyßig.
Dreymalzehn und vier		vier und dreyßig.
Dreymalzehn und fünf		fünf und dreyßig.
Dreymalzehn und sechs		sechs und dreyßig.
Dreymalzehn und sieben		sieben und dreyßig.
Dreymalzehn und acht		acht und dreyßig.
Dreymalzehn und neun		neun und dreyßig.

Viermalzehn

Viermalzehn und eins
Viermalzehn und zwey
Viermalzehn und drey
Viermalzehn und vier
Viermalzehn und fünf
Viermalzehn und sechs
Viermalzehn und sieben
Viermalzehn und acht
Viermalzehn und neun

Fünfmalzehn

Fünfmalzehn und eins
Fünfmalzehn und zwey
Fünfmalzehn und drey
Fünfmalzehn und vier
Fünfmalzehn und fünf
Fünfmalzehn und sechs
Fünfmalzehn und sieben
Fünfmalzehn und acht
Fünfmalzehn und neun

Sechsmalzehn

Sechsmalzehn und eins
Sechsmalzehn und zwey
Sechsmalzehn und drey
Sechsmalzehn und vier
Sechsmalzehn und fünf
Sechsmalzehn und sechs
Sechsmalzehn und sieben
Sechsmalzehn und acht
Sechsmalzehn und neun

Siebenmalzehn

Siebenmalzehn und eins

Vierzig.

ein und vierzig.
zwey und vierzig.
drey und vierzig.
vier und vierzig.
fünf und vierzig.
sechs und vierzig.
sieben und vierzig.
acht und vierzig.
neun und vierzig.

Fünfzig.

ein und fünfzig.
zwey und fünfzig.
drey und fünfzig.
vier und fünfzig.
fünf und fünfzig.
sechs und fünfzig.
sieben und fünfzig.
acht und fünfzig.
neun und fünfzig.

Sechzig.

ein und sechzig.
zwey und sechzig.
drey und sechzig.
vier und sechzig.
fünf und sechzig.
sechs und sechzig.
sieben und sechzig.
acht und sechzig.
neun und sechzig.

Siebenzig.

ein und siebenzig.

Wie man gewöhnlich zu zählen pflegt:

Siebenmalzehn und zwey	zwey und siebenzig.
Siebenmalzehn und drey	drey und siebenzig.
Siebenmalzehn und vier	vier und siebenzig.
Siebenmalzehn und fünf	fünf und siebenzig.
Siebenmalzehn und sechs	sechs und siebenzig.
Siebenmalzehn und sieben	sieben und siebenzig.
Siebenmalzehn und acht	acht und siebenzig.
Siebenmalzehn und neun	neun und siebenzig.

Achtmalzehn

Achtzig.

Achtmalzehn und eins	ein und achtzig.
Achtmalzehn und zwey	zwey und achtzig.
Achtmalzehn und drey	drey und achtzig.
Achtmalzehn und vier	vier und achtzig.
Achtmalzehn und fünf	fünf und achtzig.
Achtmalzehn und sechs	sechs und achtzig.
Achtmalzehn und sieben	sieben und achtzig.
Achtmalzehn und acht	acht und achtzig.
Achtmalzehn und neun	neun und achtzig.

Neunmalzehn

Neunzig.

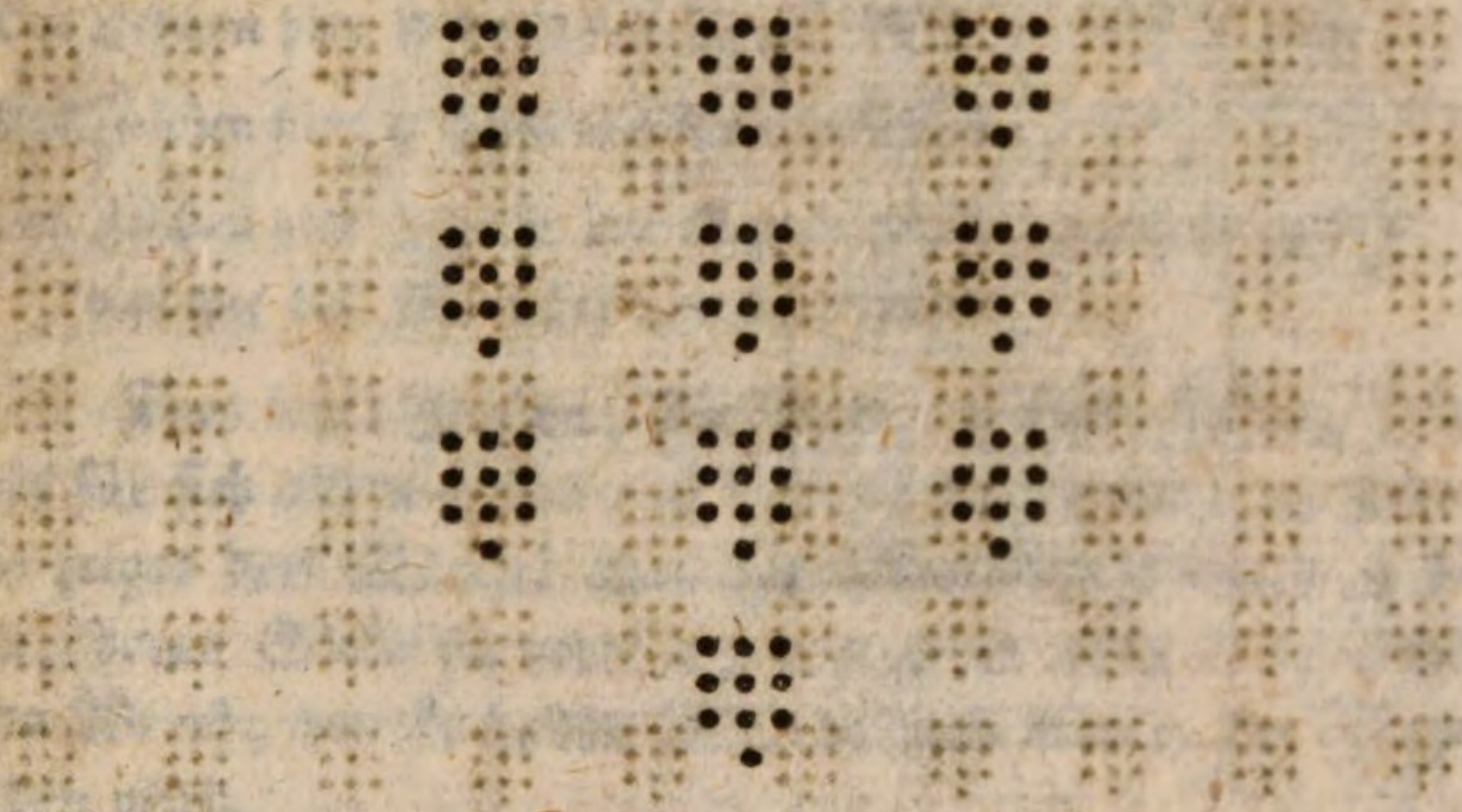
Neunmalzehn und eins	ein und neunzig.
Neunmalzehn und zwey	zwey und neunzig.
Neunmalzehn und drey	drey und neunzig.
Neunmalzehn und vier	vier und neunzig.
Neunmalzehn und fünf	fünf und neunzig.
Neunmalzehn und sechs	sechs und neunzig.
Neunmalzehn und sieben	sieben und neunzig.
Neunmalzehn und acht	acht und neunzig.
Neunmalzehn und neun	neun und neunzig.

Zehnmalzehn heißt man mit einem Worte Hundert.

Siehe mehr hierüber auf der 13ten Seite.

Siehe mehr hierüber auf der 13ten Seite.

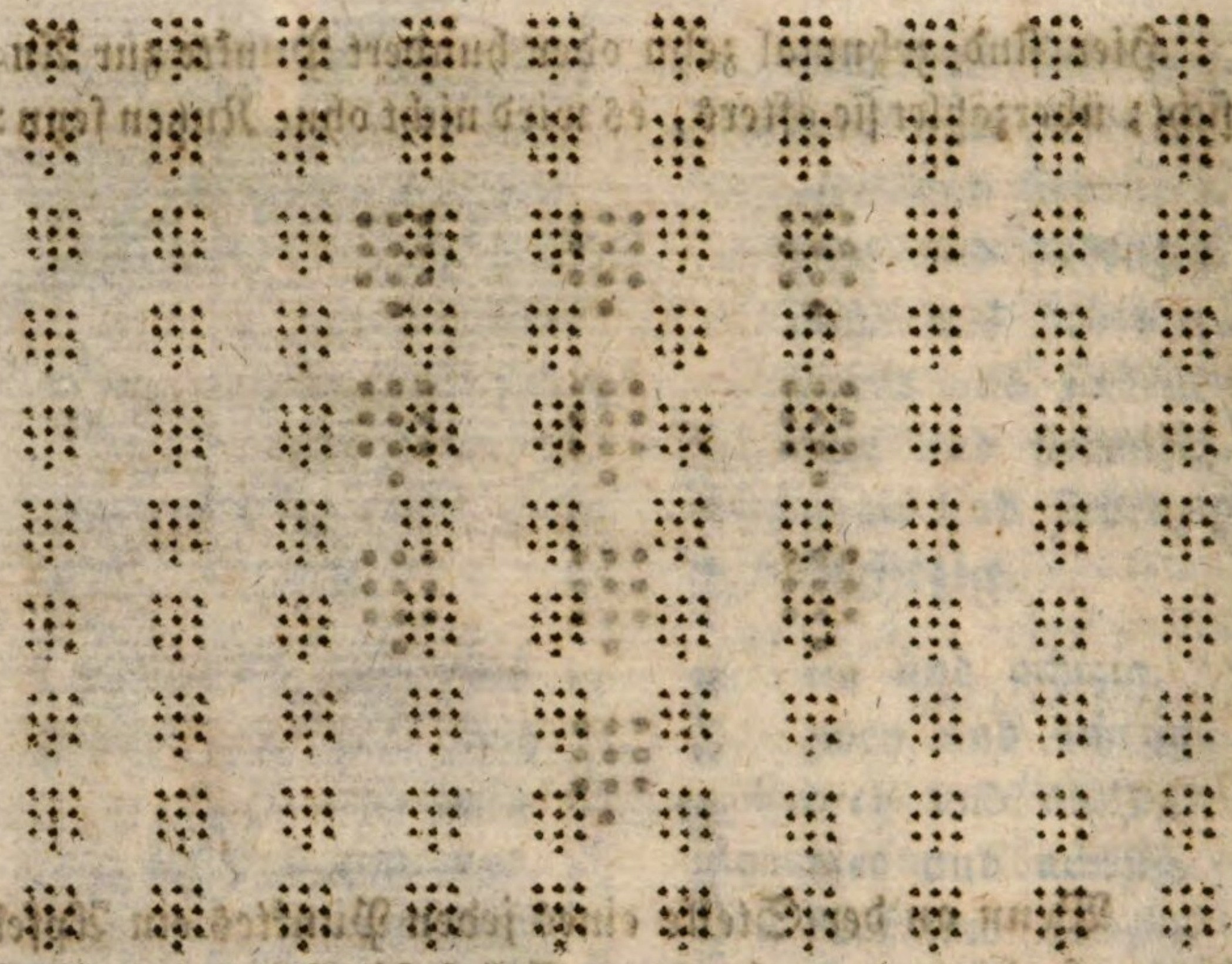
Hier sind zehnmal zehn oder hundert Punkte zur Ansicht; überzählet sie öfters, es wird nicht ohne Nutzen seyn:



Wenn an der Stelle eines jeden Punktes ein Apfel läge; so hätte man hundert Stück Aepfel; oder auch hundert Gulden, wenn Statt eines jeden Punktes ein Gulden hingelegt würde.

So wie bey **zehn** ein Absatz ist, bey welchem man zu zählen aufhöret, und wieder von eins anfängt; so ist auch bey **hundert** ein solcher Absatz, bey welchem man wieder von eins anfängt, und bis auf zehn, von da aber wieder bis auf hundert, wie vorhin, fort zählt. Hat man auf solche Weise **zehnmal hundert** gezählt, so nennt man sie zusammen mit einem Worte **tausend.**

Um sich von der Größe der Zahl tausend einen deutlichen Begriff machen zu können, folgen hier tausend Punkte zur Anschauung:



Nach der Zahl tausend, welche wieder einen neuen Absatz bildet, fängt man abermal von eins an, und zählet so lange tausend, bis man auf Zehntausend gekommen ist. Zählt man zehnmal zehntausend, so hat man Hunderttausend. Zählt man zehn hunderttausend, so sagt man, man habe eine Million u. s. f.

Alle Zahlen, große wie kleine, werden nicht wie die Worte mit Buchstaben, sondern durch eigene aus Arabien gekommene Zeichen, welche man Ziffern oder Zahlzeichen nennet, ausgedrückt. Sie sind folgende:

Das Zeichen hier 1 heißt mit Namen Eins, und bedeutet •

Das Zeichen hier 2 heißt mit Namen Zwey, und bedeutet ••

Das Zeichen hier 3 heißt mit Namen Drey, und bedeutet •••

Das Zeichen hier 4 heißt mit Namen Vier, und bedeutet ::

Das Zeichen hier 5 heißt mit Namen Fünf, und bedeutet :::

Das Zeichen hier 6 heißt mit Namen Sechs, und bedeutet ::

Das Zeichen hier 7 heißt mit Namen Sieben, und bedeutet :::

Das Zeichen hier 8 heißt mit Namen Acht, und bedeutet ::::

Das Zeichen hier 9 heißt mit Namen Neun, und bedeutet :::

Das Zeichen hier 0 heißt mit Namen Null, und bedeutet so viel wie das Wort kein, oder nichts.

Das letzte Zeichen, die Null, ist keine Ziffer, und gilt für sich allein nichts, ist aber doch nothwendig; denn sie zeiget den Mangel oder die Abwesenheit einer Zahl an, deren Stelle sie vertritt, und giebt auch einer Zahl den Werth, den sie haben soll, welches man in der Folge sehen wird.

Die Zahlen von eins bis neun, das ist, welche nicht zehn ausmachen, und Dinge von gleicher Art enthalten, heißt man **einfache Einheiten.** Zehn solche einfache Einheiten geben eine zusammengesetzte Einheit, welche man einen **Zehner** zu nennen pflegt. Zehn solche Zehner, wovon jeder zehn einzelne Dinge oder Einheiten gilt, geben eine neue zusammengesetzte Einheit, welche man einen **Hunderter** nennt. Wenn man zehn solche Hunderter hat, so geben sie eine noch mehr zusammengesetzte Einheit, welche den Namen **Tausender** führt *). Zehn solche Tausender geben eine noch viel höhere Einheit, die man **Zehntausender** heißt. Zehn

*) Wie zehn Einheiten einen Zehner, zehn Zehner einen Hunderter, und zehn Hunderter einen Tausender machen, kann man bey den oben angeführten tausend Punkten anschaulich dargestellt sehen.

Dort findet ihr deutlich, daß zehn einzelne Punkte ein Häufchen, das ist, einen Zehner; zehn solche Häufchen

Zehntausender geben einen Hunderttausender; zehn Hunderttausender eine Million, und so fort bis ins Unendliche.

Um die zusammengesetzten Einheiten alle beym Lesen und Schreiben der Zahlen immer gehörig von einander unterscheiden zu können, und jeder Einheit den ihr eigenen Werth zu geben, hat man eine gewisse Rang-Ordnung festgesetzt, nach welcher jeder Gattung von Einheiten ein besonderer Platz oder Stelle angewiesen ist. Dieser Rangordnung zu Folge gilt eine Ziffer, wenn sie von der rechten Hand gegen die Linke vorrückt, von Stelle zu Stelle immer um zehnmal mehr. Man hat also nicht allein auf die Gestalt der Ziffern, sondern auch auf die Stelle, worauf die Ziffern stehen, zu merken. So gilt zum Beyspiele die Ziffer oder Zahlfigur 3 bald 3 Einheiten oder einzelne Dinge, bald 3 Zehner, bald 3 Hunderter, bald 3 Tausender, bald noch mehr; dieß hängt aber bloß von der Stelle ab, worauf die Ziffer 3 steht, um mehr oder minder zu gelten. Damit man nun den Werth einer jeden Ziffer sogleich einsehe, so präge man sich Folgendes wohl ein:

a) Jede Ziffer an der **ersten Stelle** zur Rechten, oder wenn sie **ganz allein** steht, bedeutet so viele **Einheiten**, als ihr Name anzeigt.

b) Jede Ziffer an der **zweyten Stelle** zur Linken, bedeutet so viele **Zehner**, als die Zahlfigur anzeigt; und

---

oder Zehner eine Säule von hundert; und alle Säulen zusammengenommen also zehn hundert oder tausend Punkte machen.

c) Jede Ziffer an der **dritten Stelle** bedeutet so viel **Hunderte**, als die Zahlfigur anzeigt.

Um das Ganze zu versinnlichen, zeichne ich hier drey Punkte her, und nenne sie zum Unterschiede

c b a
. . .

Der Punkt zur Rechten unter dem Buchstaben a bezeichnet die **erste Stelle.** An dieser bedeutet jede Ziffer schlechterdings nur **Einheiten**, das ist, so viel einzelne Dinge, als die Figur anzeigt. Z. B.

c b a
. 7 .

Die Ziffer 7 hier an der **ersten Stelle** unter a bedeutet also nicht mehr und nicht weniger, als: **Sieben.** Eine gleiche Bewandtniß hat es auch mit den übrigen Ziffern.

Der Punkt zur Linken in der Mitte unter dem Buchstaben b bezeichnet die **zweyte Stelle.** An dieser bedeutet jede Ziffer so vielmal **zehn**, als sie sonst Einheiten bedeuten würde. Z. B. In der Zahl

c b a
. 7 0

bedeutet die Ziffer 7 nicht mehr sieben, sondern 7mal zehn, das ist, **siebenzig.** Die erste Stelle hier wird von der 0 eingenommen, und dadurch ist die Ziffer 7 gleichsam von der ersten Stelle weggeschoben, und so an die zweyte Stelle vorgerückt. Wäre dieses nicht geschehen, so würde die Ziffer 7 nicht an der zweyten Stelle stehen, und also auch nie siebenzig, sondern nur sieben gelten.

Endlich der Punkt ganz zur Linken unter dem Buchstaben c bezeichnet die **dritte Stelle.** An dieser bedeutet jede Ziffer so vielmal **hundert**, als sie sonst an der

zweyten Stelle Zehner und an der ersten Einheiten bedeuten würde. Zum Beyspiel: Bey

cba
700

bedeutet die Ziffer 7 nicht 7mal zehn oder siebenzig, auch nicht sieben Einheiten, sondern **Siebenhundert.**

Eben so verhält es sich auch mit allen übrigen Ziffern. Z. B. Wenn die Ziffer 4 allein oder auch an der ersten Stelle zur Rechten steht, bedeutet sie vier Einheiten; schreibet man eine Null oder auch eine andere Ziffer dahinter, als 40: so heißt sie vierzig, das ist, 4mal zehn, weil sie an der zweyten Stelle steht; und setzet man noch eine zweyte Null oder auch eine andere Ziffer darnach, als 400: so heißt sie gar vierhundert. Nun einige Beyspiele:

Einheiten an der ersten Stelle:	Zehner an der zweyten Stelle:	Hunderter an der dritten Stelle:
1 Eins	10 Zehn	100 Einhundert.
2 Zwey	20 Zwanzig	200 Zweyhundert.
3 Drey	30 Dreyßig	300 Dreyhundert.
4 Vier	40 Vierzig	400 Vierhundert.

Wie leset ihr folgende Zahlen, als:

6	60	800
5	90	500
9	70	700
8	50	900
7	80	600

Wollte man in vorstehenden Beyspielen auch die 0 besonders mit aussprechen, z. B. bey dem letzten zur Rechten angeführten Beyspiele 600; so müßte man sagen: 6 hundert, kein Zehner und keine Einheit. Da aber dieses nicht gewöhnlich ist, so pflegt man bloß zu sagen: Sechshundert. Wenn nun gleich die Null für sich selbst gar nichts gilt, und auch nicht ausgesprochen wird; so darf sie, wie ihr bereits aus dem Vorhergehenden wisset, doch nicht weggelassen werden. Nur dann bleiben die Nullen weg, wenn alle Zifferstellen durch Einheiten, Zehner und Hunderter besetzt sind, wie in der Zahl 468, welche also gelesen wird: Vierhundert acht und sechzig.

Wie viel wird die Zahl 45 bedeuten?

Ihr denket: Die Ziffer 4 steht an der **zweyten Stelle**, und bedeutet deswegen 4 Zehner oder Vierzig.

Die Ziffer 5 steht an der **ersten Stelle**, und bedeutet deswegen 5 Einheiten.

45 bedeutet also 4 Zehner und 5 Einheiten, oder zusammen fünf und vierzig.

Die so eben erläuterte Zahl 45 ist eine zweystellige oder zweyzifferichte Zahl, weil sie aus zwey Ziffern besteht, und zwey Stellen oder Plätze einnimmt. Diese Gattung Zahlen haben die besondere Eigenschaft, daß sie rückwärts von der Rechten gegen die Linke gelesen werden, das heißt, erst die Einheiten und dann die Zehner. Dieser Regel zu Folge sagt man nicht: Vierzig und fünf, sondern: **Fünf und vierzig.** Die Zahl 53 leset ihr: **Drey und fünfzig**, und nicht fünfzig und drey, welches zwar gleichviel wäre, aber nicht gewöhnlich ist. — Eben so auch ist zu merken, daß eine oder mehrere Nullen

zur Linken einer Zahl, wenn keine bedeutende Ziffer vorsteht, nichts gelten. Z. B. Die Zahl 006 hier bedeutet nicht mehr und nicht weniger, als: Sechs. Wollte man nun auch die zur Linken stehenden Nullen mit aussprechen, so müßte man sagen: Kein hundert, kein Zehner und sechs. Da nun die zur Linken stehenden Nullen ohne vorhergehende Ziffer nichts gelten, und also überflüßig sind; so läßt man sie weg, und schreibt bloß 6 anstatt 006.

Wie leset ihr folgende zweystellige Zahlen, als:

35	37	47	50	57	59	13
53	73	74	05	75	95	31
36	38	48	39	58	60	68
63	83	84	93	85	06	86
40	45	55	33	44	66	69
04	54	14	46	81	22	96
79	88	41	64	18	10	25
97	89	12	15	91	01	52
80	98	21	51	19	77	99
08	90	82	16	20	32	70
11	09	28	61	02	23	07

Mit wie viel Ziffern schreibet ihr eine Zahl, welche aus Zehnern und Einheiten besteht; und wie viel Stellen oder Plätze nimmt eine solche Zahl ein?

Auf welche Stelle schreibet ihr die Zehner, und auf welche die Einheiten?

Wie schreibet ihr nun folgende Zahlen mit Ziffern?

Drey, das ist, drey Einzelne oder drey Einheiten.
Siebenzehn, das ist, sieben Einheiten und ein Zehner.
Sechs und zwanzig d. i. sechs Einheiten und zwey Zehner.
Ein und siebenzig d. i. eine Einheit und sieben Zehner.
Zwey und sechzig d. i. zwey Einheiten und sechs Zehner.
Vier und dreyßig d. i. vier Einheiten und drey Zehner.
Drey und vierzig d. i. drey Einheiten und vier Zehner.
Sechs und fünfzig d. i. sechs Einheiten und fünf Zehner.
Acht und siebenzig d. i. acht Einheiten und sieben Zehner.
Sieben und achtzig d. i. sieben Einheiten und acht Zehner.
Zwey und neunzig d. i. zwey Einheiten und neun Zehner.
Dreyßig d. i. keine Einheit und drey Zehner.
Zwölf d. i. zwey Einheiten und ein Zehner.
Eilf d. i. eine Einheit und ein Zehner.

Wie viel wird nun die Zahl 594 bedeuten?

Ihr denket wieder: Die Ziffer 5 steht an der **dritten Stelle**, und bedeutet daher 5 hundert.

Die Ziffer 9 steht an der **zweyten Stelle**, und bedeutet daher 9 Zehner oder neunzig.

Die Ziffer 4 steht an der **ersten Stelle**, und bedeutet daher 4 Einheiten.

594 bedeutet also 5 hundert, 9 Zehner und 4 Einheiten, oder zusammen **fünfhundert vier und neunzig.**

Bey dreystelligen Zahlen werden allezeit zuerst die **Hunderte**, dann die **Einheiten** und zuletzt die **Zehner** ausgesprochen.

Betrachtet nun folgende dreystellige Zahlen, wie sie gelesen werden müssen:

110 Einhundert und zehn.

201 Zweyhundert und eins.
300 Dreyhundert.
427 Vierhundert und sieben und zwanzig.
542 Fünfhundert und zwey und vierzig.
666 Sechshundert und sechs und sechzig.
739 Siebenhundert und neun und dreyßig.
854 Achthundert und vier und fünfzig.
973 Neunhundert und drey und siebenzig.

Versuchet nunmehr folgende Zahlen durch Ziffern auszudrücken, als:

Dreyhundert und neun und zwanzig.
Siebenhundert und ein und fünfzig.
Vierhundert und drey und achtzig.
Neunhundert und fünf und sechzig.
Einhundert und vier und siebenzig.
Sechshundert und sieben und vierzig.
Achthundert und zwölf.
Fünfhundert und acht und dreyßig.
Zweyhundert und sechs und neunzig.
Sechshundert und vier.
Dreyhundert und fünfzig
Achthundert.

Alle Zahlen von tausend bis an tausendmal tausend durch Ziffern auszudrücken.

Wer einmal dreystellige Zahlen fertig zu lesen und zu schreiben weiß, wird auch bey mehrstelligen keinen

An=

Anstand nehmen, weil zwischen diesen und jenen große Aehnlichkeit herrschet. Die größte Zahl, welche mit drey Ziffern ausgedrückt werden kann, ist 999, das ist, **neunhundert und neun und neunzig.** Kömmt nun zu dieser Zahl noch eine einzige Einheit hinzu, so hat man schon 10 hundert, das ist, 1 tausend.

Bey den Zahlen von Tausenden giebt es nun auch wieder Einheiten, Zehner und Hunderter, die eben so, wie vorhin, durch besondere Stellen oder Plätze kennbar gemacht werden. Bisher habet ihr gesehen, daß jede Ziffer

an der 1sten Stelle so viel **Einheiten,**
an der 2ten Stelle so viel **Zehner,**
an der 3ten Stelle so viel **Hunderter** bedeute,

als ihr Name anzeigt.

Nun auf gleiche Weise bedeutet jede Ziffer

an der 4ten Stelle so viel einzelne **Tausende,**
an der 5ten Stelle so viel **Zehntausende,**
an der 6ten Stelle so viel **Hunderttausende,**

als ihr Name anzeigt. So gilt z. B. die Ziffer 8

an der 4ten Stelle 8 einzelne **Tausende,**
an der 5ten Stelle 8 **Zehntausende,**
an der 6ten Stelle 8 **Hunderttausende.**

Sehet nachfolgende Beyspiele an:

Tausender an der 4ten Stelle:	Wie leset ihr folgende Zahlen, als:
1 000 Ein tausend.	7 000
2 000 Zwey tausend.	9 000

3 000 Drey tausend.	6 000
4 000 Vier tausend.	8 000?
5 000 Fünf tausend.	

Zehntausender an der 5ten Stelle:	Wie leset ihr folgende Zahlen, als:
10 000 Zehn tausend.	60 000
20 000 Zwanzig tausend.	80 000
30 000 Dreyßig tausend.	50 000
40 000 Vierzig tausend.	90 000
	70 000?

Hunderttausender an der 6ten Stelle:	Wie leset ihr folgende Zahlen, als:
100 000 Einhundert tausend.	800 000
200 000 Zweyhundert tausend.	600 000
300 000 Dreyhundert tausend.	900 000
400 000 Vierhundert tausend.	700 000?
500 000 Fünfhundert tausend.	

Wie viel wird nun die Zahl 246739 bedeuten?

Ihr schließet auf folgende Weise:

Die Ziffer 2 steht an der 6ten Stelle, und bedeutet also 2hundert tausend.

Die Ziffer 4 steht an der 5ten Stelle, und bedeutet also 4zehntausend, d. i. vierzig tausend.

Die Ziffer 6 steht an der 4ten Stelle, und bedeutet daher 6 einzelne Tausende. Ferner:

Die Ziffer 7 steht an der 3ten Stelle, und bedeutet daher 7 hundert.

Die Ziffer 3 steht an der 2ten Stelle, und bedeutet daher 3 Zehner oder dreyßig.

Die Ziffer 9 steht an der 1sten Stelle, und bedeutet daher 9 Einzelne oder 9 Einheiten.

246739 bedeutet also: (2 hundert=und 4zig=und 6=) tausend — 7hundert 3ßig und 9 Einheiten, oder nach der gewöhnlichen Aussprache: Zweyhundert und sechs und vierzig **tausend**, siebenhundert und neun und dreyßig.

Betrachtet überdieß auch noch folgende Zahlen, wie sie ausgesprochen werden müssen:

36 000 Sechs und dreyßig tausend.
99 000 Neun und neunzig tausend.
104 000 Einhundert und vier tausend.
230 000 Zweyhundert und dreyßig tausend.
999 000 Neunhundert neun und neunzig tausend.
1 111 Ein tausend, einhundert und eilf.
5 555 Fünf tausend, fünfhundert und fünf und fünfzig.
9 406 Neun tausend, vierhundert und sechs.
45 110 Fünf und vierzig tausend, einhundert und zehn.
101 010 Einhundert ein tausend, und zehn.
370 503 Dreyhundert siebenzig tausend, fünfhundert und drey.
200 060 Zweyhundert tausend, und sechzig.
600 800 Sechshundert tausend, und achthundert.
500 002 Fünfhundert tausend, und zwey.
403 000 Vierhundert drey tausend.

999 999 Neunhundert neun und neunzig tausend, neunhundert neun und neunzig.

Zahlen mit Ziffern auszudrücken, welche Millionen betragen.

Habet ihr das Bisherige wohl begriffen, so wird es nicht sehr schwer halten, auch sehr große Zahlen gehörig zu lesen, und zu schreiben. Um nun auch hierin zum Zwecke zu gelangen, müsset ihr zu vörderst wissen, daß **alle Ziffern** von der 7ten bis zur 12ten Stelle **Millionen** bedeuten.

So gilt z. B. die Ziffer 4

an der 7ten Stelle 4 einzelne Millionen,
an der 8ten Stelle 4 mal Zehnmillionen,
an der 9ten Stelle 4 Hundertmillionen,
an der 10ten Stelle 4 Tausendmillionen,
an der 11ten Stelle 4 mal Zehntausendmillionen,
an der 12ten Stelle 4 Hunderttausendmillionen,
und so fort.

Da aber dergleichen Zahlen nicht leicht auf einmal übersehen, und ausgesprochen werden können; so theilt man selbe von der Rechten zur Linken in Klassen ein, so daß auf jede Klasse drey Ziffern zu stehen kommen. Es kommen demnach

in die 1ste Klasse: **Einfache** Einheiten, Zehner und Hunderter;
in die 2te Klasse: Einheiten, Zehner und Hunderter von **Tausendern;**

in die 3te Klasse: Einheiten, Zehner und Hunderter von Millionen;

in die 4te Klasse: Einheiten, Zehner und Hunderter von Millionen-Tausendern u. s. f.

Um die so eben erwähnten Klassen anzuzeigen, machet ihr nach den drey ersten Ziffern gegen die Linke zu unterhalb der abzutheilenden Zahl ein Strichlein, welches anzeiget, daß hier die **Tausender** anfangen; nach der zweyten Klasse, d. i. nach sechs Ziffern machet ihr oberhalb der Zahl ein solches Strichlein, welches andeutet, daß hier zur Linken die **Millionen** angehen; nach der dritten Klasse machet ihr wieder unterhalb der Zahl ein Strichlein, welches dann die **Tausender der Millionen** zu erkennen giebt. Folgendes Beyspiel soll das Ganze mehr erläutern, und anschaulich darstellen:

Millionen				Unionen				
6	2	9,	5	0	7'	3	5	0,	2	8	9
Hunderttausendmillionen.	Zehntausendmillionen.	Tausendmillionen.	Hundertmillionen.	Zehnmillionen.	Millionen.	Hunderttausende.	Zehntausende.	Tausende.	Hunderte.	Zehner.	Einheiten.

Nachdem diese Zahl durch Strichlein gehörig abgetheilt worden, muß sie auf folgende Art gelesen werden, als:

Sechshundert neun und zwanzig tausend, fünfhundert sieben **Millionen** – dreyhundert fünfzig **Tausend**, zweyhundert neun und achtzig.

Aus diesem Beyspiele sehet ihr, daß nach der ersten Klasse, oder nach den drey ersten Ziffern die **Tausender**; nach der zweyten Klasse, oder nach sechs Ziffern die **Millionen**; nach der dritten Klasse, oder nach neun Ziffern aber **die Tausender der Millionen** anfangen.

Sollet ihr einmal eine sehr große Zahl schreiben, und wisset sie nicht sogleich durch Ziffern auszudrücken; so machet euch eine vorläufige Eintheilung durch Punkte und Strichlein, wobey ihr auf die höchste Hauptbenennung der Zahl Acht haben müsset, damit ihr wisset, wie weit ihr die Eintheilung fortzusetzen habet. Der Entwurf einer solchen Abtheilung wird euch wenig Mühe verursachen, weil ihr bereits wisset, daß die Hauptbenennung **Million** mit einem Strichlein oben, die **Tausender** aber mit einem solchen Strichlein unten bezeichnet werden, und daß von einer Hauptbenennung bis zur andern immer sechs Zifferstellen (nämlich die Stelle der Einheiten, Zehner und Hunderter, dann der Tausender, Zehntausender und Hunderttausender) vorhanden seyn. Um das Ganze in ein helleres Licht zu setzen, wollen wir ein Beyspiel vor die Hand nehmen:

Wenn ein Saamenkorn jährlich zwölffältige Frucht brächte, so könnte man aus einem einzigen Korn in zehn Jahren **ein und sechzig tausend neunhundert und siebenzehn Millionen — dreyhundert vier und sechzig Tausend zweyhundert und vier und zwanzig** Körner erhalten.

Da in vorliegender Aufgabe von **Millionentausenden** die Rede ist; so machet euch folgende Eintheilung, oder stellet sie euch wenigstens in Gedanken vor, als:

Millionen Unionen
•••,••• •••,•••

Nun forschet vor allem, wie viel **Hunderttausendmillionen** vorhanden seyn, und schreibet sie, wenn welche da sind, auf die 12te Stelle ganz zur Linken. Weil aber hier keine Hunderttausendmillionen sich vorfinden; so lasset diese Stelle leer, und sehet zu, wie viel **Zehntausendmillionen** und wie viel einzelne **Tausendmillionen** vorkommen. Ihr findet in der Aufgabe 6 Zehntausendmillionen und ein einzelnes Tausendmillionen. Setzet nun die 6 **Zehntausendmillionen** auf die 11te= und das **einzelne Tausendmillionen** auf die 10te Stelle, als:

•61,•••'•••,•••

Suchet ferner, wie viel **Hundertmillionen**, wie viel **Zehnmillionen** und wie viel **einzelne Millionen** gegeben seyn. Ihr findet 9 Hundertmillionen, 1 Zehnmillionen und 7 einzelne Millionen. Schreibet nun die 9 **Hundertmillionen** auf die 9te=, die 1 **Zehnmillionen** auf die 8te= und die 7 **einzelnen Millionen** auf die 7te Stelle, als: •61,917'•••,•••

Nun suchet weiter, wie viel **Hunderttausende**, wie viel **Zehntausende**, und wie viel **einzelne Tausende** vorhanden seyn. Ihr findet 3 Hunderttausende, 6 Zehntausende und 4 einzelne Tausende. Setzet nun die 3 **Hunderttausende** an die 6te=, die 6 **Zehntausende** an die 5te= und die 4 **einzelnen Tausende** an die 4te Stelle, und ihr erhaltet auf diese Weise:

•61,917'364,•••

Schreibet ihr endlich auch die in der Aufgabe noch übrigen 2 **Hunderte** auf die 3te=, die 2 **Zehner** auf die 2te= und die 4 **Einzelnen** auf die erste Stelle; so ist die verlangte Zahl fertig, als:

•61,917'364,224

Das bisherige Verfahren, alle durch Ziffern geschriebenen Zahlen richtig auszusprechen, und alle mit Worten ausgedrückten Zahlen durch Ziffern gehörig zu schreiben, heißt man in der Kunstsprache **Numeriren**, welches die Rechenschüler bald begreifen, wenn sie mit der Rangordnung der Zifferstellen recht bekannt gemacht, vom Leichtern zum Schwerern geführt, und nicht gleich in ungeheuern, den Kinderverstand ganz übersteigenden Zahlen geübt werden.

Beyspiele,

um sich im Zahlenaussprechen zu üben.

1) Ein Mensch verliert selbst durch unmerkliche Ausdünstung von 8 Pfund Nahrung, die er etwa in 24 Stunden genießt, 5 Pfund.

2) Ein erwachsener Mensch zieht mit jedem Athemzuge 33 bis 36 Pariser Kubikzoll gemeine Luft in sich, wovon 8 bis 9 Zoll säuernde Luft ist. Diese wird in dem Körper zurückgelassen, und geht ins Blut über; denn diese ist uns zum Leben nothwendig.

3) Das Königreich Baiern hat 16 große, meistens schiffbare Flüsse, über 20 fischreiche Seen und 29 Gesundbäder auf einer Fläche, die in ihrer größten Länge 76 und in der Breite 70 teutsche Meilen beträgt.

4) Die Erfahrung hat gelehret, daß ein Blitzableiter ein Gebäude nicht weiter als 50 Fuß im Umkreise schütze. Große Gebäude versieht man daher mit mehreren Ableitern, die man mit Metall mit einander verbindet.

5) Der Druck der Luft kann das Queckfilber in der luftleeren Röhre des Barometers höchstens 28 Zoll in

die Höhe treiben. Das Wasser, welches 14 mal leichter als Queckfilber ist, steigt dagegen in den Brunnröhren durch den Druck der Luft 14 mal 28 Zoll, oder beynahe 33 Fuß hoch.

6) Ein Kubikfuß Flußwasser wiegt 64 Pfund, und ein Kubikfuß Seewasser 70 Pfund.

7) Bouguer fand, daß ein Licht, welches 75 bis 80 mal stärker ist, als ein anderes, dieses gänzlich vernichtet, so, daß wir seiner gar nicht bewußt sind, wenn beyde Lichter zugleich in unser Auge fallen.

8) Die Fontaine zu Saint Cloud, der größte unter allen französischen Springbrunnen, wirft einen Wasserstrahl, nicht völlig 6 Zoll dick, auf 40 Ellen hoch in die Luft. Die Fontaine auf dem Winterkasten zu Cassel wirft einen nicht viel dickern Strahl auf 65 Ellen empor. Und zu Herrenhausen springt ein Strahl, wenig über eine halbe viertel Elle stark, nur 35 Ellen gen Himmel. Unweit der bischöflichen Stadt Skalholt in Südisland schießen auf einer sumpfigen Ebene gegen 50 Wasserstrahlen von freyen Stücken und ganz siedend aus der Erde hervor, die ihre Dämpfe bis zu einer erstaunlichen Höhe empor treiben. In der Mitte dieser Quellen erhebt sich einzig und kolossalisch der Geyser, gleich ihrem Oberhaupte. Das Becken dieser Springquelle, die ihren kochenden ungeheuer dicken Wasserstrahl 92 Schuh hoch wirft, hat im Durchmesser gegen 90 und in der größten Tiefe 72 Fuß.

9) Der Staffelsee in Baiern hat in seiner größten Tiefe 24 Klafter, der Kochelsee 42, der Chiem- und Tegernsee 80 bis 90, der Ammersee über 100, der Walchensee 124, der Würmsee über 140 und der Bodensee 340.

10) Nach Angabe des Hn. v. Humboldt ist unter allen jetzt bekannten Wasserfällen der in der Provinz Peru

in Südamerika der größte. Dort stürzt der eine Viertelstunde breite Strom Tequendama 588 Fuß senkrecht von einem Felsen herab. Der Fall des Lorenzoflusses bey Niagara in Kanada beträgt nur 160 Fuß, und der des Rheins 72 bis 90 Fuß.

11) Die Luft ist 800mal leichter als das Wasser.

12) Baiern enthält gegenwärtig 177 Städte und 412 Märkte.

13) Nach einer in England gemachten Berechnung befanden sich unter hunderttausend verstorbenen Menschen

7 von 100 Jahren	2 von 104 Jahren
5 = 101 =	4 = 105 =
5 = 102 =	2 = 106 =
4 = 103 =	1 = 107 =

Unter einer Million Verstorbenen waren:

7 von 108 Jahren	3 von 111 Jahren
3 = 109 =	3 = 112 =
4 = 110 =	3 = 116 =

14) In der heiligen Schrift kömmt vor, daß Adam 930, Seth 912, Enos 905, Kainam 910, Malalael 830, Jared 800, Enoch 365, Mathusalem 969, Lamech 777 und Noe 950 Jahre alt wurden.

15) Es giebt sehr große Ströme. Der Lauf des Rheinstromes beträgt 360 teutsche Meilen, der Donau 720, des Missisippi 820, der Wolga 850, des la Plata 900, des Lorenzostromes 950, des Amazonenstroms 1330, des Kiang 1350.

16) Johann von Sorgenloch, der Erfinder der Buchdruckerkunst, wurde 1401 zu Maynz geboren. Im Jahre 1430 reisete er nach Straßburg, wo er von And=

reas Heilmann und Andreas Dritzehen unterstützt im Jahre 1436 in Dritzehens Hause die ersten Versuche machte, mit beweglichen Lettern (Buchstaben) zu drucken. Im Jahre 1445 kehrte er wieder nach Maynz zurück, und suchte da unablässig seine Kunst zu vervollkommnen. 1457 kam schon das erste Buch zum Vorschein. Bisher war sein Haus zu Maynz unter dem Namen zum Jungen bekannt; von jetzt an nannte er es zum Guten Berge, wovon ihm selbst in der Folge der Zuname Guttenberg beygelegt wurde.

17) In den letzten 7 Jahrhunderten wurden sehr viele Erfindungen gemacht, unter denen die Erfindung des Schießpulvers 1330 durch Berthold Schwarz; des Erdtheils Amerika ungefähr um das Jahr 1470 durch Martin Behaim von Nürnberg *); des Astrolabiums oder Kompaßes 1458 von ebendemselben; des Papiers 1470 durch Antonius und Michael aus Gallizien; der Sackuhren 1500 durch Peter Helle aus Nürnberg; der Windbüchsen 1560 durch einen Nürnberger; der Ferngläser 1590 durch Zacharias Janson; des Mikroskops 1624 durch Galilei; des Hörrohrs 1648 durch Athanasius Kircher; der Luftpumpe 1664 durch Otto von Guerike; des Sprachrohrs 1670 durch Samuel Morland aus England; des Blitzableiters 1752 durch Franklin aus Amerika; der Harmonika 1761 durch ebendenselben; des Luftballs 1783 durch Stephan und Joseph Montgolfier; des Telegraphen 1794 durch

---

*) Eine Karte dieses Martin Behaims, worinn er seine Entdeckungen anzeigte, gab nachhin dem Christoph Colombo Anlaß, die Entdeckungen von Amerika weiter fortzusetzen.

Chappe; der Kuhpocken 1797 durch Doktor Jenner in England, die wichtigsten sind.

18) Die merkwürdigsten Städte vom Königreiche Baiern sind: Amberg mit 7337 Einwohnern, Ansbach mit 11370, Augsburg mit 28500, Bayreuth mit 9000, Bamberg mit 19555, Burghausen mit 2040, Eichstädt mit 5880, Erlangen mit 9000, Fürt bey Nürnberg mit 12500, Ingolstadt mit 4175, Innsbruck mit 8800, Kempten mit 8000, Landshut mit 7800, Memmingen mit 7000, München mit 56000, Neuburg mit 4760, Nürnberg mit 27000, Passau mit 8325, Regensburg mit 22000, Salzburg mit 15000 und Straubing mit 5428.

19) Baiern hat sehr hohe Berge. Der Fichtelberg ist 3521 Fuß über die Meeresfläche enhaben, der Brenner 4454, der Hochvogel 9000, der Watzmann 9058, der große Kogel 9100, das Höchhorn 10381, der hohe Narr 10630, der Wiesbachhorn 11000, der Groß-Glockner 12978, der Ortles 14466.

20) Baiern zählt 30000 Dörfer, Schlösser, Weiler und Einöden.

21) Als Moses das Volk Israel in der Wüste zählte, fand er vom Stamme Ruben 46500; vom Simeon 59300; vom Gad 45650; vom Juda 74600; vom Issachar 54400; vom Sebulon 57400; vom Ephraim 40500; vom Manasse 32200; vom Benjamin 35400; vom Dan 62700; vom Aser 41500; und vom Nephtali 53400 Mann.

22) Werfet einen aufmerksamen Blick auf folgende Tabelle, und lernet daraus die Zeit schätzen!

Wer täglich verliert	verliert in 3 Jahren		in 50 Jahren	
Minuten	Stunden	Minuten	Stunden	Minuten
1	18	15	304	10
2	36	30	608	20
3	54	45	912	30
4	73	—	1216	40
5	91	15	1520	50
10	182	30	3041	40
20	375	—	6083	20
30	557	30	9125	—
40	730	—	12166	40
50	912	30	15208	20
1 Stunde	1095	—	18250	—
2 = =	2190	—	36500	—
3 = =	3285	—	54750	—
4 = ,	4380	—	73000	—
5 = =	5475	—	91250	—

23) In Baiern findet man sehr große Wälder, so hält z. B. der Anzinger-Forst 14406 Tagwerk, der Bernstädter 21164, der Jenbacher 24919, der Kössen

25545, der Grunner 34100, der Sebaldi-Forst 36000, der Kufsteiner 36200, der Achenthaler 42911, der Wolfsteiner 42953, der Bühlersee-Forst 47461, der Lorenzi-Forst 49666, der Rezer 60301, der Kulmainer 24810, der Brixlecker 68448, der Grünhundter 38771, der Zwisler 72819, der Mittenwalder 127912, der Kempter 281947 u. d. ü.

24) Nach der neuesten Zählung hat Berlin 7352 Häuser und 153000 bürgerliche Einwohner, die Garnison abgerechnet.

25) Im Jahre 1811 zählte Wien mit seinen 33 Vorstädten 7063 Häuser, 58970 Wohnuugen, 888 Geistliche, 4391 Adeliche, 4822 Beamte, 10177 Bürger, Professionisten, Künstler ꝛc., und in allen 238444 Seelen.

26) Die Stadt Paris hat 7 Stunden im Umfange und 2 im Durchschnitte; sie enthält 37000 Häuser, 1065 Strassen, 83 Plätze, 16 Brücken, 12 öffentliche Spaziergänge, 84 öffentliche Brunnen, 15 Hospitäler, 40 Unterrichtsanstalten, 8 Theater, 2000 Gastwirthe, 3000 Kaffeehäuser, 4500 Laternen, 29 Märkte, 12 Pfarreyen, 7 kaiserl. Palläste und 547556 Einwohner.

27) Nach einer im May 1811 gemachten Aufzählung beträgt Londons Bevölkerung mit den Vorstädten 1099104 Seelen, worunter 483781 männliche und 615323 weibliche sind. Dieser Berechnung zufolge hat die Bevölkerung von London in den letzten 10 Jahren um 133139 Menschen zugenommen; darunter sind gewiß 50000, die ihr Leben den Schutzpocken verdanken.

28) Die Einwohnerzahl Baierns beläuft sich gegenwärtig ungefähr auf 3565000 Seelen.

29) Die vielen Salzwerke von Westphalen liefern jährlich über 1000000 Zentner Salz, wovon ein Drit-

tel im Lande verbraucht, das Übrige aber ausgeführt wird, vorzüglich nach Preußen. In Frankreich werden gegenwärtig über 4000000 Zentner gewonnen, wovon 500000 Zentner nach der Schweiz gehen. Spanien hat viel Bergsalz. Rußland gewinnt aus seinen Bergwerken und Salzteichen jährlich 6000000 Zentner. Dänemark und Norwegen haben ungefähr ihren Bedarf. Die berühmten Salzwerke in Gallizien, Ungarn, Siebenbürgen und Österreich liefern jährlich 6 bis 7000000 Zentner. In Baiern zieht man aus den Salzquellen zu Reichenhall, Traunstein und Rosenheim, dann aus den Bergwerken zu Hall, Hallein und Berchtesgaden jährlich 800000 Zentner. Sachsen gewinnt jährlich ungefähr 300000 Zentner; die würtembergischen Salinen zu Sulz und Schwäbisch-Hall 100000 Zentner. Baden besitzt nur eine Saline zu Bruchsall, die jährlich 7000 Zentner giebt. In der Schweiz ist eine schöne Saline zu Bex im Kanton Bern. Die zu Neuhauß, Kissingen und Neustadt im Großherzogthum Würzburg liefern jährlich 60000 Zentner. Man kann also annehmen, daß in allen Staaten von Europa jedes Jahr ungefähr 30000000 Zentner Salz gewonnen werden, die, den Zentner zu 5 Franken angeschlagen, 125000000 Franken betragen.

30) Einer der vorzüglichsten teutschen Statistiker schätzt die gegenwärtige Bevölkerung von Europa auf 209000000 Seelen; nach der gewöhnlichen Angabe betrüge sie nur 170 bis 180000000.

31) Im Jahre 1810 wurden zu Paris verzehrt 15000 Kühe, 75000 Ochsen, 100000 Kälber, 300000 Tonnen Bier, 60000 Fässer Wein, 106000000 Pfund Brod; Miethkutschen zählt man 2800.

32) Die Nadelnfabriken in der baierischen Stadt

Schwabach verfertigen mit 1125 Gehilfen jährlich 380000 Strumpfstrickernadeln und 142957000 runde- und Schneidnadeln.

33) Die Kraft des Herzens ist sehr groß. Es schlägt ungefähr in Einer Minute 80mal. Das macht in Einer Stunde 4800, in Einem Tage 115,200, in Einem Jahre 42048000 und in 50 Jahren 2102400000 mal.

Beyspiele
um sich im Zahlenschreiben zu üben.

1) Auf dem feuerspeyenden Berge Ätna in Sicilien wachsen Eichen, die nicht selten **zwanzig** bis **fünf und dreyßig** Ellen dick sind. Noch merkwürdiger ist daselbst ein Kastanienbaum, der **hundert und zwey** Ellen im Umfange hat.

2) Man hat ausgerechnet, daß, wenn eine Kanonenkugel, die in einer Zeit eines einzigen Pulsschlages **sechshundert** Schritte fliegt, von unserer Erde aus nach der Sonne abgeschossen werden könnte, sie erst, wenn sie auch mit gleicher Geschwindigkeit fortliefe, nach einer Zeit von **fünf und zwanzig** Jahren und **zweyhundert drey und neunzig** Tagen in der Sonne ankommen würde. Ein Schiff, das in **vier und zwanzig** Stunden **fünfzig** Meilen zurücke legt, würde in einem fort über **tausend** Jahre segeln müssen, ehe es von unserer Erde bis zur Sonne käme.

3) Der Walchensee liegt um **fünfhundert zwey und neunzig** Schuh höher, als der benachbarte Kochelsee.

4) Das Gold ist sehr dehnbar. Aus einem einzigen Gran Goldes läßt sich ein Faden von **fünfhundert** Ellen ziehen. Und mit einer Unze Goldes kann man einen Silberfaden, der **vierhundert vier und vierzig** Stunden lang ist, so dicht vergolden, daß man selbst durch das Vergrößerungsglas das Silber nicht sehen kann.

5) In dem kleinen Thale Solfatara in Neapel, welches **achthundert** Schuh breit und **tausend zweyhundert** Schuh lang ist, steigt an sehr vielen Orten ein Rauch auf, der des Jahres über **tausend** Thaler einträgt, indem man über die dampfenden Ritzen Gefäße stellt, an welche sich der Dampf anlegt, und ein Salz zurück läßt, welches wahrer Salmiak ist.

6) Die Luft läßt sich in einen **eintausend dreyhundert vierzig** mal engern Raum, als ihr natürlicher Zustand ist, zusammen drücken, und stellt sich, wenn der Druck nachläßt, augenblicklich wieder her.

7) Die Höhe des bekannten Peissenbergs in Baiern beträgt **dreytausend vierhundert sechzehn** baierische Schuh, und ist um **eintausend sechshundert fünfzehn** Schuh höher, als die Sternwarte bey München, die nur **eintausend achthundert und einen** baierischen Schuh über die Mittelmeeresfläche erhaben ist.

8) Man setzt den größten Umfang der Erde auf **fünftausend vierhundert** Meilen, den größten Durchmesser, der uns ihre Dicke angiebt, auf **tausend siebenhundert zwanzig**, und den kleinsten auf **tausend siebenhundert zehn** Meilen.

9) Die größte bisher gemessene Tiefe des Meeres beträgt **viertausend sechshundert achtzig** Fuß; an manchen Stellen mag sie sich wohl vier bis fünfmal höher

belaufen, um nur unsern höchsten Bergen gleich zu kommen.

10) Pico von Mirandola, ein toskanischer Edelmann im 15ten Jahrhundert, konnte **zweytausend** ihm vorgesagte einzelne Wörter in derselben Ordnung wieder nachsprechen, und **zweyhundert** sogleich rückwärts hersagen. Themistocles lernte in Einem Jahre die persische Sprache, und konnte jeden seiner Mitbürger zu Athen, derer gewiß **zwanzigtausend** waren, bey ihren Namen nennen.

11) Der Chimborasso in Südamerika, der höchste Berg auf der Erde, ist **ein und zwanzig tausend, einhundert sechs und dreyßig** Pariser-Schuh über die Oberfläche des Meeres erhaben, und doch beobachtete Bouguer auf diesem Berge Wolken, die noch **achthundert** Toisen oder **viertausend achthundert** Fuß über demselben standen.

12) Man hat berechnet, wie stark der Druck der Luft ist, und hat gefunden, daß derselbe auf jeden Quadratfuß **zweytausend zweyhundert sechzehn** Pfund betrage. Wenn man annimmt, daß die Oberfläche eines erwachsenen Menschen **fünfzehn** Fuß ins Gevierte ausmache, so übt die Luft einen Druck von **drey und dreyßig tausend zweyhundert fünfzig** Pfund auf ihn aus.

13) Die Höhe des feuerspeyenden Berges Hekla in Island beträgt gegen **fünftausend achthundert** Schuh, die des Vesuvs bey Neapel **drentausend siebenhundert** und die des Ätna in Sicilien **vierzehn tausend siebenhundert vier und fünfzig** Fuß.

14) In Südbaiern, in der Schweiz und auf den Pyrenäen auf der Gränze zwischen Frankreich und Spa-

nien ist es in einer Höhe von **neun bis zehntausend** Fuß so kalt, daß es nie aufthauet. Diese Linie heißt daher auch die Schneegränze. Unter der Linie, das ist da, wo die Sonne ihre Strahlen senkrecht auf die Erde herabwirft, ist die Schneegränze **fünfzehntausend**, und an der Gränze der heißen Zone **zwölftausend** Fuß, aber gegen die Pole hin senkt sie sich bis zur Meeresfläche herab.

15) Der Mond, der fünfzig mal kleiner als die Erde ist, und nur **hundert acht** Meilen im Umfange hat, ist **zwey und fünfzig tausend** Meilen von der Erde entfernt.

16) Das Licht der Sonne, die über 20 Millionen Meilen von der Erde entfernt ist, braucht acht Minuten, sieben und eine halbe Sekunde, bis es auf die Erde kömmt. Das Licht macht also in einer Sekunde einen Weg von **vierzigtausend** Meilen, und ist **sechshundert tausend** mal geschwinder, als der Schall, der in einer Sekunde etwa **tausend zweyhundert** Fuß und in 22 Sekunden eine teutsche Meile durchläuft.

17) Die gewöhnliche Anzahl der Haare auf dem Kopfe eines Menschen beläuft sich auf **einhundert vierzig tausend.**

18) Das Licht des Mondes ist, selbst im Vollmonde, über **zweyhundert tausend** mal schwächer, als das Licht der Sonne.

19) Ein Münchener Schäffel Weizen von mittlerer Güte enthält nach Herrn Professor Prändels Berechnung **sieben Millionen sieben und achtzig tausend** Körner.

20) Die Sonne, die **eine Million dreyhundert tausend** mal größer als unsere Erde ist, ist zwanzig

Millionen, dreyhundert acht und achtzig tausend achthundert und achtzig Meilen von uns entfernet.

21) Die Bahn, welche die Erde um die Sonne, als ihren Mittelpunkt, jährlich einmal zurücklegt, ist länglichrund, und beträgt einhundert fünfzehn Millionen, siebenhundert achttausend siebenhundert neun und sechzig Meilen. Davon muß die Erde in jeder Sekunde zwey und zwey Drittel=, in einer Minute zweyhundert zwanzig=, in einer Stunde dreyzehn tausend zweyhundert=, und in einem Tage dreyhundert sechzehntausend achthundert Meilen durchlaufen.

Besitzen die Rechenschüler die Fertigkeit, die Zahlen richtig zu lesen und zu schreiben, dann ist es Zeit, sie auch mit den Veränderungen derselben bekannt zu machen *).

Eine Zahl wird verändert, wenn man sie **größer** oder **kleiner** macht. Das **Vergrößern** oder **Vermehren** einer Zahl kann auf eine doppelte Art geschehen:

1) Wenn ich zu einer Zahl eine oder mehrere andere hinzuthue, z. B. wenn ich zu 3 noch 2 hinzusetze, so entsteht dadurch 5; thu ich zu 5 wieder 4 hinzu, so wird daraus 9. Man sagt aber gewöhnlich: 3 und 2 ist 5 und 4 dazu ist 9. Dieses Verfahren heißt dann nach der Kunstsprache **Addiren** oder **Zusammenzählen**, und wird in Rechnungsbüchern durch das geradestehende Kreuz + angezeigt, und durch das Wörtchen **und** oder **dazu** ausgesprochen.

---

*) Daß die Rechenschüler schon viel früher mit den Veränderungen der Zahlen bekannt gemacht werden müssen, ehe sie Zahlen bis in die Millionen zu lesen und zu schreiben wissen, versteht sich von selbst.

2) Wird eine Zahl auch dadurch größer, wenn eine und die nämliche Zahl im Zählen öfter wiederhohlt wird, z. B. 4 und 4 ist 8 und 4 dazu ist 12; wofür aber man kürzer sagt; 3 mal 4 ist 12. Diese Art Vergrößerung heißt dann **Multipliziren** oder **Vervielfältigen** oder auch **Vermehren**, und wird in Rechnungsbüchern durch das schiefstehende Kreuz × ausgedrückt, und durch **mal** ausgesprochen.

Auf gleiche Weise läßt sich eine Zahl auch auf doppelte Art **kleiner** machen oder **vermindern**:

1) Wenn ich von einer Zahl eine kleinere **einmal** wegnehme, z. B. 3 von 8 bleibt 5. Diese Verrichtung heißt man **Subtrahiren** oder **Abziehen**, und wird mit einem kurzen Querstrich bemerkt, und **weniger** oder **von** gelesen.

2) Wird eine Zahl auch kleiner, wenn von ihr eine kleinere Zahl **so oft** weggenommen wird, als es nur immer **möglich** ist. Z. B. 4 von 12 bleibt 8, und 4 von 8 bleibt 4, und 4 von 4 bleibt 0. Man sagt aber kürzer: 4 ist in 12 dreymal enthalten, oder 4 kann von 12 dreymal weggenommen werden. Dieses Benehmen heißt man nun endlich **Dividiren** oder **Theilen**, und wird durch einen Doppelpunkt : angemerkt, und also gelesen: **dividirt durch.**

Außer diesen angeführten Zeichen giebt es nun auch noch ein Zeichen der Gleichheit, welches gesetzt wird, wenn zwey Zahlen einer dritten gleich sind, und durch zwey über einander liegende Querstriche wie hier = ausgedrückt, und durch **ist gleich** ausgesprochen wird. Folgende Beyspiele sollen die bisher angeführten Zeichen in ein helleres Licht setzen.

5 + 4 = 9 heißt: 5 und 4 ist gleich 9.
6 — 2 = 4 heißt: 6 weniger 2 ist gleich 4.
3 × 4 = 12 heißt: 3 mal 4 ist gleich 12.
12 : 4 = 3 heißt: 12 dividirt durch 4 ist gleich 3.

Die Wissenschaft nun, die uns die Zahlen und ihre Eigenschaften kennen lernt, um aus gegebenen Zahlen nach gewissen Regeln andere uns unbekannte zu finden, heißt Rechenkunst oder Arithmetik.

Das ganze Rechnen ist im Grunde nichts anders, als ein Hinzuthun zu einer Menge und ein Davonthun von einer Menge. **Addition** (Vermehrung) und **Subtraktion** (Verminderung) machen das ganze Rechnen aus. Alles übrige ist nur erfunden worden, um das Addiren und Subtrahiren zu erleichtern und abzukürzen; denn das Multipliziren ist nur eine kürzere Art des Addirens, und das Dividiren ein kürzeres Verfahren des Subtrahirens.

Zweyter Abschnitt.

Vom Addiren oder Zusammenzählen gleichbenannter Zahlen.

Wenn mehrere Zahlen gegeben sind, und man finden soll, wie viel sie alle zusammen in **einer Zahl** ausmachen, so hat man dazu eine eigene Rechnungsart nöthig, welche man das **Addiren** oder **Zusammenzählen** nennt. Die gegebenen Zahlen, welche man zusammenzählen soll, nennet man **Posten**, und die durch das Zusammenzählen gefundene unterste Zahl heißt **Betrag** oder **Summe**, welche allein so viel gilt, als alle obigen zusammen genommen.

Wenn ihr 3 Äpfel und 2 Äpfel und 1 Apfel zusammen zählen oder addiren sollet, so saget ihr: 3 und 2 ist 5 und 1 ist 6. Die gefundene Zahl 6 hier ist die **Summe** oder der **Betrag**; und die Zahlen 3 und 2 und 1, welche ihr zusammenzählen mußtet, heißen Posten.

Das Addiren ist ganz leicht, und ihr werdet darin bald glückliche Fortschritte machen, wenn ihr euch

mit der jetzt folgenden Zusammenzählungs-Tabelle recht bekannt machet.

Zusammenzählungs-Tabelle.

1 + 1 = 2	4 + 1 = 5	7 + 1 = 8
1 + 2 = 3	4 + 2 = 6	7 + 2 = 9
1 + 3 = 4	4 + 3 = 7	7 + 3 = 10
1 + 4 = 5	4 + 4 = 8	7 + 4 = 11
1 + 5 = 6	4 + 5 = 9	7 + 5 = 12
1 + 6 = 7	4 + 6 = 10	7 + 6 = 13
1 + 7 = 8	4 + 7 = 11	7 + 7 = 14
1 + 8 = 9	4 + 8 = 12	7 + 8 = 15
1 + 9 = 10	4 + 9 = 13	7 + 9 = 16
2 + 1 = 3	5 + 1 = 6	8 + 1 = 9
2 + 2 = 4	5 + 2 = 7	8 + 2 = 10
2 + 3 = 5	5 + 3 = 8	8 + 3 = 11
2 + 4 = 6	5 + 4 = 9	8 + 4 = 12
2 + 5 = 7	5 + 5 = 10	8 + 5 = 13
2 + 6 = 8	5 + 6 = 11	8 + 6 = 14
2 + 7 = 9	5 + 7 = 12	8 + 7 = 15
2 + 8 = 10	5 + 8 = 13	8 + 8 = 16
2 + 9 = 11	5 + 9 = 14	8 + 9 = 17
3 + 1 = 4	6 + 1 = 7	9 + 1 = 10
3 + 2 = 5	6 + 2 = 8	9 + 2 = 11
3 + 3 = 6	6 + 3 = 9	9 + 3 = 12
3 + 4 = 7	6 + 4 = 10	9 + 4 = 13
3 + 5 = 8	6 + 5 = 11	9 + 5 = 14

3 + 6 = 9	6 + 6 = 12	9 + 6 = 15
3 + 7 = 10	6 + 7 = 13	9 + 7 = 16
3 + 8 = 11	6 + 8 = 14	9 + 8 = 17
3 + 9 = 12	6 + 9 = 15	9 + 9 = 18.

Da ihr nun aus vorstehender Zusammenzählungs-Tabelle jede Summe von zwey Posten sogleich und sicher anzugeben wisset, so vernehmet nun auch die wenigen Regeln, die ihr beym schriftlichen Addiren befolgen müsset. Sie sind folgende:

Erste Regel.

Schreibet die Zahlen, die ihr zusammenzählen wollet, so unter einander, daß die Ziffern von einerley Rangordnung **gerade** unter einander kommen, nämlich Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte, Tausende unter Tausende u. s. w., eben so auch Gulden unter Gulden, Pfund unter Pfund u. s. f. weil nur gleichartige Zahlen zusammen gezählt werden können; denn es ist leicht einzusehen, daß Gulden und Pfund, Zehner und Einheiten, Pfennige und Groschen nie in eine Summe können gebracht werden, außer man giebt ihnen einen andern gemeinschaftlichen Namen, wie bereits im ersten Abschnitte gezeigt wurde.

Zweyte Regel.

Ziehet unter die Posten einen Querstrich, damit ihr in der Folge die Summe nicht auch für einen Posten ansehet, und dadurch in Verwirrung kommet.

Dritte Regel.

Addirt zuerst von unten hinauf die Einheiten, dann die Zehner, darauf die Hunderte, sodann die Tausende ꝛc., und schreibet die gefundene Summe jedesmal, wenn sie nicht mehr als 9 beträgt, gleich unter die Zifferreihe, welche ihr gezählet habet.

Wenn nun folgende Zahlen zusammen gezählt werden sollen 231 + 456, so müßte dieß den angegebenen Regeln zufolge auf nachstehende Art geschehen.

	Einheiten-Reihe	Zehner-Reihe	Hunderter-Reihe
Posten	231		
	456		
Summe	687		

Nachdem die Aufgabe gehörig angeschrieben war, sagte man: 6 Einheiten und 1 geben die Summe von 7 Einheiten. Dann 5 Zehner und 3 machen die Summe von 8 Zehnern. Endlich 4 Hunderte und 2 machen zusammen 6. Die Summe der 7 Einheiten, so wie die beyden Summen der Zehner und Hunderter wurden jedesmal gleich nach der Zusammenzählung unter den Querstrich gesetzt, weil keine derselben über 9 beträgt.

Sehet noch ein Paar Beyspiele an:

	I.	II.	III.	IV.
Posten	5	43	123	2301
	2	21	202	235
Summe	7	64	325	2536

Vierte Regel.

Wenn die Summe einer Zifferreihe oder Säule über 9 steigt, das ist, zweystellig wird, z. B. 27, dann wird die zur Rechten stehende niedrigste Ziffer 7 unter den Querstrich herabgesetzt, und die zur Linken stehende Ziffer 2 als 2 Zehner zu der gleich darauf folgenden Zehner-Säule genommen, z. B.

Einheiten-Säule
Zehner-Säule
Hunderter-Säule

318
524
637
119

1598

Zählet rechts aufwärts die Säule der **Einheiten**, indem ihr saget: 9 und 7 ist 16 und 4 ist 20 und 8 ist 28. Die Summe 28 besteht aus 2 Zehnern und 8 Einheiten; setzet nun die 8 **Einheiten** unter dem Querstriche an der Einheitenstelle an, und die übrigen 2 **Zehner** behaltet zu der nächsten zur Linken stehenden **Zehner-Säule**, wo ihr sie einzählet, und saget: 2 und 1 ist 3 und 3 ist 6 und 2 ist 8 und 1 ist 9. Setzet die 9 **Zehner** ohne weiters an der Zehnerstelle an, und zählet darauf die **Säule der Hunderter**, als: 1 und 6 ist 7 und 5 ist 12 und 3 ist 15. Die Summe 15 Hundert macht 1 Tausend und 5 Hunderte. Setzet nun die 5 **Hunderte** an der dritten Stelle an und so auch die 1 **Tausend** an der 4ten, weil es hier keine andern Tausender mehr giebt, die addirt werden sollten.

Man könnte die im Sinne behaltene Zahl auch über den Querstrich unter die nächstfolgende Ziffersäule ganz klein hinschreiben, und da einzählen, wie in folgenden Beyspielen zu sehen ist:

I.	II.	III.
4336	4580	60390
1327	2291	2284
1	92	3094
5663	2	12172
	6963	3 1
		77940

Wenn beym Zusammenzählen einer sehr großen Ziffer-Säule eine dreystellige Zahl als Summe heraus kömmt, z. B. 143, so schreibet die zur Rechten stehende Ziffer 3 als 3 Einheiten an, und behaltet 14 zur nächsten Ziffersäule, z. B.

127	In nebenstehendem Beyspiele kömmt in der
638	Einheiten-Säule nach der Zählung 124 als
547	Summe heraus. Setzet nun die zur Rechten
399	stehenden 4 Einheiten gerade unter die Ein-
448	heiten-Säule, wo solche herausgekommen,
556	und zählet die andern 12 Zehner zu der näch-
267	sten Zehner-Säule, indem ihr saget: 12 und
778	8 ist 20 und 5 ist 25 u. s. w. In der Zeh-
689	ner-Säule ist die Summe 100; setzet nun
458	die letzte an der Einheitenstelle stehende 0 an,
149	und nehmet die übrigen 10 zur nächsten Säule
358	der Hunderter, wo ihr saget: 10 und 2 ist 12
569	und 6 ist 18 u. s. f. Die letzte Summe der
278	dritten-Säule beträgt 72, und wird gleich
656	ganz angesetzt, weil keine Ziffer-Säule mehr
287	da ist, zu welcher ihr etwas zählen könntet.
7204	

Einige Hülfsmittel zum geschwinden Addire.

I. Lernet das Einmalseins recht fertig auswendig; denn es thut in folgenden Fällen gute Dienste, als:

1.) Wenn man zwey, drey oder mehrere gleiche Ziffern zu addiren hat; denn da kann man selbe gleich zusammen nehmen, und ihre Summe finden: z. B. bey 7 und 7 und 7 sagt man gleich: 3 mal 7 ist 21; bey 8 + 8 + 8 + 8 + 8 saget ihr: 5 mal 8 machen 40; 6 mal 9 betragen 54 u. s. w.

2.) Wenn ihr z. B. 6, 7, 6 addiren sollet; so saget gleich 3 mal 6 ist 18 und 1 dazu ist 19.

3.) Eben so denkt man sich bey 9, 8, 9 gleich 3 mal 9 ist 27 weniger 1, also 26. Oder auch: 3 mal 8 giebt 24 und die noch vorhandenen 2 Einheiten dazu, machen 26.

4.) Bey drey Zahlen, die gerade auf einander folgen,

4 6 9

z. B. 5 oder 7 oder 10 darf man nur die mittelste

6 8 11

dreymal nehmen, oder mit 3 multipliziren, so hat man ihre Summe, nämlich 3 mal 5 ist 15; 3 mal 7 ist 21; und 3 mal 10 ist 30.

5.) Wenn eine Zahl um 1 größer ist, als die andere. Um z. B. die Summe aus 7 und 8 zu finden, dürfet ihr nur denken: 2 mal 7 ist 14, und 1 dazu ist 15.

6.) Auch wenn z. B. 18 und 8 addirt werden sollen, so denket: 2 mal 8 ist 16 und 10 noch dazu, ist 26. Eben so wird die Summe von 36 und 6 gefunden; indem man sich zuvörderst vorstellt: 6 und 6 (also 2 mal 6) ist 12: und dazu noch

30 addirt, giebt 42. Eben so verfährt man in jedem Falle, wo man 2 Zahlen addiren soll, die in ihrer Einheitenstelle einerley Ziffern haben.

II. Wenn man 9 zu einer andern Zahl addiren soll, so addirt man zuerst 10 anstatt 9, und zählet dann zurück. Z. B.

Wenn ihr 9 zu 25 addiren sollet, so denket: 25 und 10 wäre 35, also ist 25 und 9 nur 34. Ferner: 82 und 10 wäre 92, also ist 82 und 9 nur 91.

III. Sollet ihr dagegen eine andere Zahl zu 9 addiren, so sucht man zuvörderst auf 10 zu kommen, z. B. 9 und 5 ist: 9 und 1 (das ist 10) und noch 4, also 14. Ferner 9 und 6 ist: 9 und 1 (das ist 10) und noch 5, also 15.

Betrachtet nur folgende Summen mit einiger Aufmerksamkeit; so werdet ihr sehen, daß es sehr leicht ist, eine jede beliebige Ziffer zu 9 zu addiren.

2	3	4	5	6	7	8	9
9	9	9	9	9	9	9	9
11	12	13	14	15	16	17	18

IV. Wer einmal weiß, daß 8 und 7 zusammen 15 ausmachen, der kann leicht einsehen, daß 8 und 17 zusammen 25 seyn muß, u. s. w.

8 und 7 ist 15	6 und 5 ist 11	7 und 5 ist 12	9 und 4 ist 13	5 und 4 ist 9
8 und 17 ist 25	16 und 5 ist 21	57 und 5 ist 62	39 und 4 ist 43	55 und 4 ist 59

V. Gewöhnet euch, zwey über einander stehende Ziffern gleich auf einmal zusammen zu nehmen, besonders solche, die gerade 10 zusammen ausmachen, als:

1 2 3 4 5
9 8 7 6 5

VI. Beym Addiren zweyer Zahlen denkt man sich gerne die größere Zahl zuerst, und rechnet darauf die kleinere hinzu. Der Satz: 9 und 2 ist 11, ist leichter zu übersehen, als 2 und 9 ist 11.

Probe der Addition.

Unter den vielen Proben, die es giebt, ist noch immer die beßte und anwendbarste folgende: Wenn man nämlich die Aufgabe zweymal rechnet, einmal von unten hinauf, und einmal von oben herab; kömmt immer die nämliche Summe heraus, so kann man annehmen, daß die Rechnung richtig sey.

Die einzige und sicherste Probe wäre freylich die Subtraktions-Probe, wo man von der Summe einen Posten nach dem andern abzieht, bis sich am Ende alles aufhebt; denn die Summe besteht aus der Sammlung aller Posten; wenn nun einer nach dem andern wieder weggenommen wird, so muß am Ende nothwendig die Summe gänzlich aufhören. Diese Probe wäre zwar, wie gesagt, ganz sicher, allein da wir noch nicht zu subtrahiren verstehen, und diese Art Probe auch zu weitläufig wäre; so lassen wir's bey der vorgeschlagenen bewenden.

Aufgaben zur Übung.

1) 1 und 2 Äpfel; wie viel sind es? — Antwort: 3 Äpfel.

2) 1 und 3 Birnen; wie viel sind es? — Antwort: 4 Birnen.

3) 2 und 3 Nüße; wie viel sind es? — Ant. 5 Nüße.

4) 3 und 3 Zwetschken; wie viel sind es? — Ant. 6 Zwetschken.

5) 3 und 4 Kirschen; wie viel sind es? — Ant. 7 Kirschen.

6) Peter war in einem Orte 4 Jahre im Dienste, und an einem andern Orte auch 4 Jahre; wie lange diente er? — Ant. 8 Jahre.

7) Christian gieng mit 5 Jahren schon in die Schule, und nach 4 Jahren konnte er schon hübsch antworten, lesen, schreiben und rechnen; wie alt war er, da er die Schule verließ? — Ant. 9 Jahre.

8) 5 Finger an der rechten, und 5 Finger an der linken Hand; wie viel machen dieß Finger? — Ant. 10 Finger.

9) Wie viel Kreuzer machen 5 und 6 kr.? — Ant. 11 kr.

10) Wie viel Groschen sind 6 und 7 Gr.? — Ant. 13 Groschen.

11) Wie viel Batzen machen 7 und 8 Bz.? — Ant. 15 Batzen.

12) Wie viel Sechser machen 8 und wieder 8? — Ant. 16 Sechser.

13) Wie viel Zwölfer machen 8 und 9 Zwölfer? — Ant. 17 Zwölfer.

14) Jemand läßt sich einen Rock machen, und giebt aus: Für Tuch 7 fl.; für Unterfutter 1 fl.; dem Schneider für Macherlohn, Knöpfe, Zwirn und andere kleine Ausgaben 2 fl.; was kostet der ganze Rock? — Ant. 10 fl.

15) Wie weit ist's von München bis Weilheim? Man rechnet von München bis Starnberg 6 Stunden, von da bis Traubing 2 St.; und von da bis Weilheim 3 St.? — Ant. 11 St.

16) In einem Garten stehen 4 Äpfel- 6 Birn- 3 Kirsch- und 2 Zwetschkenbäume; wie viel Bäume sind dieß? — Ant. 15 Bäume.

17) Ein Knabe bekam von seinem Vater nach und nach 3 Gr. 4 Gr. 5 Gr. 6 Gr.; wie viel hat er in allen erhalten? — Ant. 18 Gr.

18) Eine Karte hat 4 Aß; 4 Könige; 4 Ober- und 4 Unterknechte; 4 Zehner; 4 Neuner; 4 Achter; 4 Siebener und 4 Sechser; aus wie viel Briefen besteht diese Karte? — Ant. Aus 36 Briefen.

19) Ein Dienstbothe hat von seinem Jahrlohne 11 fl. und 10 fl.; wie viel in allen eingenommen? — Ant. 21 fl.

20) Gottlieb hat 12 und 10 kr.; wie viel in allen empfangen? — Ant. 22 kr.

21) Konrad hat 13 und 15 kr.; wie viel in allen entlehnt? — Ant. 28 kr.

22) Xaver hat 18 und 20 kr.; wie viel in allen ausgeliehen? — Ant. 38 kr.

23) Fritz ist 15 und 14 Tage; wie lange in allen krank gelegen? — Ant. 29 Tage.

24) Gottlieb ist 16 Jahre alt. Wie alt ist Friedrich, wenn er um 13 Jahre älter ist? — Ant. 29 Jahre.

25) Peter wiegt 49 und Paul 50 Pfund; wie viel wiegen sie zusammen? — Ant. 99 ℔.

26) Wilhelm hat 24 kr. im Sacke. Nun schob er noch 12 kr. dazu; wie viel hat er jetzt im Sacke? — Ant. 36 kr.

27) Franz hat 45 und 63 fl.; wie viel in allen einzubringen? — Ant. 108 fl.

28) Michael hat 46 und 72 fl.; wie viel in allen heimgebracht? — Ant. 118 fl.

29) Ein Reisender verzehrte im Hinwege 50, im Rückwege 53 fl.; wie viel hat er in allen verzehrt? — Ant. 103 fl.

30) Ein Mäusefanger hat in einem Orte 55, in einem andern Orte 63 Mäuse; wie viel in beyden Orten gefangen? — Ant. 118 Mäuse.

31) Ich bin alt 29 Jahre, mein Bruder ist um 6 Jahre älter als ich; wie alt ist mein Bruder? — Ant. 35 Jahre.

32) Eine Magd kaufte um 24 kr. Fleisch und Kräuter, und für 8 kr. Eyer; was gab sie in allen aus? — Ant. 32 kr.

33) Bey einer Jagd wurden 15 Füchse und 16 Hasen erschossen; wie viel Stücke sind dieß? — Ant. 31 Stücke.

34) Karl erhielt an seinem Namenstage von seinem Vater 24, und von seiner Mutter 16 kr.; wie viel hat er in allen erhalten? — Ant. 40 kr.

35) Jemand warf mit Würfeln 6, 7, 12; wie viel warf er in allen? — Ant. 25.

36) 8 Vorder- oder Schneidezähne; 4 Eck- oder Hundszähne, und 20 Backenzähne; wie viele Zähne sind dieß? — Ant. 32 Zähne.

37) Diebe fischten in verschiedenen Weihern. In einem fiengen sie 8, im andern 9, und im dritten 10 Fische; wie viele Fische bekamen sie in allen? — Ant. 27 Fische.

38) Einer kaufte um 34 fl. eine Uhr; und um 27 fl. einen Degengriff; was gab er in allen aus? — Ant. 61 fl.

39) Einer legte eine Baumschule an, und setzte im ersten Jahre 29; im zweyten 30; im dritten 39 Bäumchen ein; wie viel hat er in allen eingesetzt? — Ant. 98 Bäumchen.

40) Ein Bauer pflückte seine Äpfel. Die Bäume sind noch jung, und tragen wenig. Der erste hat 12; der zweyte 16; und der dritte 19 Äpfel; wie viele Äpfel hat er in allen bekommen? — Ant. 47 Äpfel.

41) Einer ließ sein Haus ausbessern, und gab für Ziegel 4 fl.; für Holz 9 fl.; für Bretter 2 fl.; für Handwerker 12 fl. aus; wie theuer kam ihm die ganze Ausbesserung? — Ant. 27 fl.

42) Ein Krämer verkaufte 12 ℔. Zucker; 10 ℔. Kaffee; 7 ℔. Pfeffer und 2 ℔. Öl; wie viel hat er in allen verkauft? — Ant. 31 ℔.

43) Eine Bäuerinn verkaufte an etwelche Frauen Eyer. Die erste kaufte ihr 29; die zweyte 28; die dritte 25: und die vierte 8 Eyer ab; wie viel Eyer hat die Bäuerinn in allen verkauft? — Ant. 90 Eyer.

44) Ein Landmann führte einen jungen Widder, ein jähriges Kühkalb, einen Stier und ein Pferd zu Markte. Er verkaufte den Widder um 7 fl.; das Kühkalb um 20 fl.; den Stier um 40 fl.; das Pferd um 77 fl.; was hat er für alles eingenommen? — Ant. 144 fl.

45) Eine Frau bezahlte dem Krämer 45 fl.; dem Schneider 17 fl.; dem Schuster 15 fl.; der Köchinn 24 fl.; wie stark war ihre ganze Ausgabe? — Ant. 101 fl.

46) Eine Familie besteht aus Vater, Mutter, und zweyen Kindern. Der Vater ist 72, die Mutter 54, das erste Kind 37, das zweyte 32 Jahre alt; wie alt sind sie zusammen? — Ant. 195 Jahre.

47) Ein Student empfieng das erste Jahr von seinen Eltern 89 fl.; das andere Jahr 90 fl.; das dritte Jahr 99 fl.; das vierte Jahr 100 fl.; wie viel hat er in allen diesen Jahren verbraucht? — Ant. 378 fl.

48) Ein Bauer schüttelte seine Birnen ab; sein Weib, seine Kinder und seine Dirne halfen ihm auflammeln. Nun wollte er am Ende wissen, wie viel Birnen er abgeschüttelt habe. Er las auf 96; sein Weib 97; seine Kinder 198; und seine Dirne 99; wie viel Birnen sind dieß? — Ant. 490 Birnen.

49) Bey einer Belagerung wurden auf die Festung am ersten Tage 50; am zweyten 150; am dritten 200; am vierten 800 Bomben; wie viel in allen hineingeworfen? — Ant. 1200 Bomben.

50) Es baut jemand ein Haus. Der Maurermeister bekömmt 850 fl.; der Zimmermeister 334 fl.; der Schlosser und Schreiner 91 fl.; der Glaser 32 fl. an Trinkgeldern für die Arbeitsleute, und andere Aus-

gaben werden in allem ausgegeben 164 fl.; Was kostet das ganze Haus? — Ant. 1471 fl.

51) Ein reicher Mann machte sein Testament so: 100 fl. ins Waisenhaus; 200 fl. für's Armeninstitut; 20 fl. zur Bestreitung der Leichenkösten; und die noch übrigen 4000 fl. meinen Befreundten; wie reich war er? — Ant. 4320 fl.

52) Peter besitzt an Kapitalien 5000 fl.; an liegenden Gütern 9000 fl.; sein Haus wird auf 5700 fl. geschätzt; sein Hausgeräth wird auf 650 fl. angeschlagen; wie hoch beläuft sich sein ganzes Vermögen? — Ant. 20350 fl.

53) In einem Stalle befinden sich 12 Pferde, 30 Kühe, 10 Hennen, 11 Gänse und 9 Enten; wie viel Stücke sind dieß? — Ant. 72 Stücke.

54) In einer Küche sind 12 Häfen, 13 Häfendeckel, 13 Schüsseln, 7 Pfannen und 6 Kochlöffel vorräthig; wie starck ist der ganze Küchenvorrath? — Ant. 51 Stücke.

55) Man zählt im menschlichen Körper an der Hirnschalle 14; an dem übrigen Kopfe und dem Halse 46; in dem Rumpfe 67; in den Armen und Händen 62; in den Beinen und Füßen 60 Knochen; wie viel Knochen hat der Mensch? — Ant. 249 Knochen.

56) Ein Student in einem Kosthause zahlte für die Kost 50 fl.; für den Trunk 10 fl.; unter dem Jahre kam sein Vater, hinterließ ihm auch 2 fl.; er war auch schuldig dem Schneider 5 fl.; dem Schuster 2 fl.; an anderm, was er sonst brauchte, als Feder, Papier ꝛc. 3 fl.; zur Vakanzzeit kleidete man ihn neu, machte auch 30 fl.; wie viel kostete dieser Student in Einem Jahre? — Ant. 102 fl.

57) Man rechnet auf Erden 236 Arten Säugthiere; 939 Arten Vögel; 296 Arten Amphibien (die im Wasser und auf dem Lande leben, und ein rothes kaltes Blut haben); 424 Arten Fische; 2995 Arten Insekten; und 1164 Arten Würmer; wie viel Arten von Thieren sind dieses? — Ant. 6054 Arten.

58) Wie groß ist der wochentliche Zuckerverschleiß bey einem Krämer, bey dem die Liste von irgend einer Woche so aussieht: Sonntag 45 ℔.; Mondtag 32 ℔.; Dinstag 33 ℔.; Mittwoch 20 ℔.; Donnerstag 19 ℔.; Freytag 27 ℔.; Samstag 18 ℔.? — Ant. 194 ℔.

59) Ein Holzschläger hat mit seinen Gehülfen an Klaftern geschagen: 27, 18, 30, 12, 16, 48, 28, 9 Kl.; wie viel Klaftern betragen diese in der Summe, um sein Schlaglohn dafür fordern zu können? — Ant. 188 Kl.

60) Im Jahre 1798 waren in Wien gestorben: An der Lungensucht 1309; an der Abzehrung 647; an Blattern 612; an Schlagflüßen 472; an Nervenfiebern 465; an Faulfiebern 109; durch Unglücksfälle 35; an der Wasserscheue 4; wie groß ist die Anzahl dieser Verstorbenen? — Ant. 3653 Seelen.

61) Wie viele Schläge macht eine Stunden-Uhr in 12 Stunden, wenn sie Anfangs 1, dann 2, darauf 3 u. s. w. schlägt? — Ant. 78 Schläge.

62) Wie weit ist es von München bis nach Wien? Man rechnet von München bis Hohenlinden 8 Stunden; von da bis Haag 4 Stunden; von da bis Mühldorf 8 St.; von da bis Altenötting 3 St.; von da bis Marktl 6 St.; von da bis Braunau 4 St.; von da bis Altheim 4 St.; von da bis Ried 6 St.; von da bis Unter-Haag 4 St.; von da über die Gränze nach Lambach 6 St.;

von da nach Wels 4 St.; von da nach Linz 8 St.; von da nach Ens 6 St.; von da nach Strenberg 4 St.; von da nach Amstetten 6 St.; von da nach Kemlbach 4 St.; von da nach Mölk 6 St.; von da nach St. Pölten 6 St.; von da nach Sighartskirchen 8 St.; von da nach Burkersdorf 4 St.; und von da nach Wien 4 Stunden? — Ant. 113 Stunden.

63) Wie viel Schläge macht eine italiänische Stunden-Uhr in Zeit von 24 Stunden, da sie zu Mittage nach 12 Uhr nicht 1, sondern 13, um 2 Uhr 14, um 3 Uhr 15 und so weiter schlägt? — Ant. 300 Schläge.

64) Man giebt den Flächenraum der 5 Erdtheile und der bisher bekannten Inseln also an: Europa beträgt 171834 geographische Quadratmeilen, Asien 641093, Afrika 531638, Amerika 572110, Neuholland 143000, und alle übrige Inseln zusammen 1000000; wie viele Quadratmeilen kommen nun für das trockene Land heraus? — Ant. 3,059675 Quadratmeilen.

Dritter Abschnitt.

Vom Subtrahiren oder Abziehen gleichbenannter Zahlen.

Dieser Rechnungsart bedienet man sich, wenn man erfahren will, um wie viel eine gegebene Zahl größer sey, als eine andere; oder um wie viel eine gegebene Zahl von einer andern gegebenen unterschieden sey; oder auch wenn man wissen will; was noch übrig bleibe, wenn man eine gegebene Zahl von einer andern gegebenen abzieht.

Die **größere** von den zwey gegebenen Zahlen, von welcher die kleinere hinweggenommen oder abgezogen wird, heißt man die **Verminderungs-Zahl** oder **Minuend**, die **kleinere** den **Abzug** oder **Subtrahend**, und die nach dem Abziehen noch **übrig bleibende Zahl**, den **Rest** oder **Unterschied**. Z. B. Karl hat 5 Äpfel und Fritz nur 3 Äpfel. Möchtet ihr nun gerne finden, um wie viel Karl mehr Äpfel habe, als Fritz, so müsset ihr von Karls Äpfelzahl Fritzens 3 Äpfel wegnehmen. Thut ihr dieses; so bleiben noch 2 übrig, und diese übrig bleibende Zahl 2 heißt nun **Rest** oder **Unterschied**, welche anzeiget, daß 3 um 2 von

5 unterschieden ist, und zwar um 2 kleiner ist, als 5. Karls Äpfelzahl 5 ist die **Verminderungszahl**, oder **Minuend**, oder auch die zu **vermindernde Zahl**, weil sie wirklich vermindert wird; und Fritzens Äpfelzahl 3 heißt **Abzugszahl**, oder **Subtrahend**, oder auch **abzuziehende Zahl**, weil sie von der größeren abgezogen wird.

In folgender Abziehungs-Tabelle könnet ihr euch das Abziehen vorzüglich erleichtern, wenn ihr sie öfters durchgehet, und nach und nach im Gedächtnisse zu behalten suchet:

Abziehungs-Tabelle.

1	von	1	bleibt 0	3	von	3	bleibt 0
1	von	2	bleibt 1	3	von	4	bleibt 1
1	von	3	bleiben 2	3	von	5	bleiben 2
1	von	4	bleiben 3	3	von	6	bleiben 3
1	von	5	bleiben 4	3	von	7	bleiben 4
1	von	6	bleiben 5	3	von	8	bleiben 5
1	von	7	bleiben 6	3	von	9	bleiben 6
1	von	8	bleiben 7	3	von	10	bleiben 7
1	von	9	bleiben 8	3	von	11	bleiben 8
1	von	10	bleiben 9	3	von	12	bleiben 9

2	von	2	bleibt 0	4	von	4	bleibt 0
2	von	3	bleibt 1	4	von	5	bleibt 1
2	von	4	bleiben 2	4	von	6	bleiben 2
2	von	5	bleiben 3	4	von	7	bleiben 3
2	von	6	bleiben 4	4	von	8	bleiben 4

2 von 7 bleiben 5	4 von 9 bleiben 5
2 von 8 bleiben 6	4 von 10 bleiben 6
2 von 9 bleiben 7	4 von 11 bleiben 7
2 von 10 bleiben 8	4 von 12 bleiben 8
2 von 11 bleiben 9	4 von 13 bleiben 9

5 von 5 bleibt 0	7 von 7 bleibt 0
5 von 6 bleibt 1	7 von 8 bleibt 1
5 von 7 bleiben 2	7 von 9 bleiben 2
5 von 8 bleiben 3	7 von 10 bleiben 3
5 von 9 bleiben 4	7 von 11 bleiben 4
5 von 10 bleiben 5	7 von 12 bleiben 5
5 von 11 bleiben 6	7 von 13 bleiben 6
5 von 12 bleiben 7	7 von 14 bleiben 7
5 von 13 bleiben 8	7 von 15 bleiben 8
5 von 14 bleiben 9	7 von 16 bleiben 9

6 von 6 bleibt 0	8 von 8 bleibt 0
6 von 7 bleibt 1	8 von 9 bleibt 1
6 von 8 bleiben 2	8 von 10 bleiben 2
6 von 9 bleiben 3	8 von 11 bleiben 3
6 von 10 bleiben 4	8 von 12 bleiben 4
6 von 11 bleiben 5	8 von 13 bleiben 5
6 von 12 bleiben 6	8 von 14 bleiben 6
6 von 13 bleiben 7	8 von 15 bleiben 7
6 von 14 bleiben 8	8 von 16 bleiben 8
6 von 15 bleiben 9	8 von 17 bleiben 9

9 von 9 bleibt 0
9 von 10 bleibt 1
9 von 11 bleiben 2
9 von 12 bleiben 3
9 von 13 bleiben 4
9 von 14 bleiben 5
9 von 15 bleiben 6
9 von 16 bleiben 7
9 von 17 bleiben 8
9 von 18 bleiben 9

Wer sich in vorstehender Abziehungs-Tabelle wohl geübet hat, kann sich nun auch billig mit den Regeln der Subtraktion selbst bekannt machen; nur muß ich noch vorläufig erinnern, **daß, so wie nur gleichartige Dinge zusammengezählet werden können, man auch nur gleichartige Dinge von einander abziehen könne;** denn Niemand kann von 8 Äpfeln 3 Hunde abziehen; wohl aber Äpfel von Äpfeln u. s. w. Nun zur Sache selbst.

Erste Regel.

Schreibet die größere Zahl, das ist, die zu vermindernde Zahl, hinauf, und die kleinere, oder die Abzugszahl darunter, so daß, wie bey der Addition, die Einheiten unter die Einheiten, die Zehner unter die Zehner, die Hunderter unter die Hunderter u. s. w. genau unter einander zu stehen kommen. Darauf ziehet einen Querstrich darunter, um den Rest von den beyden obern Zahlen zu trennen.

Zweyte Regel.

Ziehet nun rechter Hand zuerst die Einheiten von den Einheiten, darauf die Zehner von den Zehnern, dann die Hunderter von den Hundertern u. s. w. ab, und schreibet den Rest jedesmal gleich unter den Querstrich an der Stelle an, wo selber geblieben ist. Z. B. Ihr sollet 342 von 765 abziehen; ihr schreibet also die kleinere Zahl unter die größere, als:

765 Verminderungs-Zahl oder Minuend
342 Abzugs-Zahl oder Subtrahend
423 Rest oder Unterschied.

Ihr saget hier bey den Einheiten: 2 von 5 bleiben 3; diese 3 setzet ihr nun an der Einheitenstelle an. Ferner bey den Zehnern saget ihr: 4 von 6 bleiben 2 Zehner; diese 2 Zehner werden ebenfalls gerade unter der Zehnerstelle angeschrieben. Endlich bey den Hundertern sprechet ihr: 3 von 7 bleiben 4 Hunderter.

Sehet noch ein Paar Beyspiele an:

I.	II.	III.	IV.
67	587	6789	99999
25	453	3456	54321
42	134	3333	45678

Dritte Regel.

Wenn in der Abzugs-Zahl keine Zehner oder Hunderter vorhanden seyn: dann könnet ihr auch keine Zehner und Hunderter unter die Verminderungszahl setzen uud abziehen. Sollet ihr z. B. 4 von 369 abziehen, so verfahret ihr auf folgende Art:

369 Ihr saget hier: 4 von 9 bleiben 5 Einheiten;
4 dann Nichts von 6 bleiben 6 Zehner; endlich:
365 Nichts von 3 bleiben 3 Hunderter.

Vierte Regel.

Wenn die untere Ziffer der obern gleich, sohin kein Unterschied da ist, dann ist der Rest 0. Z. B.

5078 Hier saget ihr bey den Einheiten: 8 von 8
5038 hebt sich auf, bleibt 0; bey den Zehnern: 3
40 von 7 bleiben 4; bey den Hundertern: 0 von 0 bleibt 0; und bey den Tausendern: 5 von 5 bleibt ebenfalls 0; die letzten 2 Nullreste werden aber nicht mehr angesetzt, weil die Nullen ganz zur Linken, wenn denselben keine geltende Ziffer vorangeht, nichts gelten, und also ganz überflüßig wären. Sehet noch folgende Beyspiele an:

I.	II.	III.
5304	79460	357964
1302	76450	352964
4002	3010	5000

Fünfte Regel.

Wenn ihr eine Ziffer von der über ihr stehenden nicht abziehen könnet, weil sie gegen die untere zu klein ist; dann entlehnet ihr von der nächsthöheren Ziffer linker Hand eine 1, welche 10 gilt, addirt selbe gleich in Gedanken zu der obern kleineren Ziffer, und zieht darauf die untere davon ab, als:

745
319
426

Saget hier: 9 von 5 kann man nicht abziehen; entlehnet daher oben von der nächsten Zehnerstelle linker Hand eine Einheit, und machet über derselben Ziffer, von welcher ihr selbe entlehnet habet, einen Punkt zum Zeichen, daß hier 1 weggeborget wurde, und die mit dem Punkte bezeichnete Ziffer also um 1 weniger gelte. Die entlehnte 1 ist ein Zehner, und gilt demnach 10; und so habet ihr 10 und 5, oder zusammen 15 Einheiten; nun könnet ihr 9 von 15 abziehen, und es bleiben noch 6 übrig. Ziehet nun auch die Zehner von einander ab; da aber von der Ziffer 4 auf der Zehnerstelle schon **eins** weggenommen, das ist, entlehnt wurde; so ist diese Ziffer 4 nicht mehr 4, sondern nur noch mehr 3; daher saget: 1 von 3 bleiben 2, und endlich: 3 von 7 bleiben 4. Noch ein Paar Beyspiele zur Ansicht:

I.	II.	III.
3456	6758	3741
2237	4369	2838
1219	2389	903

Sechste Regel.

Ist die Ziffer in der nächsten Stelle, von welcher ihr entlehnen wollet, eine Null; dann geht ihr so weit gegen die Linke fort, bis ihr auf eine wirklich geltende Ziffer stosset, nehmet da von ihr eine Einheit weg, und traget sie über die Nullen, welche ihr mit Punkten bezeichnet, zurück bis zu derjenigen Ziffer, von welcher ihr nicht abziehen konntet, und es ist nun eben so viel, als wenn ihr in alle übersprungenen Nullstellen 9, und da, wo ihr nicht abziehen konntet, 10 geschrieben hättet. Z. B.

60004	das ist:	5999(14)	
27536		2753 6	
32468		3246 8	

Ihr denket hier: 6 von 4 kann man nicht abziehen, und da in den nächsten drey Nullstellen zur Linken auch nichts entlehnet werden kann; so gehet ihr bis zur fünften Zifferstelle fort, und borget da von der Ziffer 6 eine Einheit. Traget nun die entlehnte Einheit über die drey Nullen zurück bis zur Ziffer 4, und schreibet sie da in Gedanken oder auch wirklich jedoch kleiner als eine **zehnfache Einheit** der Ziffer 4 zur Linken, woraus dann 14 entsteht. Nun heißt es: 6 von 14 bleiben 8; ferner: 3 von 9 bleiben 6, 5 von 9 bleiben 4, 7 von 9 bleiben 2, und endlich 2 von 5 bleiben 3, und der Rest ist 32468.

Die Ursache der Verwandlung der Nullen in 9er ist folgende: denn wenn ihr in der 5ten Stelle eine Einheit entlehnet, so habet ihr **einen Zehntausender** geborget; da ihr aber, um 6 von 4 abziehen zu können, nur 10 **Einheiten**, nicht aber einen **Zehntausender** brauchet; so zertheilet ihr **denselben**, und leget davon 9 Tausender als entbehrlich auf die 4te-, 9 **Hunderter** auf die 3te- und 9 **Zehner** auf die 2te Stelle; die noch übrigen 10 **Einheiten** aber addirt ihr zu der Ziffer 4: von welcher ihr nicht abziehen konntet. Dieses ist nun die Ursache, warum die Nulle an der 2ten Stelle 9 Zehner, an der 3ten 9 Hunderter und an der 4ten 9 Tausender vorstellet. Ihr gebet durch dieses Verfahren den leeren Stellen das, was ihr nicht nöthig habet, nämlich: 9990. Eben so verhält es sich auch mit allen übrigen Zahlen dieser Art; borget ihr z. B. von 10 eine Einheit,

so bleiben der mit 0 besetzten Einheitenstelle die entbehrlichen 9 Einheiten, die ihr nicht nöthig hattet. Ferner entlehnet ihr von 100 einen Zehner, so kommen an die 2te Nullstelle die 9 Zehner oder 90, welche ihr nicht brauchet. Nehmet ihr von 1000 einen Zehner, so bleiben auf den leeren Stellen 990 liegen; borget ihr von 1000 aber nur **eine Einheit**, nicht aber 1 Zehner, dann bleiben 999 noch als entbehrlich übrig. Um die Richtigkeit dieses Verfahrens zu prüfen, dürfet ihr nur das Geborgte zu der Zahl wieder addiren, von welcher ihr geborget habet, und sie wird wieder in ihrem vorigen Zustande erscheinen. Wer im ersten Abschnitte das Gesetz: **„Die Einheit einer jeden höheren Stelle begreift zehn Einheiten der nächst niedrigeren in sich“** wohl verstanden hat, den mird die Verwandlung der Nullen in 9er nicht befremden. Man könnte obiges Beyspiel, um es mehr einzusehen, auch zergliedern, welches aus dem Grunde erlaubt, und auch richtig wäre, **weil das Ganze seinen Theilen gleich ist**, z. B.

...		...
60004		50000 + 9000 + 900 + 90 + 14
27536	ist gleich	20000 + 7000 + 500 + 30 + 6
32468		30000 + 2000 + 400 + 60 + 8

Betrachtet endlich auch nachfolgendes Beyspiel nebst der Erläuterung:

...	Hier saget ihr: 7 von 0 kann ich nicht abziehen; borget also bey der **Zehnerstelle** 1 Zehner, und saget: 7 von 10 bleiben 3; dann 6 von 0 kann ich wieder nicht abziehen, (denn an der Zehnerstelle ist jetzt 0, weil der dasige einzelne Zehner zu der Einheitenstelle geborgt wurde), entlehnet also an der **Hunderterstelle** eine Einheit und saget:
106410	
105867	
543	

get: 6 von 10 bleiben 4. Ferner: 8 von 3 kann ich wieder nicht abziehen, ich borge also bey der Tausenderstelle 1 Einheit, und spreche: 8 von 13 bleiben 5; weiter: 5 von 5 bleibt 0; 0 von 0 bleibt gleichfalls 0; und endlich 1 von 1 bleibt auch wieder 0; wird aber aus schon angeführter Ursache überall nichts angesetzt.

Siebente Regel.

Nimmt jemand an mehreren Orten Geld ein; bezahlt aber auch an mehreren Orten wieder aus, und will am Ende wissen, was er noch übrig habe, dann addirt man erst die Einnahms-Posten, dann die Ausgaben, jedoch jedes besonders, und zieht zuletzt die Ausgabs-Summe von jener der Einnahme ab, der Rest ist eigenes Vermögen. Ist aber die Ausgabs-Summe größer als die der Einnahme, dann ziehet ihr diese von jener ab, und der Rest zeiget eine Schuld an. Z. B. Peter nahm ein beym A. 16 fl., beym B. 23 fl., beym C. 134 fl. und beym D. 7 fl.; er bezahlt aber dem Schneider 17 fl., dem Schuhmacher 13 fl., dem Kaufmanne 78 fl. und dem Metzger 35 fl. Es fragt sich nun, wie groß die Einnahme, wie groß die Ausgabe und wie groß der Rest oder die Schuld sey. Ihr verfahret dabey auf folgende Art:

Ausarbeitung.

Einnahme:		Ausgabe:	
A.	16 fl.	Dem Schneider	17 fl.
B.	23 =	dem Schuhmacher	13 =
C.	134 =	dem Kaufmanne	78 =
D.	7 =	dem Metzger	35 =
	180 fl.		143 fl.

Einnahme 180 fl.
Ausgabe 143 =

37 fl. Rest oder eigenes Vermögen.

Probe der Subtraktion.

Man addirt die Abzugs-Zahl und den Rest zusammen. Ist die Summe derjenigen Zahl, von welcher man abgezogen hat, gleich; so ist die Rechnung richtig. Die Richtigkeit dieser Probe gründet sich auf Folgendes: Jede kleinere Zahl ist von einer größern unterschieden. Legt man nun das, um wie viel die kleinere von der größern unterschieden war, zu dieser kleineren Zahl selbst, so kömmt die größere wieder heraus. Z. B.

340651
Abzugszahl 43743 } werden addirt
und Unterschied 296908

Probe 340651 oder die obere Zahl.

Hülfsmittel zum geschwinden Subtrahiren.

1. Man lasse von den Anfängern die Reihen 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0 und 12, 10, 8, 6, 4, 2, 0 und 11, 9, 7, 5, 3, 1 einige Male hersagen; indem man sie bemerken läßt, daß die Glieder der ersten um 1, die Glieder der beyden andern um 2 abnehmen. Nämlich: 10 weniger 1 ist 9, 9 weniger 1 ist 8, 8 weniger 1 ist 7 u. s. w. und 12 weniger 2 ist 10, 10 weniger 2 ist 8, 8 weniger 2 ist 6 u. s. w.

Dadurch werden sie sogleich lernen, daß man beym Abziehen der kleinen Zahlen 1 und 2, durch's Zurückzählen der größern Zahl, wovon man abziehen soll, die verlangten Unterschiede leichter findet, als durch's Hinzuzählen zur kleinern Zahl, welche man abziehen soll.

II. In den übrigen Fällen aber, wo größere Zahlen abzuziehen sind, gewöhne man sie dazu, die Unterschiede durch's Hinzuzählen zur kleinen Zahl zu finden, lasse sie z. B. denken: 3 bis 7 hin ist noch 4 u. s. w.

III. Wird man aus dem unten Folgenden abnehmen, daß man den Anfängern vorzüglich die Reste von 10 gar sehr geläufig machen müsse, wozu man sich sehr gut der Punkte ⁝ bedienen kann. Man schreibt nämlich die 10 Punkte in vorstehender Form an die Tafel, und bedeckt eine ihrer Reihen von 3 Punkten durch ein Linial, so bald man gefragt hat: 3 von 10 bleiben? — Eben so bedeckt man die 4 in der mittlern Reihe stehenden Punkte, so bald man gefragt hat: 4 von 10 bleiben? — Daß 5 von 10 abgezogen noch 5 übrig lassen, wird aus dem Satze, 2 mal 5 ist 10, beantwortet. Fragt man aber: 6 von 10 bleibt? oder 7 von 10 bleibt? — so kann man wiederum die 6 oder 7 abzuziehenden Punkte sehr bequem bedecken.

IV. Die ersten Anfänger nehmen während des Rechnens die folgende Tafel zur Hand, damit sie diejenigen Reste, welche sie nicht sogleich auswendig wissen, ohne einzelnes Nachzählen an den Fingern u. dgl., angeben lernen.

3 von 7, als ⁘ von ⁙ bleiben?
3 von 8, als ⁛ von ⁙ bleiben?
3 von 9, als ⁝ von ⁙ bleiben?
3 von 10, als ⁝ von ⁙ bleiben?
3 von 11? Denket: 3 von 10 bleibt 7, von 11 also?
3 von 12? Denket: 3 von 13 bleiben 10, von 12 also nur?

---

4 von 8? Denket: 4 von 2 mal 4 bleibt?
4 von 9? Denket: 4 von 8 bleiben 4, von 9 also?
4 von 10, als ⁝ von ⁝⁝ bleiben?
4 von 11? Denket: 4 von 10 bleibt 6, von 11 also?
4 von 12? Behaltet es! 4 von 12 bleibt 8.
4 von 13? Denket: 4 von 14 bleibt 10, von 13 also nur?

---

5 von 9? Denket: 5 von 10 bleiben 5, von 9 also nur?
5 von 10? Denket: 5 von 2 mal 5 bleiben?
5 von 11? Denket: 5 von 10 bleiben 5, von 11 also?
5 von 12? Denket: 5 von 10 bleiben 5, von 12 also?
5 von 13? Denket: 5 von 10 bleiben 5, von 13 also?
5 von 14? Denket: 5 von 15 bleiben 10, von 14 also nur?

---

6 von 10, als ⁝⁝ von ⁝⁝⁝ bleiben?
6 von 11? Denket: 6 von 10 bleibt 4, von 11 also?
6 von 12? Denket: 6 von 2 mal 6 bleibt?
6 von 13? Denket: 6 von 12 bleibt 6, von 13 also?

6 von 14? Merket es euch! 6 von 14 bleiben 8.
6 von 15? Denket: 6 von 16 bleiben 10, von 15 also nur?

---

7 von 11? Denket: 7 von 10 bleibt 3, von 11 also?
7 von 12? Denket: 7 von 10 bleibt 3, von 12 also?
7 von 13? Denket: 7 von 10 bleibt 3, von 13 also?
7 von 14? Denket: 7 von 2 mal 7 bleibt?
7 von 15? Denket: 7 von 14 bleibt 7, von 15 also?
7 von 16? Denket: 7 von 17 bleibt 10, von 16 also nur?

---

8 von 12? Behaltet es! 8 von 12 bleibt 4.
8 von 13? Denket: 8 bis 10 ist 2, bis 13 also?
8 von 14? Denket: 8 bis 10 ist 2, bis 14 also?
8 von 15? Denket: 8 von 16 bleibt 8, von 15 also nur?
8 von 16? Denket: 8 von 2 mal 8, bleibt?
8 von 17? Denket: 8 von 16 bleibt 8, von 17 also?

---

9 von 10 bleibt 1.
9 von 11 bleibt 2; denn 9 bis 10 ist 1, bis 11 also 2.
9 von 12 bleibt 3; denn 9 bis 10 ist 1, bis 12 also 3.
9 von 13 bleibt 4; denn 9 bis 10 ist 1, bis 13 also 4.
9 von 14 bleibt 5; denn 9 bis 10 ist 1, bis 14 also 5.
9 von 15 bleibt 6; denn 9 bis 10 ist 1, bis 15 also 6.
9 von 16 bleibt 7; denn 9 bis 10 ist 1, bis 16 also 7.
9 von 17 bleibt 8; denn 9 bis 10 ist 1; bis 17 also 8.
9 von 18 bleibt 9; denn 2 mal 9 ist 18.

Aufgaben zur Übung.

1) Eine Mühle mahlt täglich 5, eine andere 3 Sch. Korn; um wie viel mahlt die erstere des Tages mehr? — Ant. Um 2 Schäffel.

2) Paul ist 5, Peter 4 Schuh lang; um wie viel ist Paul länger? — Ant. Um 1 Schuh.

3) Um wie viel sind 3 Äpfel mehr, als 1 Apfel? — Ant. Um 2 Äpfel.

4) Um wie viel sind 4 Birnen mehr, als 2 Birnen? — Ant. Um 2 Birnen.

5) Um wie viel sind 4 Nüße mehr, als 3 Nüße? — Ant. Um 1 Nuß.

6) Um wie viel sind 5 Glucker (Schusser) mehr, als 2 Glucker? — Ant. Um 3 Glucker.

7) Um wie viel sind 8 kr. mehr, als 5 kr.? — Ant. Um 3 Kreuzer.

8) Um wie viel sind 7 Groschen mehr, als 2 Groschen? — Ant. Um 5 Groschen.

9) Um wie viel sind 4 Batzen weniger, als 8 Batzen? — Ant. Um 4 Batzen.

10. Um wie viel sind 8 Sechser weniger, als 9 Sechser? — Ant. Um 1 Sechser.

11) Um wie viel sind 3 Zwölfer weniger, als 8 Zwölfer? — Ant. Um 5 Zwölfer.

12. Von 9 Vögeln wurden 2 erschossen; wie viel sind davon gekommen? — Ant. 7 Vögel.

13) Von 9 Kegeln sind 3 gefallen; wie viel sind stehen geblieben? — Ant. 6 Kegel.

14) Franz verlor von 18 kr. alles bis auf 2 kr.; wie viel hat er verloren? — Ant. 16 kr.

15) Ein zum Einnetzen gegebenes Stück Tuch von 45 Ellen ist um 5 Ellen kürzer geworden; wie viele Ellen hat es jetzt noch? — Ant. 40 Ellen.

16. Wenn das Schäffel Weizen 17 fl.; das Sch. Haber 7 fl. kostet; um wie viel ist der Weizen theurer, als der Haber? — Ant. Um 10 fl.

17. Wenn die Maß Wein 28 kr.; die Maß Bier 4 kr. kostet; um wie viel ist der Wein theurer, als das Bier? — Ant. Um 24 kr.

18) Wenn der Vierlig weißes Wachs 24 kr.; der Vierling gelbes Wachs 22 kr. kostet; um wie viel ist das weiße Wachs theurer, als das gelbe? — Ant. Um 2 kr.

19) Ein Kind wurde mit einem Zwölfer zum Krämer geschickt, um für 10 kr. Bänder zu hohlen; was muß ihm der Krämer herausgeben? — Ant. 2 kr.

20) Peter erhielt 20 kr. zum Geschenke; davon verschenkte er 10 kr.; was bleibt ihm noch? — Ant. 10 kr.

21) Paul erhielt 24 kr.; davon verspielte er 20 kr.; was bleibt ihm noch? — Ant. 4 kr.

22) Ein Schüler hat 29 Sittensprüche auswendig gelernt, und davon wieder 18 vergessen; wie viel sind ihm noch gelieben? — Ant. 11 Sprüche.

23) Einer hat auf einer Leiter von 18 Sprossen bereits schon 12 Sprossen bestiegen; wie viele Sprossen hat er noch zu besteigen? — Ant. 6 Sprossen.

24) Ein Dienstbothe hat von seinem Jahrlohne zu 24 fl. schon 12 fl. eingebracht; was gebührt ihm noch? — Ant. 12 fl.

25) Bey einem Mißjahre beklagte sich ein Landmann so: „Vor einem Jahre habe ich in allen 36 Sch. Weizen ausgedroschen; heuer aber in allen nur 12“. Um wie viel hat er heuer weniger ausgedroschen? — Ant. Um 24 Schäffel.

26) Der Konto eines Krämers macht 275 fl.; daran wurden 124 fl. bezahlt; wie groß ist die Schuld noch? — Ant. 151 fl.

27) Bey einer Hitze von 104 Graden des fahrenheutischen Thermometers (Wärmemessers) zergeht gelbes Wachs; hingegen erst beym 216ten Grade das Geigenharz; um wie viel Grade zerfließt das Wachs leichter, als Kolophonium? — Ant. Um 112 Grade.

28) Bey dem 1298sten Hitzgrade eben dieses Thermometers schmilzt Gold, und erst bey 1598 Graden das Eisen; um wie viel Grade ist Eisen härter, als Gold zu schmelzen? — Ant. Um 300 Grade.

29) Einer ist schuldig 4300 fl.; daran bezahlt er 1200 fl.; was bleibt er noch schuldig? — Ant. 3100 fl.

30) Einer hat eingenommen 1324 fl.; ausgegeben 1203 fl.; um wie viel überstieg die Einnahme die Ausgabe? — Ant. Um 121 fl.

31) Einer wurde geboren 1730, und starb 1799; wie alt wurde er? — Ant. 69 Jahre.

32) Wie alt seyd ihr? wurde ein Greis im J. 1813 gefragt. Ich bin 1725 geboren, war die Antwort; wie alt ist er? — Ant. 88 Jahre.

33) Die nun zur Vollkommenheit gebrachte Steindruckerey, oder die Kunst auf Stein anstatt Metall zu graviren, zu schreiben und zu drucken erfand Alois Sennefelder aus Baiern im Jahre 1795; wie lange ist es schon, das ist, bis zum Jahre 1813. — Ant. 18 Jahre.

34) Im Jahre 1330 erfand ein Mönch, Berchtold Schwarz, das Schießpulver; wie lange ist es schon? — Ant. 483 Jahre.

35) Im Jahre 1416 erfand Wilhelm Böckel, ein niederländischer Fischer, die Kunst Häringe einzusalzen; (daher heißt man's Böckelhäringe) wie lange ist es schon? — Ant. 397 Jahre.

36) Im Jahre 1460 erfand ein Goldschmied in

Florenz, Namens Maso Fineguerra, die Kupferstecherkunst; wie lange ist es schon? — Ant. 353 Jahre.

37) Im Jahre 1470 erfanden Antonius und Michael, aus Galizien gebürtig, zu Basel in Teutschland die Kunst, aus Lumpen von alter Leinwand Papier zu machen; wie lange ist es schon? — Ant. 343 Jahre.

38) Im sogenannten Brunnenhofe des neuen Residenzschlosses in München sieht man an einer Kette jenen großen Stein, den Herzog Christoph im Jahre 1489 mit freyer Hand von der Erde aufgehoben, und eine ziemliche Strecke vor sich hingeworfen haben soll; wie lange ist dieß? — Ant. 324 Jahre.

39) Im Jahre 1517 wurde von den Spaniern in Amerika, als sie das amerikanische Ländlein Tabacco eroberten, der Taback, oder Toback erfunden; wie lange ist dieß? — Ant. 296 Jahre.

40) Die Perspektive oder Ferngläser hat erfunden Jakob Matz, ein Brillenmachers-Sohn aus Holland, im Jahre 1544; wie lange ist dieß? — Ant. 269 Jahre.

41) Im Jahre 1586 kamen die ersten Kartoffeln (Erdäpfel, Grundbirnen) nach Europa; wie lange ist dieß bis auf das heurige Jahr? — Ant. 227 Jahre.

42) Eine Kirche wurde 1002 gebaut; wie alt ist sie jetzt? — Ant. 811 Jahre.

43) Die größte Wurst, welche jemals gemacht worden ist, war wohl die, welche die Metzger zu Königsberg in Preussen am Neujahrstage 1601 in Procession herumtrugen. Sie war 1005 Ellen lang, wog 885 Pfund, und wurde von 103 Metzgergesellen getragen; wie lange ist dieß? — Ant. 212 Jahre.

44) Christus unser Herr war 33 Jahre alt; wie lange ist es, daß er für uns gekreuziget worden? — Ant. 1780 Jahre.

45) Von einem Käselaib, der 12 ℔. hielt, wurden 6 ℔. weggewogen; was hält der Rest? — Ant. 6 ℔.

46) Von einem Stück Tuch, das 20 Ellen hält, werden 9 herunter gemessen; was hält der Rest? — Ant. 11 Ellen.

47) Ein Wirth kauft 11 Eimer Bier. Auf dem Wege brechen ihm zwey Fässer, und es verlaufen sich 4 Eimer; was bleibt ihm? — Ant. 7 Eimer.

48) Ein Schneider hat von 14 Ellen Tuch 7 Ellen verarbeitet; was bleibt ihm noch zu verarbeiten übrig? — Ant. 7 Ellen.

49) Anton hat 16, Michael aber nur 9 Stücke Vieh; um wie viel hat Anton mehr? — Ant. Um 7 St.

50) Ein Fuder Heu wiegt 34 Zt. Nun wurde das Heu abgeladen, und man fand, daß der leere Wagen 8 Zt. wäge; wie viel war Heu darauf? — Ant. 26 Zentner.

51) Ein Kübel voll Schmalz wiegt 83 ℔. Nun wurde das Schmalz ausgeleert, und man fand, daß der Kübel allein 18 ℔. wäge; wie viel war Schmalz darinn? — Ant. 65 ℔.

52) An Haber wurden 36 Schäffel geliefert: bezahlt wurden nur 27 Sch.; wie viel ist noch zu bezahlen? — Ant. 9 Schäffel.

53) Ein Konto machte 75 fl.; daran wurden 46 fl. bezahlt; wie groß ist die Schuld noch? — Ant. 29 fl.

54) Auf einem Tische lagen 80 fl. Nun wurde der Tisch stark erschüttert, und 56 fl. fielen auf den Boden; was blieb noch auf dem Tische? — Ant. 24 fl.

55) 13 Gr.; wie viel fehlen noch zu 1 fl. oder 20 Gr.? — Ant. 7 Groschen.

56) 88 Jahre; wie viel fehlen noch zu 100 Jahren? — Ant. 12 Jahre.

57) Einer nahm aus einer Sparbüchse, worinn 198 fl. waren, 39 fl. heraus; wie viel hat er jetzt noch darinn? — Ant. 159 fl.

58) Einem, der 200 Bäumchen gepflanzt, sind 108 erfroren; wie viel sind ihm davon gekommen? — Ant. 92 Bäumchen.

59) Auf dem Thurme der Frauenkirche zu München steht auf einem Täfelchen unter andern auch Folgendes: Der Landshuterthurm ist 443 Schuh hoch, und 107 Schuh höher, als der hiesige. Der Wienerthurm ist 464 Schuh hoch, und 128 Schuh höher, als der hiesige. Der Straßburgerthurm ist 578 Schuh hoch, und 242 Schuh höher, als der hiesige; wie hoch sind die 2 Thürme der Frauenkirche zu München? — Ant. 336 Schuh hoch.

60) Die Stadt London in England hat gegen 130000 Häuser, und die Stadt Constantinopel in der Türkey zählt gegen 400000 Häuser; um wie viel zählt die letzte Stadt mehr Häuser, als die erste? Antw. Um 270000.

61) Im Jahre 400 wurde die erste Glocke gegossen; wie lange ist das? Antw. 1413 Jahre.

62) Die Erde hat 5400 teutsche Meilen im Umkreise; die Sonne aber 7560000000; um wie viel ist die Sonne größer, als die Erde? Antw. Um 7559994600 Meilen.

63) Die Oberfläche der Erde beträgt 9281919 Quadratmeilen; davon nimmt das Wasser ein 6192000 Quadratmeilen; wie viel bleibt festes Land? Antw. 3089919 Quadratmeilen.

64) Im Jahre 1586 kamen die ersten Erdäpfel

45) Von einem Käselaib, der 12 ℔. hielt, wurden 6 ℔. weggewogen; was hält der Rest? — Ant. 6 ℔.

46) Von einem Stück Tuch, das 20 Ellen hält, werden 9 herunter gemessen; was hält der Rest? — Ant. 11 Ellen.

47) Ein Wirth kauft 11 Eimer Bier. Auf dem Wege brechen ihm zwey Fässer, und es verlaufen sich 4 Eimer; was bleibt ihm? — Ant. 7 Eimer.

48) Ein Schneider hat von 14 Ellen Tuch 7 Ellen verarbeitet; was bleibt ihm noch zu verarbeiten übrig? — Ant. 7 Ellen.

49) Anton hat 16, Michael aber nur 9 Stücke Vieh; um wie viel hat Anton mehr? — Ant. Um 7 St.

50) Ein Fuder Heu wiegt 34 Zt. Nun wurde das Heu abgeladen, und man fand, daß der leere Wagen 8 Zt. wäge; wie viel war Heu darauf? — Ant. 26 Zentner.

51) Ein Kübel voll Schmalz wiegt 83 ℔. Nun wurde das Schmalz ausgeleert, und man fand, daß der Kübel allein 18 ℔. wäge; wie viel war Schmalz darinn? — Ant. 65 ℔.

52) An Haber wurden 36 Schäffel geliefert: bezahlt wurden nur 27 Sch.; wie viel ist noch zu bezahlen? — Ant. 9 Schäffel.

53) Ein Konto machte 75 fl.; daran wurden 46 fl. bezahlt; wie groß ist die Schuld noch? — Ant. 29 fl.

54) Auf einem Tische lagen 80 fl. Nun wurde der Tisch stark erschüttert, und 56 fl. fielen auf den Boden; was blieb noch auf dem Tische? — Ant. 24 fl.

55) 13 Gr.; wie viel fehlen noch zu 1 fl. oder 20 Gr.? — Ant. 7 Groschen.

56) 88 Jahre; wie viel fehlen noch zu 100 Jahren? — Ant. 12 Jahre.

57) Einer nahm aus einer Sparbüchse, worinn 198 fl. waren, 39 fl. heraus; wie viel hat er jetzt noch darinn? — Ant. 159 fl.

58) Einem, der 200 Bäumchen gepflanzt, sind 108 erfroren; wie viel sind ihm davon gekommen? — Ant. 92 Bäumchen.

59) Auf dem Thurme der Frauenkirche zu München steht auf einem Täfelchen unter andern auch Folgendes: Der Landshuterthurm ist 443 Schuh hoch, und 107 Schuh höher, als der hiesige. Der Wienerthurm ist 464 Schuh hoch, und 128 Schuh höher, als der hiesige. Der Straßburgerthurm ist 578 Schuh hoch, und 242 Schuh höher, als der hiesige; wie hoch sind die 2 Thürme der Frauenkirche zu München? — Ant. 336 Schuh hoch.

---

60) Die Stadt London in England hat gegen 130000 Häuser, und die Stadt Constantinopel in der Türkey zählt gegen 400000 Häuser; um wie viel zählt die letzte Stadt mehr Häuser, als die erste? Antw. Um 270000.

61) Im Jahre 400 wurde die erste Glocke gegossen; wie lange ist das? Antw. 1413 Jahre.

62) Die Erde hat 5400 teutsche Meilen im Umkreise; die Sonne aber 7560000000; um wie viel ist die Sonne größer, als die Erde? Antw. Um 7559994600 Meilen.

63) Die Oberfläche der Erde beträgt 9281919 Quadratmeilen; davon nimmt das Wasser ein 6192000 Quadratmeilen; wie viel bleibt festes Land? Antw. 3089919 Quadratmeilen.

64) Im Jahre 1586 kamen die ersten Erdäpfel

aus Amerika nach England; und im Jahre 1650 nach Teutschland; wie lange baut man sie in England? wie lange in Teutschland? und um wie viel länger dort, als hier? Antw. In England 227 Jahre; in Teutschland 163 Jahre, und um 64 Jahre später in Teutschland, als in England.

65) Im Jahre 782 stand München schon als ein Flecken; im J. 1184 ward es eine Stadt; wie alt ist es als Flecken? wie alt als Stadt? und um wie viel ist der Flecken älter, als die Stadt? Antw. München steht als Flecken 1031 Jahre, als Stadt 629 Jahre und als Flecken ist es um 402 Jahre älter, als Stadt.

Vierter Abschnitt.

Vom Multipliziren oder Vervielfältigen gleichbenannter Zahlen.

Die **Multiplikation** oder die **Vervielfältigung** ist nichts anders, als eine viel kürzere und bequemere Art der Addition, deren man sich bedient, wenn zwey oder mehrere gegebene Zahlen (Posten), die **alle gleich groß** sind, **addirt** werden sollen.

Es kommen bey dieser Rechnungsart drey Zahlen vor. Die Zahl, welche multiplizirt oder vervielfältiget werden soll, heißt **Vermehrungszahl** oder **Multiplikand**; jene Zahl hingegen, welche anzeiget, wie oft man die andere nehmen, oder zu sich selbst addiren soll, heißt **Vermehrer** oder **Multiplikator.** Diese beyden Zahlen werden zusammen **Faktoren** genannt; und

endlich die Zahl, welche durch die Verrichtung dieser beyden Faktoren herausgebracht wird, heißt das **Mehrfache** oder **Produkt.** Z. B.

Ihr sollet suchen, wie viel 7 mal 9 sey. Ihr findet die richtige Antwort, wenn ihr die Zahl 9 siebenmal unter einander schreibet, und diese 7 Posten

9 addirt, wie hier zur Linken geschah. Allein ihr
9 könnet auch das **siebenmalige Anschreiben** der
9 Zahl 9 ersparen, wenn ihr nämlich die Zahl 9
9 **nur einmal** hinsetzet, und die Zahl 7 darunter
9 schreibet zum Zeichen, daß ihr die Zahl 9 **sieben-**
9 **mal** nehmen sollet. Darauf saget ihr durch Hülfe
9 des Einmaleins gleich auf **einmal:** 7 mal 9 ist
63 63, und schreibet die 63 als das Mehrfache unter
den Querstrich, wie hier zu sehen ist:

9 Vermehrungszahl oder Multiplikand
7mal. Vermehrer oder Multiplikator } 2 Faktoren

sind 63 das Mehrfache oder Produkt.

In diesem Beyspiele stehet der größere Faktor 9 oben und der kleinere 7 unten. Es ist aber gleichviel, welcher von beyden Faktoren oben oder unten gesetzt wird, weil doch immer das nämliche Produkt herauskömmt; denn: 7 mal 9 ist 63; so wie 9 mal 7 63 ist. Man setzet aber der Bequemlichkeit wegen immer **die größere Zahl hinauf und die kleinere darunter.**

Diesem zufolge heißt also multipliziren nichts anders, **als eine gegebene Zahl so vielmal nehmen, als die andere Einheiten hat.** Ehe ihr aber zu multipliziren anfanget, müsset ihr das Einmaleins oder die Produkte der neun Urzahlen vollkommen auswendig wissen, oder es wenigstens so lange neben euch hinlegen, bis ihr selbes ganz inne habet. Hier folget es:

Vervielfältigungs-Tabelle
oder
das Einmaleins.

1 mal 1 ist 1	4 mal 1 ist 4	7 mal 1 ist 7
1 mal 2 ist 2	4 mal 2 ist 8	7 mal 2 ist 14
1 mal 3 ist 3	4 mal 3 ist 12	7 mal 3 ist 21
1 mal 4 ist 4	4 mal 4 ist 16	7 mal 4 ist 28
1 mal 5 ist 5	4 mal 5 ist 20	7 mal 5 ist 35
1 mal 6 ist 6	4 mal 6 ist 24	7 mal 6 ist 42
1 mal 7 ist 7	4 mal 7 ist 28	7 mal 7 ist 49
1 mal 8 ist 8	4 mal 8 ist 32	7 mal 8 ist 56
1 mal 9 ist 9	4 mal 9 ist 36	7 mal 9 ist 63

2 mal 1 ist 2	5 mal 1 ist 5	8 mal 1 ist 8
2 mal 2 ist 4	5 mal 2 ist 10	8 mal 2 ist 16
2 mal 3 ist 6	5 mal 3 ist 15	8 mal 3 ist 24
2 mal 4 ist 8	5 mal 4 ist 20	8 mal 4 ist 32
2 mal 5 ist 10	5 mal 5 ist 25	8 mal 5 ist 40
2 mal 6 ist 12	5 mal 6 ist 30	8 mal 6 ist 48
2 mal 7 ist 14	5 mal 7 ist 35	8 mal 7 ist 56
2 mal 8 ist 16	5 mal 8 ist 40	8 mal 8 ist 64
2 mal 9 ist 18	5 mal 9 ist 45	8 mal 9 ist 72

3 mal 1 ist 3	6 mal 1 ist 6	9 mal 1 ist 9
3 mal 2 ist 6	6 mal 2 ist 12	9 mal 2 ist 18
3 mal 3 ist 9	6 mal 3 ist 18	9 mal 3 ist 27
3 mal 4 ist 12	6 mal 4 ist 24	9 mal 4 ist 36
3 mal 5 ist 15	6 mal 5 ist 30	9 mal 5 ist 45
3 mal 6 ist 18	6 mal 6 ist 36	9 mal 6 ist 54
3 mal 7 ist 21	6 mal 7 ist 42	9 mal 7 ist 63
3 mal 8 ist 24	6 mal 8 ist 48	9 mal 8 ist 72
3 mal 9 ist 27	6 mal 9 ist 54	9 mal 9 ist 81

Wer vorstehendes Einmaleins seinem Gedächtnisse tief eingepräget, und sich im Addiren Fertigkeit erworben hat, dem wird die Erlernung des Multiplizirens nur ein Spielwerk seyn. Doch hat man auch, wie bey den beyden vorhergehenden Rechnungsarten, einige Regeln, die die Arbeit theils erleichtern, theils in ein viel helleres Licht setzen, zu beobachten. Sie sind folgende:

Erste Regel.

Wenn jeder der beyden Faktoren nur aus einer Ziffer bestehet; dann findet ihr das Produkt gleich unmittelbar aus dem Einmaleins. Z. B. Wenn ihr angeben sollet, wie viel 8, fünfmal genommen, ausmache; so findet ihr sogleich in dem Einmaleins, daß es 40 sey.

Zweyte Regel.

Wenn der eine Faktor eine einfache, der andere hingegen eine zusammengesetzte Zahl ist; so schreibet die zusammengesetzte Zahl als den Multiplikand oben, und die einfache Zahl als den Multiplikator an der ersten, das ist, an der Einheiten-Stelle zur Rechten unten an, und trennet das Produkt von den beyden Faktoren durch einen dazwischen gezogenen Querstrich. Z. B. Sollet ihr 312 mit 3, oder 3 mit 312 multipliziren, so schreibet ihr die 2 Faktoren also an:

312 Multiplikand
3 Multiplikator

Dritte Regel.

Vervielfältiget vermittelst des Einmaleins zuerst die Einheiten, dann die Zehner, darauf die

Hunderter u. s. w. und schreibet das Produkt, wenn es nicht über 9 steigt, so wie bey der Addition die Summe, jedesmal gleich unter den Querstrich da an, wo selbes herausgekommen ist. Betrachtet hier zur Seite obiges Beyspiel ausgearbeitet nebst der Erläuterung:

312
3 mal
936

Beym Multipliziren nimmt man die eine Zahl so vielmal, als die andere Einheiten hat. Da nun hier der Multiplikator 3 aus 3 Einheiten besteht, so muß der Multiplikand 312 dreymal genommen werden; daher saget ihr bey der Einheitenstelle: 3 mal 2 Einheiten sind 6 Einheiten; schreibet diese 6 gleich unter den Querstrich herab. Ferner: 3 mal 1 Zehner sind 3 Zehner, setzet auch diese herab. Endlich: 3 mal 3 Hunderter sind 9 Hunderter; schreibet nun auch diese noch an; so erhaltet ihr 936 als das verlangte Produkt. Setzet noch folgende Beyspiele an:

I.

13 Äpfel
3 mal genommen

sind 39 Äpfel.

II.

234 Gulden
2 mal genommen

sind 468 Gulden.

III.

1221 Stunden
4 mal genommen

sind 4884 Stunden.

Zusatz zur dritten Regel.

Steiget aber das Produkt über 9, das heißt, wenn es neben den Einheiten auch noch Zehner ent-

hält; so schreibet ihr nur die niedrigste Ziffer des Produkts unter die Ziffer desjenigen Multiplikanden, von welchem selbes herausgekommen ist; die höhere Ziffer behaltet ihr indessen im Sinne, und zählet sie dann zu dem Produkte aus der nachfolgenden Ziffer des Multiplikanden, weil sie ihrem natürlichen Werthe nach dahin gehört. Z. B.

Was entsteht für ein Produkt, wenn 2597 durch 6 multiplizirt wird? Schreibet die beyden Faktoren nach der gegebenen Regel wie hier zur Seite an, und saget:

2597
6
15582

6 mal 7 ist 42, schreibet die Ziffer 2 gerade unter die Einheiten des Multiplikanden, und behaltet indessen 4 im Sinne. — Sprechet ferner: 6 mal 9 ist 54, und die im Sinne behaltenen 4 dazu macht 58, setzet die Ziffer 8 in die Reihe der Zehner an, und behaltet 5 wieder im Sinne. — Nun saget ihr weiter: 6 mal 5 ist 30, dazu die im Sinne behaltenen 5 giebt 35, schreibet die Ziffer 5 an der Hunderterstelle an, und behaltet die andere Ziffer 3 abermal im Gedächtnisse. — Endlich heißt es noch: 6 mal 2 ist 12, und die 3, die ihr gemerkt habet, dazu sind 15, welche nun ganz angeschrieben werden, weil keine Ziffer im Multiplikanden mehr vorhanden ist. Noch ein Paar Beyspiele zur Ansicht:

I.	II.
1618	654320
5 mal	7 mal
8090 Produkt	4580240 Produkt

Im zweyten Beyspiele hier saget ja nicht: 7 mal 0 ist 7; denn 7 mal 1 wäre 7. Aber 7 mal 0 ist 0; denn 7 mal nichts ist nichts.

Vierte Regel.

Besteht der Multiplikator aus mehreren bedeutenden Ziffern; dann multiplizirt ihr mit jeder Ziffer des Multiplikators den ganzen Multiplikand durch, und schreibet die Produkte so unter einander, daß allemal die niedrigste Ziffer eines jeden Produkts unter diejenige Ziffer des Multiplikators, von welcher das Produkt herrührt, zu stehen komme. Am Ende zählet ihr alle die einzelnen Produkte zusammen, die Summe giebt das verlangte Hauptprodukt. Z. B.

Ihr sollet 7821 durch 236 multipliziren. Schreibet also die beyden Faktoren so unter einander, wie hier zur Linken geschah, und multiplizirt dann zuerst mit der an der Einheitenstelle stehenden Ziffer 6 den ganzen Multiplikand 7821, das dadurch entspringende Produkt ist 46926. — Darauf multiplizirt ihr den ganzen Multiplikand auch mit der an der Zehnerstelle stehenden Ziffer 3, schreibet aber das dadurch entstandene erste Produkt 3 nicht auf die Einheitenstelle, sondern um eine Ziffer weiter gegen die Linke, weil es hier eigentlich nicht heißt: 3 mal 1 ist 3, sondern 30 mal 1 ist 30; daher muß das Produkt 3 an die zweyte Stelle gesetzt werden. — Ferner mit der an der Hunderterstelle stehenden Ziffer 2 wird auf die nämliche Art verfahren nur mit dem Unterschiede, daß das dadurch entsprungene erste Produkt 2, weder unter die Einheiten, noch unter die Zehner, sondern unter die Reihe der Hunderter, von welchen es herrührt, schreibet, und zwar aus dem Grunde, weil es hier eigentlich wieder nicht heißt: 2 mal 1 ist 2, sondern 200 mal 1

```
 7821
  236
-----
46926
23463
15642
-------
1845756
```

ist 200, folglich muß die Ziffer 2 auf die dritte Stelle vorgerückt werden*). Endlich nach geschehener Multiplikation werden die gefundenen einzelnen Produkte zusammengezählt, und in einer Summe ausgedrückt, als 1845756. Diese Summe gilt nun allein so viel, als jene Summe, die ihr findet, wenn ihr den Multiplikand 7821 **zweyhundert sechs und dreyßig mal** untereinander schreibet, und addirt. Sehet noch folgende zwey Beyspiele an:

123456	456789
2314	56897
493824	3197523
123456	4111101
370368	3654312
240912	2740734
285677184	2283945
	25989923733

Fünfte Regel.

Kommen in der Mitte des Multiplikators eine oder mehrere Nullen vor; so übergehet ihr dieselben ganz, und rücket das nächstfolgende Produkt über dieselben hinweg bis unter die Stelle derjenigen Ziffer, mit der ihr multiplizirt habet. Z. B.

*) Man kann sich dieß Einrücken auch so merken: Mit der Ziffer man multiplizirt, unter dieselbe muß man auch anfangen das Produkt zu setzen.

I.	II.
12345	12345
1004	1004
49380	49380
12345	00000
12394380	00000
	12345
	12394380

Das Verfahren nach Nro. 1 ist ungleich besser und vernünftiger, als jenes von Nro. 2; weil ihr auf diese Art Zeit und die langen Reihen von Nullen, die offenbar zu nichts nützen, ersparet.

Sechste Regel.

Sollet ihr eine Zahl mit 10, 100, 1000 u. s. w. multipliziren; so setzet ihr den Multiplikand unverändert unter den Querstrich herab, und hängt ihm an der Einheitenstelle so viele Nullen an, als der Multiplikator hat, und ihr habet das verlangte richtige Produkt. Z. B.

I.	II.	III.
352	14789	6153
10	100	1000
3520 Produkt	1478900	6153000

Durch das Hinzufügen von einer Null an der Einheitenstelle wird jede Ziffer des Multiplikanden um eine Stelle weiter gegen die Linke gerückt, und so werden die **Einheiten** in Zehner, die **Zehner** in Hunderter, die **Hunderter** in Tausender u. s. w. verwandelt. Hänget

ihr einer Zahl an der Einheitenstelle zwey Nullen an, so werden dadurch die **Einheiten** zu Hundertern, die **Zehner** zu Tausendern, und die **Hunderter** zu Zehntausendern. Eine gleiche Bewandtniß hat es auch mit 1000, 10000 ꝛc. z. B. $79568 \times 10000 = 795680000$.

Siebente Regel.

Wenn der Multiplikator am Ende Nullen hat, so werden dieselben sogleich unter den Querstrich heruntergesetzt, und nur mit den bedeutenden Ziffern multiplizirt, so wie hier zu sehen ist:

463	512	1327
30	700	460000
13890	358400	7962
		5308
		610420000

Achte Regel.

Stehen im Multiplikanden am Ende Nullen; so werden selbe während des Multiplizirens weggelassen, und am Ende dem Produkte angehängt. Z. B.

134000	237400000
23	514
402	9496
268	2374
3082000	11870
	122023600000

Die Nullen werden in solchen Fällen deswegen weggelassen, weil sie durch Wiederhohlung nie zu etwas

werden können, sondern immer O bleiben, man mag sie übrigens so oft nehmen, als man will; sie müssen aber am Ende doch dem gefundenen Produkte angehängt werden, damit es den Werth erhalte, den es haben soll.

Neunte Regel.

Haben beyde Faktoren am Ende Nullen; so dürfet ihr nur ihre bedeutenden Ziffern mit einander multipliziren, und dem gefundenen Produkte so viele Nullen anhängen, als beyde Faktoren mit einander haben. Z. B.

1576000	6431000
432000	35200
3152	12862
4728	32155
6304	19293
680832000000	226371200000

Was für ein Produkt entsteht, wenn ihr die Zahl 400600 mit sich selbst multiplizirt?

400600
400600
240360000
1602400
160480360000

Die Probe der Multiplikation suchet unten nach der Division.

Hülfsmittel zum geschwinden Multipliziren.

I. Man lerne das Einmal Eins fertig auswendig.

II. Man lerne aus dem großen Einmal Eins auch die 2- bis 9fachen Produkte solcher Zahlen auswendig, womit man oft zu multipliziren hat. Dahin gehören ganz vorzüglich 12, 15, 20, 24 und 30; da diese Zahlen nicht nur in unsern Gegenden, sondern auch anderwärts, häufig gebraucht werden.

I. Tabelle.

Das große Einmal Eins.

1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200

II. Tabelle.

Das große Einmal Eins.

1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
3	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
4	84	88	92	96	100	104	108	112	116	120
5	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
6	126	132	138	144	150	156	162	168	174	180
7	147	154	161	168	175	182	189	196	203	210
8	168	176	184	192	200	208	216	224	232	240
9	189	198	207	216	225	234	243	252	261	270
10	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300

III. Wenn der Multiplikator aus zusammengesetzten Zahlen bestehet, so kann man selben in die Ziffern, aus welchen er durch die Multiplikation entspringt, zerfällen, und alsdann einmal mit einer, das andere Mal mit der andern das Herausgekommene multiplizieren.

Man sagt von einer Zahl, daß sie sich zerfällen lasse, wenn man 2 oder mehrere ganze Zahlen angeben kann, welche in einander multiplizirt jene Zahl zum Produkt geben. So läßt sich 28 zerfällen in 4 und 7; denn 4 mal 7 ist 28. 24 läßt sich zerfällen in 4 und 6, oder auch in 3 und 8; denn 4 mal 6 giebt 24 zum Produkt, wie 3 mal 8. 36 läßt sich zerfällen in 4 und 9; denn 4 mal 9 ist 36. 160 läßt sich zerfällen in 2 und 8 und 10; denn 2 mal 8 ist 16 und 10 mal 16 giebt 160. Diejenigen Zahlen, in welche sich eine ge-

wisse Zahl zerfällen läßt, heißen die Faktoren dieser Zahl.

Wäre also 28 der Multiplikator, so könnte man nach dem folgenden zweyten Muster verfahren, indem man 493 anfangs durch 7, und das herausgebrachte 7 fache alsdann ferner durch 4 multiplizirt. Denn wenn man eine Zahl anfangs 7 mal nimmt, und darauf das 7 mal Genommene wieder 4 mal nimmt; so hat man die Zahl überhaupt 7 mal 4 mal, das ist, 28 mal genommen.

I.	II.
493	493 (7
28	3451 (4
3944	13804
986	
13804	

Anmerkung. Am Beßten ist es, mit der größten unter den Zahlen, in welche der Multiplikator zerfällt, zuerst zu multipliziren, ausgenommen, wo 10, 100 oder 1000 u. dgl. die größte Zahl ausmacht; denn in diesem Falle darf man nur am Ende dem Produkte die Nullen des noch übrigen Faktors anhängen.

Anfänger können sich hierzu folgender Zerfällungstabelle bedienen:

12	wird	zerfällt	in	3	mal 4
14	-	-	-	2	- 7
15	-	-	-	3	- 5
16	-	-	-	4	- 4 oder 2 mal 8
18	-	-	-	3	- 6 oder 2 mal 9
21	-	-	-	3	- 7
22	-	-	-	2	- 11
24	-	-	-	4	- 6 oder 3 mal 8

25	wird	zerfällt	in	5	mal 5
27	-	-	-	3	- 9
28	-	-	-	4	- 7
32	-	-	-	4	- 8
33	-	-	-	3	- 11
35	-	-	-	5	- 7
36	-	-	-	6	- 6 oder 4 mal 9
42	-	-	-	6	- 7
44	-	-	-	4	- 11
45	-	-	-	5	- 9
48	-	-	-	6	- 8
49	-	-	-	7	- 7
54	-	-	-	6	- 9
55	-	-	-	5	- 11
56	-	-	-	7	- 8
63	-	-	-	7	- 9
64	-	-	-	8	- 8
66	-	-	-	6	- 11
72	-	-	-	8	- 9
77	-	-	-	7	- 11
81	-	-	-	9	- 9

Zahlen, denen eine oder mehrere Nullen angehängt sind, als: 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 200, 300, 400, 500 u. s. w. brauchen nicht zerfällt zu werden, weil es sich ohnedieß mit solchen Zahlen sehr leicht multiplizirt.

IV. Wenn der Multiplikator 11 ist, so kann man

das Produkt sehr geschwinde angeben, wie es die folgenden Beyspiele am Beßten lehren werden.

Erstes Beyspiel	162 11	Zweytes Beyspiel	378 11
	162	378	378
1 6 2	162	4158	378
1 7 8 2	1782	~~11~~	4158 ~~11~~

Im ersten Beyspiele soll 162 durch 11 multiplizirt werden. Man mache einen Querstrich unter 162, und setze die erste Ziffer 2 darunter, etwas zur Rechten. Darauf sagt man: 2 und 6 ist 8; 6 uud 1 ist 7, und endlich schreibt man noch die letzte Ziffer 1 zur Linken voran. Das zur Rechten daneben gesetzte gewöhnliche Verfahren zeigt sogleich, daß man auf diese Weise das Produkt richtig erhalten müsse.

Im zweyten Beyspiele wird es eben so gemacht. Nur hat man zur letzten Ziffer 3, die zur Linken angesetzt werden sollte, sogleich die unten angemerkte 1 zu addiren.

V. Ist der Multiplikator 110, so findet man zuvörderst das 11fache des Multiplikanden nach der vorigen Weise, und nimmt dieses 11fache noch 10 mal, indem man dem Produkte an der Einheiten-Stelle die Nulle anhängt, z. B. 456 × 110:

4 5 6

5 0 1 6 0

~~1 1~~

VI. Soll man eine gewisse Zahl mit 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81 oder 91 multipliziren, so betrachte man den Multiplikand sogleich als das Produkt der Einheit, multiplizire alsdann den Multiplikand mit dem Ziffer der Zehnerstelle, und setze das Produkt unter den Multiplikand, jedoch um eine Stelle weiter gegen die Linke, an, so wie es die Natur des Faktors erfordert, z. B.

I.	II.
352	352
21	704
352	7392
704	
7392	

Multiplizirt man im ersten Beyspiele den Multiplikand 352 mit 21, so muß der Multiplikand der Einheit wegen, weil sie nicht vermehrt, sogleich unter den Querstrich herabgesetzt, und alsdann das Produkt von 2 um eine Zifferstelle weiter gegen die Linke zu darunter geschrieben werden. Das Herabsetzen des Multiplikanden sowohl, als auch das Anschreiben des Faktors 21 kann man sich aber ganz ersparen, wenn man nämlich den Multiplikand gleich als das Produkt der Einheit selbst ansieht, und nur mit 2 allein multiplizirt, so wie aus Nro. II. abzunehmen ist.

VII. Soll man aber mit 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 oder 19 multipliziren, so sieht man den Multiplikand als das zehnfache Produkt an, und multiplizirt bloß mit dem an der Einheitenstelle stehenden Faktor den Multiplikand, wobey aber zu bemerken kömmt, daß das Produkt um eine Zifferstelle weiter gegen die Rechte zu zurückgesetzt werden muß. Soll z. B. 456

mit 12 multiplizirt werden, so wird auf folgende Weise verfahren:

456
912
5472

Multiplizirt man nach der gewöhnlichen Art, so gewährt die Bearbeitung folgende Ansicht:

456
12
912
456
5472

Wenn man diese zweyte Operation mit der ersten vergleicht, so findet man, daß bey der ersten verkürzten Bearbeitung das 2fache Produkt unter dem 10fachen, in der zweyten Ausarbeitung hingegen über dem 10fachen zu stehen komme, welches aber beym Addiren gleich viel ist.

VIII. Soll man eine gewisse Zahl mit 99, 999 9999 u. dgl. multipliziren, dann hängt man dem Multiplikanden an der Einheitenstelle so viele Nullen an, als der Multiplikator 9er hat, und zieht am Ende das zuviel Genommene wieder ab, z. B.

99 × 34567
3456700
3422133

In diesem Beyspiele sollte die Zahl 34567 nur 99 mal genommen werden; sie wurde aber durch das Hint-

ansezen der Nullen 100 mal genommen; daher mußte die zu viel genommene Zahl 3 4 5 6 7 einmal von dem Produkte 3456700 abgezogen werden.

Aufgaben zur Übung.

1) Einer kauft 3 Hüte, jeden zu 1 fl.; was ist der ganze Betrag? — Ant. 3 fl.

2) 2 Personen sind da, jede schenkt dem Peter 3 kr.; was bekömmt Peter zusammen? — Ant. 6 kr.

3) 2 silberne Löffel, jeder wiegt 4 Lt.; was wiegen sie zusammen? — Ant. 8 Loth.

4) 7 Säcke Gersten, in jedem Sacke 6 Mz.; wie viel ist's in allen? — Ant. 42 Metzen.

5) 5 Personen sollen, jede 6 fl. bekommen; wie viel beträgt das? — Ant. 30 fl.

6) Paul schießt dem Franz 9 Schuß kr., auf jeden 5 kr.; was erhält Franz? — Ant. 45 kr.

7) Ein Salzsäckel gilt 6 fl., ein Salzfaß 4mal so viel; was kostet das Faß? — Ant. 24 fl.

8) Wie viel braucht der Schmied Nägel zur ganzen Beschlagung eines Pferdes, da er zu jedem der 4 Hufeisen 8 Nägel braucht? — Ant. 32 Nägel.

9) Ein Schach- oder Damenbrett ist in 8 gleiche Quadrate in der Länge, und 8 gleiche Quadrate in der Breite eingetheilt; wie viele Quadrate enthält das ganze Schach- oder Damenbrett? — Ant. 64.

10) Für 5 Tage sollen Scheiter zum Einheitzen herbey getragen werden; wie viel müssen es in allen

seyn, wenn täglich 10 davon in den Ofen geworfen werden? — Ant. 50 Scheiter.

11) Was bekömmt ein Bauer für Lieferung 2. Salzfässer, wenn er von dem Fasse 20 kr. hat? — Ant. 40 kr.

12) Ein Seiler hat ein Seil mit 2 ℔., das ℔. zu 28 kr., verkauft; was hat er dafür bekommen? — Ant. 56 kr.

13) Ein Weib hat 12 Quartel Milch, jedes zu 2 kr., verkauft; was hat es daraus gelöset? — Ant. 24 kr.

14) Eine Uhr bleibt stündlich 3 Sek. dahinten, was macht dieß des Tages? — Ant. 36 Sekunden.

15) Ein Alphabet in einem gedruckten Buche hat 23 Bögen; wie viel Bögen enthalten 4 Alphabete? — Ant. 92 Bögen.

16) Wie viel Leinwand braucht man zu einem Dutzend Hemden, wenn zu jedem Hemde 4 Ellen nöthig sind? — Ant. 48 Ellen.

17) In einem Orte sind 8 Haufen hartes Holz verbrannt. Schlägt man nun den Haufen zu 19 fl. an; wie groß ist der Schade? — Ant. 152 fl.

18) Ein Eimer Wein kostet 50 fl.; was kosten davon 7 Eimer? — Ant. 350 fl.

19) Wie hoch kommen 50 Klafter Tofstein (eine kalkartige sehr poröse Steinart), die Kl. zu 6 fl.? — Ant. 300 fl.

20) Einer kauft 50 Ellen holländisches Tuch, die Elle um 4 fl.; was macht alles zusammen? — Ant. 200 fl.

21) Einer kauft 6 Ochsen, jeden zu 47 fl.; wie theuer kommen alle zusammen? — Ant. 282 fl.

22) Zwischen Erbauung der Stadt Rom, und Christi Geburt sollen 163 Olympiaden verflossen seyn; wie viel beträgt dieß in gemeiner Rechnung, da eine Olympiade 4 Jahre in sich begreift? — Ant. 652 Jahre.

23) Ein Vater hinterläßt 3 Kinder, und jedes treffen 700 fl.; wie groß war sein Vermögen? — Ant. 2100 fl.

24) 4 Schäfer haben, jeder 218 Stücke Schafe; wie viel haben sie zusammen? — Ant. 872 Stücke.

25) Eine Armee brauchte monatlich für ihre Pferde 735 Sch. Haber; was braucht sie in 6 Monaten? — Ant. 4410 Schäffel.

26) In einem viereckigten Gartenbeete können in der Breite 9, und in der Länge 200 Pflanzen gereiht stehen; wie viele Pflanzen hat man nöthig, um dieses Beet anzusetzen? — Ant. 1800 Pflanzen.

27) 65 fl.; wie viel machen sie kr. und hl.? — Ant. 3900 kr., 31200 hl.

28) 35 fl.; wie viel machen sie Bz. und pf.? — Ant. 525 Bz., 8400 pf.

29) 34 Zt.; wie viel machen sie lb., Vrl. und Lt.? — Ant. 3400 lb., 13600 Vierl., 108800 Lt.

30) Wie viel macht ein Tag und eine Nacht Minuten? — Ant. 1440 Min.

31) Ein Pferdhändler hat ein Pferd um 16 Karolin verkauft; wie viele Gulden sind dieß? — Ant. 176 fl.

32) Das Schäffel kostet 18 fl.; was gelten hievon 12 Sch.? — Ant. 216 fl.

33) 28 Stück Bettbarchent, jedes zu 26 fl.; wie viel ist der ganze Betrag? — Ant. 728 fl.

34) 85 Dutzend schwarz gestreifte Hamburger-Strümpfe, jedes zu 25 fl.; wie viel betragen solche? — Ant. 2125 fl.

35) 83 Zentner Schießpulver, den Zt. zu 35 fl; was ist der Werth? — Ant. 2905 fl.

36) Man will einen viereckigten Garten mit Bäumen besetzen. In allen sollen 46 Reihen stehen, und in jeder Reihe 36 Bäume; wie viele Bäume werden dazu erfordert? — Ant. 1656 Bäume.

37) Einer will eine Kirche neu pflastern lassen. Sie hat durchaus eine gleiche Weite, und können in der Breite 45, in der Länge aber 98 Steine gelegt werden; wie viele Steine werden dazu erfordert? — Ant. 4410 Steine.

38) Einer will sein Haus mit einem neuen Dache decken. Das Dach ist 36 Ziegel hoch, und 112 Ziegel breit; wie viele Ziegel braucht er dazu? — Ant. 4032 Ziegel für Eine Seite, und für das ganze Dach 8064 Ziegel.

39) Wie viele Eyer lassen sich in einer Kiste packen, wenn in der Länge 18, und in der Breite 12 Eyer neben einander liegen können, und wenn 15 Lagen auf einander Platz haben? — Ant. 3240 Eyer.

40) Wenn ein Gang in einer Mühle täglich 3 Sch. mahlt; wie viel werden in einem gemeinen Jahre auf 6 Gängen gemahlen? — Ant. 6570 Schäffel.

Bayerische Staats-Bibliothek München

41) Peter fragte den Paul: Wie viele Gäste bey der Mahlzeit waren? Paul antwortete: Man kochte bey 4 Feuern; bey jedem Feuer waren 4 Bratspieße, und an jedem Bratspieße steckte für 8 Personen Gebratenes; wie viel waren es Gäste? — Ant. 128 Gäste.

42) Ein Graben ist 50 Ellen lang, und 2 Ellen breit, und 1 Elle tief. Wenn man nun auf eine Elle 60 Maß Wasser rechnet; wie viele Maße Wasser wären dann in diesem Graben? — Ant. 6000 Maß.

43) In einem Hause sind 13 Fenster; jedes Fenster hat 4 Flügel; jeder Flügel 16 ganze und 8 halbe Scheiben, und 20 Zwickel; wie viel ist jedes in seiner Summe? — Ant. 832 ganze; 416 halbe Scheiben; 1040 Zwickel.

44) In einem Wirthshause sind 8 Stuben, in jeder Stube 8 Tische, an jedem Tische 8 Bettler; jeder Bettler hat 8 Beutel, und in jedem Beutel 8 kleine Beutelein, und in jedem Beutelein 8 Ecke, und in jedem Ecke 8 hl.; wie viel Geld haben die Bettler gehabt? — Ant. 2097152 hl.; d. i. 4369 fl. 4 kr.

45) Die Dachseite eines Hauses hat in ihrer ganzen Länge 176 Schindel, und zählt von oben bis unten 97 Lagen derselben. Wie viel Schindel hat der Bauherr nöthig, um das Haus auf beyden Seiten ganz neu decken zu können? — Ant. Er braucht 34144 Schindel. Wird er aber mit 1067 Büscheln auslangen; wenn jeder Büschel 32 Stücke hat?

46) Die geographische oder teutsche Meile wird zu 25380 baierische Schuh gerechnet; wie viele Quadratschuhe entstehen, wenn diese Zahl mit sich selbst multiplizirt wird. — Ant. 644144400 Quadratschuh.

47) Ein Mann ist 84 Jahre alt geworden. Sein Puls machte sowohl in der Jugend als im Greisenalter jede Minute 72 Schläge. Wie viel Pulsschläge hätte er sein ganzes Leben hindurch zählen können, wenn er auch die 21 Schalttage, die er erlebte, mit eingerechnet hätte? — Ant. 3181006080 Pulsschläge.

Fünfter Abschnitt.

Vom Dividiren oder Theilen gleichbenannter Zahlen.

Die Division oder die Zertheilung ist eine Mühe, Zeit und Geld ersparende Art der Subtraktion, welcher man sich bedienet, wenn man erfahren will, **wie vielmal sich eine gegebene Zahl von einer andern gegebenen abziehen lasse**, das ist, wenn man wissen will, wie vielmal eine Zahl in einer andern enthalten ist; und dann auch, wenn man angeben soll, **wie groß der zweyte, dritte, vierte** ꝛc. **Theil** von einer Zahl sey. Daher sagen die Arithmetiker: Dividiren heiße aus zwey gegebenen Zahlen eine dritte finden, welche anzeigt, wie vielmal die kleinere in der größern enthalten ist.

Die **größere** Zahl *), von welcher die kleinere so oft abgezogen wird, bis nichts mehr übrig bleibt, heißt **Dividend** oder **Zertheilungszahl**; die **kleinere**

*) Die Fälle, wo der Divisor größer ist, als der Dividend, sparen wir bis zur Bruchrechnung.

hingegen, die von der größern so oft abgezogen werden soll, als es möglich ist, wird der **Divisor** oder der **Theiler**, und die, welche anzeigt, wie oft man abziehen könne, der **Quotient**, **Anzeiger** oder **Antheil** genannt. Z. B. Wenn man fragt: Wie oft ist 4 in 12 enthalten? und man findet darauf zur Antwort: 3 mal; so ist die Zahl 4 der Divisor, 12 der Dividend und 3 der Quotient.

Da das Dividiren für Anfänger etwas schwer ist, so ist es für dieselben sehr vortheilhaft, wenn sie sich vorläufig in nachstehender Theilungs-Tabelle üben, damit sie dadurch in den Stand gesetzt werden, sogleich, oder doch viel eher, bestimmen zu können, wie vielmal eine kleinere Zahl in einer größern enthalten sey.

Theilungs-Tabelle
oder
das Eins in Eins.

2 steckt in 2 1mal	3 steckt in 3 1mal
2 steckt in 4 2mal	3 steckt in 6 2mal
2 steckt in 6 3mal	3 steckt in 9 3mal
2 steckt in 8 4mal	3 steckt in 12 4mal
2 steckt in 10 5mal	3 steckt in 15 5mal
2 steckt in 12 6mal	3 steckt in 18 6mal
2 steckt in 14 7mal	3 steckt in 21 7mal
2 steckt in 16 8mal	3 steckt in 24 8mal
2 steckt in 18 9mal	3 steckt in 27 9mal

4 steckt in 4 1mal	7 steckt in 7 1mal
4 steckt in 8 2mal	7 steckt in 14 2mal
4 steckt in 12 3mal	7 steckt in 21 3mal
4 steckt in 16 4mal	7 steckt in 28 4mal
4 steckt in 20 5mal	7 steckt in 35 5mal
4 steckt in 24 6mal	7 steckt in 42 6mal
4 steckt in 28 7mal	7 steckt in 49 7mal
4 steckt in 32 8mal	7 steckt in 56 8mal
4 steckt in 36 9mal	7 steckt in 63 9mal

5 steckt in 5 1mal	8 steckt in 8 1mal
5 steckt in 10 2mal	8 steckt in 16 2mal
5 steckt in 15 3mal	8 steckt in 24 3mal
5 steckt in 20 4mal	8 steckt in 32 4mal
5 steckt in 25 5mal	8 steckt in 40 5mal
5 steckt in 30 6mal	8 steckt in 48 6mal
5 steckt in 35 7mal	8 steckt in 56 7mal
5 steckt in 40 8mal	8 steckt in 64 8mal
5 steckt in 45 9mal	8 steckt in 72 9mal

6 steckt in 6 1mal	9 steckt in 9 1mal
6 steckt in 12 2mal	9 steckt in 18 2mal
6 steckt in 18 3mal	9 steckt in 27 3mal
6 steckt in 24 4mal	9 steckt in 36 4mal
6 steckt in 30 5mal	9 steckt in 45 5mal
6 steckt in 36 6mal	9 steckt in 54 6mal
6 steckt in 42 7mal	9 steckt in 63 7mal
6 steckt in 48 8mal	9 steckt in 72 8mal
6 steckt in 54 9mal	9 steckt in 81 9mal

Wer vorstehende Theilungs-Tabelle seinem Gedächtnisse wohl eingeprägt hat, der wird den Quotient jedesmal leicht finden, das heißt, er wird die Zahl bald anzugeben wissen, welche anzeigt, wie vielmal die kleine Zahl in der größeren enthalten ist, zumal, da man mit einer einzifferichten Zahl eine andere, die nicht über 100 steigt, theilen soll.

Man kann mit einer, zwey, drey und mehreren Ziffern theilen, so wie man auch mit einer, zwey, drey und mehreren Ziffern vervielfältigen kann; nur ist dabey zu merken, daß man die Theilung nicht, wie bey der Vervielfältigung hinten an der Einheitenstelle, sondern vorn zur Linken anfange. Man theilet demnach allemal zuerst die Einheiten der höchsten Stelle, und geht dann so nach und nach zu den folgenden geringern Einheiten über. Was sich aber in einer höheren Stelle nicht theilen läßt, das bringt man in die nächstfolgende geringere, nimmt das, was von dieser geringeren Stelle vorhanden ist dazu, und dividirt alsdann die Summe gemeinschaftlich.

Eine einzifferichte Zahl durch eine andere gleichfalls einzifferichte zu theilen ist nicht schwer, ihr findet den Quotient sogleich unmittelbar aus der angeführten Theilungs-Tabelle; denn es ist einem jeden klar, daß 2 in 8 4mal enthalten ist; denn 4 mal 2 ist 8. Schwerer aber ist die Theilung einer mehrzifferichten Zahl. Vernehmet nun auch hierüber die dabey nothwendigen Verhaltungs-Regeln, sie sind folgende:

Erste Regel.

Schreibet den Theiler unter die Zehrtheilungs-Zahl, und zwar so weit gegen die Linke, daß

ihr von der obenstehenden Ziffer oder Ziffern noch abziehen könnet. Zur Rechten der Zertheilungs-Zahl aber machet einen Senkstrich herab, hinter welchen ihr in der Folge den gefundenen Quotient schreibet. Sollte z. B. 728 durch 2 getheilt werden, so käme dieses Beyspiel also zu stehen:

Dividend oder Zertheilungszahl 728	... Quotient oder
Divisor oder Theiler 2	Anzeiger.

Zweyte Regel oder Untersuchung.

Suchet vermittelst der Theilungstabelle oder auch des Einmaleins, wie vielmal der Theiler in der höchsten Ziffer der Zertheilungs-Zahl enthalten ist, das ist, forschet durch Vervielfältigen, ob sich der Theiler vervielfältigt von der darüberstehenden Ziffer ein, zwey, drey oder mehrere Male abziehen lasse, und schreibet die Ziffer, die dieses anzeigt, als den gefundenen Quotient hinter den gezogenen Senkstrich zur Rechten.

Dritte Regel oder das Verhalten selbst.

Vervielfältiget den Theiler mit der hinter den Senkstrich geschriebenen Ziffer des Quotienten, und ziehet das Produkt nach gezogenem Querstriche von der Zertheilungs-Zahl ab; den Rest aber setzet ihr unter den Querstrich.

Vierte Regel oder Wiederhohlung der ersten drey Regeln.

Hinter den gebliebenen Rest, wenn einer vorhanden ist, schreibet ihr die nächstfolgende

Ziffer der Zertheilungszahl herab, setzet den Theiler darunter, forschet damit neuerdings, wie vielmal er in der zu theilenden Zahl enthalten sey, schreibet die dieses anzeigende Ziffer als den zweyten Theil des Quotienten hinter den Senkstrich, vervielfältiget damit den Theiler, ziehet darauf das Produkt nach abermal gezogenem Querstriche ab, und setzet den Rest wie vorhin unter den Querstrich.

Fünfte Regel oder Wiederhohlung der vierten Regel.

Zu dem gefundenen Reste nehmet ihr wieder die nächstfolgende Ziffer aus der Zertheilungszahl herab, und verfahret damit nach der vierten Regel. Dieses Verfahren wird nun so lange fortgesetzt, als Ziffern in der Zertheilungszahl noch vorhanden sind.

Sechste Regel oder das Kennzeichen des zu klein genommenen Quotienten.

Nach dem Abzuge darf der Rest nie so groß, noch viel weniger größer seyn, als der Theiler ist, sondern er muß wenigstens 1 weniger, als derselbe betragen; denn wäre der Rest größer, oder doch wenigstens gerade so groß, als der Theiler ist, so wäre dieses ein Zeichen, daß ihr die Ziffer im Quotienten zu klein genommen hättet.

Siebente Regel, oder das Kennzeichen des zu groß genommenen Quotienten.

Ihr dürfet aber auch im Quotienten keine zu große Ziffer schreiben, weil sonst das Produkt, wel-

ches aus der Vervielfältigung des Theilers und der im Quotienten geschriebenen Ziffer entsteht, größer wird, als die zu theilende Zahl, und also nicht mehr abgezogen werden könnte. Kurz! das Produkt muß allzeit so groß seyn, daß es beym Abzuge entweder gerade aufgehe, oder noch etwas davon übrig bleibe. Ist demnach wegen des zu großen Produktes kein Abzug möglich, so ist dieses ein Zeichen, daß ihr die Ziffer im Quotienten zu groß genommen habet.

Wir wollen nun die Anwendung der gegebenen Regeln in einem Beyspiele sehen. 2 Personen sollen eine Erbschaft von 728 fl unter sich gleich vertheilen; wie viel bekömmt jede? Schreibet dieses Beyspiel der ersten Regel gemäß also an:

	a b c
Vertheilungszahl 728	364 Anzeiger oder Quotient.
Theiler 2..	
Produkt 6..	
Rest 12.	
Theiler 2.	
Produkt 12.	
Rest —8	
Theiler 2	
Produkt 8	
Rest —	

Bey der Theilung selbst verfahret ihr auf folgende Weise: Da die zu vertheilende Gulden-Summe aus 7 Hunderten, 2 Zehnern und 8 Einheiten besteht; so fragt sich:

1) **Wie viel Hunderte** bekömmt eine Person, oder mit andern Worten: Wie vielmal steckt der Theiler 2 in der höchsten Ziffer 7 **Hundert**? Antwort: 3 **mal**; denn 3 mal 2 ist 6 *). Schreibet die Ziffer 3, welche die erste Frage beantwortet, und das **Wie vielmal** anzeigt, rechts hinter den Senkstrich unter a als den gefundenen ersten Theil des Quotienten, und vervielfältiget damit den Theiler 2, indem ihr saget: 3 mal 2 ist 6; setzet das Produkt 6 unter die zu theilende Ziffer 7, und ziehet es nach gemachtem Querstriche ab, als: 6 Hunderte von 7 Hunderten bleibt noch 1 Hundert zur Vertheilung übrig.

Werden nun zu den übriggebliebenen 1 Hundert die 2 Zehner aus der zu vertheilenden Guldensumme heruntergenommen; so habet ihr überhaupt zusammen 12 Zehner zur Vertheilung vor Augen. Nun fragt sich:

2) **Wie viel Zehner** bekömmt eine Person, oder wie vielmal steckt der Theiler 2 in der zu theilenden **Zehner-Zahl** 12? Antwort: Gerade 6 **mal**; denn 6 mal 2 ist 12. Schreibet die gefundene Ziffer 6, welche die zweyte Frage beantwortet, wiederum rechts hinter den Senkstrich unter b, als den zweyten Theil des Quotienten, und vervielfältiget damit wieder den Theiler 2, indem ihr saget: 6 mal 2 ist 12, schreibet das Produkt 12 unter die zu theilenden 12 Zehner, und saget nach gezogenem Querstriche: 12 Zehner von 12 Zehnern he-

---

*) Nicht viermal; denn 4 mal 2 wäre 8, und 8 von 7 könnte nicht abgezogen werden: aber auch nicht 2 mal; denn 2 mal 2 wäre 4, und 4 von 7 abgezogen blieben noch 3 übrig, welches ebenfalls gefehlt wäre, weil der Theiler 2 im Reste 3 noch einmal enthalten ist.

ben sich auf, bleibt kein Rest. Da nun dieses Mal kein Zehnerrest geblieben ist, so kann auch keiner zu den in der Gulden-Summe noch übrigen 8 Einheiten, die noch zu theilen übrig sind, geschlagen werden. Es fragt sich also:

3) **Wie viel Einheiten** bekömmt eine Person, oder wie oft ist 2 in 8 enthalten? Antwort: Genau 4 mal; denn 4 mal 2 ist 8. Setzet 4 hinter den Senkstrich unter c als den gefundenen dritten Theil des Quotienten, und vervielfältiget damit den Theiler 2, indem ihr saget: 4 mal 2 ist 8, und 8 von 8 abgezogen bleibt nichts. Da nun in der Zertheilungs-Summe keine Ziffer mehr vorhanden ist, die ihr herabsetzen, und noch ferner theilen könntet; so ist die Theilung zu Ende, und der gesuchte Antheil oder Quotient ist 364 Gulden. Noch ein Beyspiel:

Drey Personen sollen 1602 fl. unter sich gleich vertheilen; wie viel bekömmt eine jede?

Dividend	1602	534 fl. Quotent.
Divisor	3..	
Produkt	15..	
Rest	−10.	
Divisor	3.	
Produkt	9.	
Rest	12	
Divisor	3	
Produkt	12	
Rest	—	

Da hier in der zu vertheilenden Gulden-Summe, von welcher 3 Personen gleichviel bekommen sollen, nur

ein einziges Tausend vorhanden ist; so kann keine Person ein ganzes Tausend, sondern nur einige Hunderte davon bekommen; deßwegen nehmet ihr dieses einzelne Tausend sogleich zu den folgendenden 6 Hunderten, und saget: 3 in 16 Hundert ist 5 mal enthalten, setzet die 5 rechts hinter den Senkstrich, und vervielfältiget damit den Divisor 3, indem ihr saget: 5 mal 3 ist 15, und 15 von 16 abgezogen bleibt 1. Nehmet aus dem Dividenden die nächstfolgende Ziffer, welche 0 ist, zum Reste 1 herab, setzet den Divisor 3 darunter, und saget: 3 in 10 ist 3 mal enthalten; denn 3 mal 3 ist 9, und 9 von 10 abgezogen bleibt 1. Ziehet jetzt auch die in dem Dividenden noch übrigen 2 Einheiten zu dem gebliebenen Reste 1 herab, und saget: 3 in 12 ist 4 mal enthalten; denn 4 mal 3 ist 12, und 12 von 12 abgezogen bleibt nichts. Es ist also 534 der verlangte Quotient.

Beyspiele zur Wiederhohlung.

I.

Dividend 8	4 Quotient	Zertheilungszahl 72	24 Anzeiger
Divisor 2		Theiler 3.	od. Antheil
Produkt 8		das Vielfache 6.	
Rest —		Rest 12	
		Theiler 3	
		das Vielfache 12	
		Rest —	

II.

III.

690 | 138
5.. |
5..
19.
5.
15.
-40
5
40
—

IV.

1384 | 346
4.. |
12..
-18.
4.
16.
-24
4
24
—

Achte Regel.

Bleibt nach dem Abzuge kein Rest, und ist die nächste Ziffer der Zertheilungszahl, welche zum Theilen herabgesetzt werden soll, kleiner als der Theiler; so schreibet ihr eine Null in den Quotient, nehmet darauf aus der Zertheilungs-Zahl gleich zwey neue Ziffern herab, und setzet so die Theilung fort, als:

2736 | 304
9.. |
27..
-36
9
56
—

Hier saget ihr: 9 in 27 ist 3 mal enthalten; denn 3 mal 9 ist 27, und 27 von 27 abgezogen bleibt kein Rest. Nehmet ihr nun die nächste Ziffer 3 aus der Zertheilungszahl zum Theilen herab, so ist 9 in 3 **niemal** enthalten; ihr setzet also eine Null hinter die schon gefundene Ziffer 3 im Quotienten, und schreibet sogleich auch die nächsten zwey Ziffern der Zertheilungszahl, nämlich 36, herab. Nun heißt es: 9 in 36 ist 4 mal enthalten; denn 4 mal 9 ist 36, und 36 von 36 abgezogen bleibt nichts.

Zwey Beyspiele zur Übung:

I.

2156 | 308
7 |
21
—56
7
56
—

II.

3042 | 507
6 |
30
—42
6
42
—

Neunte Regel.

Wenn nach vollendeter Theilung ein Rest bleibt, so wird derselbe dem Quotienten zur Rechten geschrieben, und nach gezogenem Querstriche der Theiler darunter gesetzt. Z. B. Vier Kinder sollen 17 Äpfel unter sich gleich vertheilen; wie viel trifft eines?

17 | 4 $\frac{1}{4}$
4 |
16
—1

Hier ist nach verrichteter Theilung noch 1 Apfel übriggeblieben. Da nun diesen übrigen Apfel keines von den 4 Kindern für sich allein behalten kann; so muß auch dieser noch, und zwar in 4 gleiche Theile getheilt werden; daher denn jedes Kind auch noch ein Viertel von diesem übriggebliebenen Apfel erhält. Dieses ist die Ursache, warum man den Theiler 4 unter den Rest 1 setzt, und diesen Bruch dem Quotienten zur Rechten anhängt. Es erhält demnach jedes der 4 theilenden Kinder von den 17 Äpfeln 4 $\frac{1}{4}$ zu seinem Antheile.

Zehnte Regel.

Wenn sowohl der Theiler als die Zertheilungs-Zahl aus mehreren Ziffern besteht; dann forschet

man nur, wie vielmal die erste oder höchste Ziffer des Theilers in der vordersten Ziffer der Zertheilungszahl enthalten ist, und nimmt an, daß der ganze Theiler eben sovielmal in den ihm zugehörigen Ziffern der Zertheilungszahl stecke, als die erste Ziffer des Theilers in der ersten oder in den zwey ersten Ziffern der Zertheilungszahl. Diese Annahme führt nun freylich oft irre; allein der Irrthum entdeckt sich bald durch die Vervielfältigung; denn hat man auf diese Art den Quotient zu groß genommen, so verräth dieses das daraus entspringende zu große Produkt, welches das Abziehen unmöglich macht; so wie im Gegentheile der zu klein genommene Quotient einen zu großen Rest übrig läßt. Im letzten Falle nimmt man nur den Quotient größer, im ersten Falle aber wird der Quotient so lange vermindert, bis ein Produkt zum Vorschein kömmt, welches abgezogen werden kann. Z. B. Wie viele Konventionsthaler geben 1752 Sechser; wenn 24 Sechser einen Konventionsthaler machen?

1752 | 24	73 Konventions-Thaler	Da sich hier 24 in 17 nicht theilen läßt; so nimmt man auch die folgende Ziffer 5 noch dazu, und fragt: Wie oft ist 24 in 175 enthalten? Weil sich aber hier ohne Kenntniß des großen Einmaleins *)
168		
72		
24		
72		

*) Es wird sehr nützlich seyn, wenn Anfänger die oben Seite 87 u. 88 angeführten großen Einmaleinse, besonders das erste auswendig wissen; weil sehr viele Fälle vorkommen, wo

auf diese Frage hart antworten läßt; so fraget nur allein mit der vordersten Ziffer des Theilers: Wie vielmal ist 2 in 17 enthalten? Antwort: 7 mal. Hätte man 17 nur allein mit 2 zu theilen; so könnte man allerdings sagen: 8 mal. Allein wegen der zur Rechten stehenden etwas größern Ziffer 4 aber geht dieses nicht an; denn 8 mal 24 wäre 192, folglich mehr, als oben stünde. Man darf also nur 7 (und nicht 8) in den Quotient schreiben. Nun vervielfältiget man mit 7 den ganzen Theiler, wenn man das Produkt nicht schon aus dem großen Einmaleins auswendig weiß, und saget: 7 mal 4 ist 28, schreibet die Ziffer 8 unter die Ziffer 5, und behaltet indeß 2 im Sinne; ferner: 7 mal 2 ist 14, dazu die im Sinne behaltenen 2 macht 16, und setzt diese 16 unter 17, machet einen Querstrich darunter, und ziehet das ganze Produkt 168 von 175 ab, der Rest ist 7. Nun ziehet ihr auch die in der Zertheilungszahl noch vorhandenen 2 Einheiten zu dem Reste 7 herab, setzet den Theiler 24 unter diese noch zu theilende Zahl 72, und fraget wieder: Wie oft ist 2 (die vorderste Ziffer des Theilers) in 7 enthalten? Antwort: 3 mal; schreibet die Ziffer 3 in dem Quotienten hinter den Senkstrich, vervielfältiget damit den ganzen Theiler 24, und ziehet das Produkt 72 von 72 ab, der Rest ist 0. Es machen also 1752 Sechser 73 Konventionsthaler.

Jemand hat 15330 Tage gelebt; wie viel sind dieß Jahre; wenn 365 Tage ein Jahr machen?

---

man mit 12, 16, 24 u. dgl. dividiren muß, und wo man dann nicht erst ängstlich nach dem eigentlichen Quotienten zu forschen braucht.

15330 | 42 Jahre.
365 |
1460
—730
365
730

Hier fraget ihr: Wie oft ist 3 in 15 enthalten? Ihr antwortet: 5 mal; denn 5 mal 3 ist 15. Aber wenn ihr den ganzen Divisor 365 mit 5 vervielfältiget; so kömmt das Produkt 1825 heraus, welches mehr ist, als die vier obenstehenden Ziffern 1533, von welchen abgezogen werden soll, aber kein Abzug möglich ist. Ihr erkennet nun daraus, daß die in den Quotient zu schreibende Ziffer 5 zu groß sey. Schreibet also 4 in den Quotient, und vervielfältiget damit den Theiler 365; das Produkt ist 1460; dieses von 1533 abgezogen, giebt den Rest 73. Zu diesem Reste setzet die nächste Ziffer 0 aus der Zertheilungszahl herab, woraus dann 730 entsteht. Jetzt fraget ihr: Wie oft ist 3 in 7 enthalten? Antwort: 2 mal; schreibet 2 in den Quotient, vervielfältiget damit den ganzen Theiler 365, und ziehet das daraus entsprungene Produkt 730 von den obenstehenden 730 ab, und es bleibt nichts im Reste.

Zusatz zur zehnten Regel.

Es ereignet sich nicht selten, daß man die in dem Quotienten zu groß genommene Ziffer zwey- drey- wohl auch viermal vermindern muß; dieses geschieht besonders, wenn die höchste Ziffer des Theilers sehr klein, die zweyte darauf folgende aber groß ist, als z. B. 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 99.

Um in solchen Fällen die Ziffer des Quotienten wo nicht gleich ganz, doch wenigstens sehr nahe zu treffen, verwandelt man im Sinne die zwey Ziffern des Theilers in die nächst höhere Zehnerzahl, und

forschet damit in die Zertheilungszahl nach dem Quotienten. Soll man z. B. 94 durch 19 theilen, so frage ich nicht: Wie oft ist 19 in 94, oder 1 in 9 enthalten; sondern ich verwandle meinen Divisor 19 in die nächst höhere Zehnerzahl 20, und frage: Wie oft ist 20 in 94, oder 2 in 9 enthalten? Ein Gleiches ist auch von den folgenden Divisoren zu verstehen, z. B.

Statt 29 denket man sich 30.
Statt 39 denket man sich 40.
Statt 49 denket man sich 50.
Statt 59 denket man sich 60.
Statt 69 denket man sich 70.
Statt 79 denket man sich 80.
Statt 89 denket man sich 90.
Statt 99 denket man sich 100.

Dieser wichtige Vortheil hat auch bey mehrzifferichten Divisoren Statt; nur ist dabey zu merken, daß die Verwandlung des Theilers in die nächst höhere Zehnerzahl nicht den ganzen Theiler, sondern nur die höchsten zwey Ziffern desselben allein angehe. Soll ich z. B. eine Zahl mit 2953 theilen; so verwandle ich nur die höchsten zwey Ziffern von der dritten und vierten Stelle, nämlich 29, in die nächst höhere Zehnerzahl 30, ohne auf die zwey noch übrigen Ziffern 53 Rücksicht zu nehmen, und der eingebildete Theiler heißt nun 3053 anstatt 2953. Eben so verhält es sich auch mit folgenden Theilern:

Statt 597 denket man sich 607
Statt 6985 denket man sich 7085
Statt 79654 denket man sich 80654
Statt 891379 denket man sich 901379.
u. s. w.

Diesen vergrößerten Theiler stellet man sich aber allemal nur so lange vor, als man mit demselben forschet, wie oft er in der Zertheilungszahl enthalten ist; nach der gefundenen Ziffer des Quotienten tritt aber allemal der eigentliche Theiler wieder in seine vorigen Rechte ein. Zwar wird auf diese Art die Ziffer des Quotienten bisweilen um 1 zu groß ausfallen; allein diese Fälle sind nur selten, und der gemachte Fehler läßt sich auch leicht wieder verbessern. Z. B. 68547 Dreyßiger, wie viel machen sie Schäffel; wenn 192 Dreyßiger ein Schäffel geben?

68547 | 3567 $\frac{3}{192}$ Schäffel.
192..
576..
1094.
192.
960.
1347
192
1152

Von diesem zu großen Rest 195 wird der Theiler 192 noch einmal abgezogen.

—3

Anstatt des eigentlichen Theilers 192 denket ihr euch 202 und fraget: Wie oft ist 2 in 6 (nicht 1 in 6) ent-

halten? Antwort: 3 **mal**; vervielfältiget mit der gefundenen Ziffer 3 den ganzen **eigentlichen** Theiler 192, und ziehet das Produkt 576 von der Zertheilungszahl ab, der Rest ist 109. Nehmet zu diesem Reste aus der Zertheilungszahl die nächste Ziffer 4 herab, und fraget: Wie oft ist 2 in 10 enthalten? Antwort: 5 **mal**; vervielfältiget damit wieder den ganzen Theiler 192, und ziehet das Produkt 960 von 1094 ab, der Rest ist 134. Setzet nun auch noch die 7 Einheiten aus der Zertheilungszahl zum Reste herab, und fraget: Wie oft ist 2 in 13 enthalten? Antwort: 6 **mal**; allein wenn ihr hier mit der gefundenen in den Quotient geschriebenen Ziffer 6 den ganzen Theiler 192 vervielfältiget, und das Produkt 1152 von 1347 abziehet; so bleibt noch 195 übrig, welches offenbar mehr ist, als der Theiler 192. Dieser zu große Rest ist nun ein Zeichen, daß ihr den Quotient 6 um 1 zu klein genommen habet. Diesen begangenen Fehler könnet ihr wieder gut machen, wenn ihr entweder die letzte in den Quotient geschriebene Ziffer 6, und das daraus entsprungene Produkt 1152 sammt dem Reste 195 wieder vertilget; oder wenn ihr gleich den Theiler 192 von dem zu großen Reste 195 noch 1 mal abziehet, indem er sich gerade noch einmal abziehen läßt, dann die in den Quotient zu klein geschriebene Ziffer 6 ausstreichet, und dafür die um 1 größere Ziffer 7 hinsetzet.

Eilfte Regel.

Stehen zur Rechten der Zertheilungszahl und des Theilers Nullen; so könnet ihr gleich Anfangs durch einen Senkstrich gleichviel abschneiden, und ganz weglassen. Z. B. Es sollen 450000 durch 3000 getheilt werden. Die Aufgabe wird also behandelt:

```
456|000|152
  3|000|
---
 15
  3
 15
-6
  3
  6
---
  -
```

Hier wurden der Regel gemäß gleich Anfangs zur Rechten drey Nullen von der Zertheilungszahl, wie auch drey von dem Theiler abgeschnitten, und als nicht daſtehend betrachtet. Ferner wurde bey der ersten Theilung kein Produkt angesetzt, sondern sogleich der Theiler selbst von der Zertheilungszahl abgezogen; weil die in den Quotient gesetzte Ziffer 1 nicht vervielfältiget, folglich der Theiler selbst schon das Produkt ist. Noch ein Beyspiel zur Ansicht:

```
7530|00|301 5/25
  25|00|
---
 75
---
-30
 25
---
 -5
```

Zwölfte Regel.

Befinden sich am Ende des Theilers Nullen, in der Zertheilungszahl aber lauter geltende Ziffern; dann schneidet ihr von der Zertheilungszahl zur Rechten so viele Ziffern ab, als der Theiler am Ende

Nullen hat, und theilt alsdann nur mit den noch übrigen Ziffern des Theilers die Zertheilungszahl: der nach vollendeter Theilung gebliebene Rest aber, so wie die gleich Anfangs abgeschnittenen Ziffern, die gleichfalls nur Theile des Restes sind, werden dem gefundenen Quotienten zur Rechten ihrem natürlichen Werthe nach geordnet angehängt, und nach gezogenem Querstriche der Theiler darunter gesetzt. Z. B.

I. 98 | 5 | 32 $\frac{2}{3}\frac{5}{0}$
3 | 0
9
—
−8
3
6
—
2

II. 56 | 82 | 28 $\frac{8}{2}\frac{2}{0}\frac{}{0}$
2 | 00
4
—
16
2
16
—

III. 1385 | 476 | 32 $\frac{9476}{43000}$
43 | 000
129
—95
43
86
—
−9

Hier wurden im ersten und dritten Beyspiele nach der Division dem Reste die abgeschnittenen Ziffern wieder angehängt, und so gemeinschaftlich hinter den Quotient geschrieben; im zweyten Beyspiele aber wurden dem Quotienten nur die zwey abgesonderten Ziffern allein hinzugefügt; weil da kein Rest geblieben ist.

Dreyzehnte Regel.

Soll eine Zahl durch 10, 100, 1000 u. s. w. getheilt werden; so schneidet ihr von der Zertheilungs-Zahl von der Rechten gegen die Linke so viele Ziffern ab, als der Theiler Nullen hat; die zur Rechten abgeschnittenen Ziffern stellen den Rest, und die zur Linken stehenden Ziffern aber den Quotient vor. Z. B.

I.

Quotient	42	6	42	$\frac{6}{10}$
	1	0		

II.

	567	98	567	$\frac{98}{100}$
	1	00		

III.

	738	401	738	$\frac{401}{1000}$
	1	000		

Das erste Beyspiel wurde durch 10, das zweyte durch 100 und das dritte durch 1000 getheilt.

Probe der Multiplikation und Division.

Die Multiplikation und Division dienen einander wechselweise zur Probe.

Die Probe der Division wird durch die Multiplikation gemacht, indem man den Quotient mit dem Theiler vervielfältiget, und den Rest, wenn einer vorhanden ist, dazu addirt. Auf diese Art muß, wenn die Rechnung richtig ist, die Zertheilungszahl wieder herauskommen.

Die Probe der Multiplikation geschieht aber durch die Division, indem man das Produkt durch den Mul-

tiplikator dividirt. Wurde richtig gerechnet, so muß der Multiplikand wieder zum Vorschein kommen.

Probe der Division durch die Multiplikation.

I.

572	143 Quotient	678	135 Quotient
4	4 mal	5	5 mal und 3 dazu
17	572 Zertheilungszahl	17	678 Probe
4	oder Probe	5	
16		15	
−12		−28	
4		5	
12		25	
		Rest 3	

Probe der Multiplikation durch die Division.

II.

Multiplikand 234
Multiplikator 7

Produkt 1638	234 Multiplikand oder Probe.
Multiplikator 7	
14	
−23	
7	
21	
−28	
7	
28	

Einige Verkürzungen und Vortheile beym Dividiren.

I. Geübte Rechner brauchen den Theiler nicht so oft unter die Zertheilungszahl zu schreiben, als es bisher geschehen ist. Genug ist es, wenn derselbe nur das erste Mal darunter gesetzt, oder zur Linken der Zertheilungs-Zahl geschrieben, und durch einen Senkstrich davon abgesondert wird. Z. B.

197096	347
Div. (568)	
1704	
-2669	
2272	
-3976	
3976	
0	

Oder:

568	197096	347
Quotient	1704	
	-2669	
	2272	
	-3976	
	3976	
	0	

II. Soll man mit einer Ziffer des Quotienten den Theiler wieder vervielfältigen, womit derselbe schon einmal vervielfältiget wurde; so schreibt man sogleich das schon vorhin gesuchte und gefundene Produkt herab, und zieht es ab. Z. B.

329	155946	474
Produkt der ersten Theilung	1316	
	-2434	
Produkt der zweyten Theilung	2303	
	-1316	
Produkt der ersten Theilung	1316	
	0	

III. Besteht der Theiler nur aus einer Ziffer, so fällt die Division sehr kurz aus, wenn man das Produkt des Theilers gleich in Gedanken von der Zertheilungs-Zahl abzieht, und nur den Rest unter den Querstrich setzt, als z. B. Wie viel Gulden machen 37548 Fünfzehner, wenn 4 Stücke zu einem Gulden erfordert werden?

```
4 | 37548 | 9387 fl.
    15
   ---
    34
    28
   ---
     0
```

IV. Die Art, nach welcher wir bisher theilten, heißt man **Untersich dividiren**, weil man das Produkt des Theilers und des Quotienten bey den einzelnen Theilungen jedesmal unter die Zertheilungszahl zu schreiben, und die nächstfolgenden Ziffern der Zertheilungs-Zahl nach und nach zu den erhaltenen Resten herunter zu schreiben pflegt: zieht man aber das Produkt des Theilers und des Quotienten allemal gleich in Gedanken ab, und setzt die erhaltenen Reste gerade über die auszustreichenden Ziffern der Zertheilungszahl, von denen man abgezogen hat; so nennet man dieses **Übersich dividiren.** Da diese Divisions-Art eben nicht schwer, und sehr kurz ist; so möchte ich sie bey einzifferichten Theilern durchaus anrathen. Folgendes Beyspiel soll uns hierüber nähern Aufschluß geben. Wie viel Gulden machen 8423 Zwanziger; wenn 3 Stücke einen Gulden geben? Die Rechnung selbst kömmt also zu stehen:

```
      2  2
3 | 8423 | 2807 2/3 fl.
```

Man sagt hier: 3 in 8 ist 2 mal enthalten, 2 mal 3 ist 6, und 6 von 8 in Gedanken abgezogen bleibt 2. Diese gebliebenen 2 setzt man über der Ziffer 8 an, 8 selbst aber streicht man aus.

Nun heißt es: 3 in 24 ist 8mal enthalten, 8 mal 3 ist 24, und 24 von 24 abgezogen bleibt nichts; nun streicht man die über dem schon durchstrichenen 8ter stehende Ziffer 2 wie auch die zur Rechten folgende Ziffer 4 aus.

Ferner sagt man: 3 in 2 ist 0 mal enthalten, schreibt die 0 hinter den Senkstrich, läßt die Ziffer 2 undurchstrichen stehen, und nimmt sogleich die noch vorhandene Ziffer 3 dazu, jetzt heißt es: 3 in 23 ist 7 mal enthalten, 7 mal 3 ist 21, und 21 von 23 abgezogen, bleibt 2. Es machen also die 8423 Zwanziger 2807 $\frac{2}{3}$ fl.

V. Bey einzifferichten Theilern fällt die Division ungemein kurz aus, wenn man einen Querstrich unter die Zertheilungszahl macht, den Quotient gleich darunter setzt, und nicht nur das Produkt von der Zertheilungszahl in Gedanken abzieht, sondern auch den Rest im Sinne behält. Z. B. Wie viele Gulden geben 17945 Zwölfer; wenn 5 Stücke einen Gulden machen?

5 : 17945

3589 Quotient.

VI. Besonders kurz wird auch die Division, wenn man den Theiler in die Faktoren zerfällt, woraus er entstanden ist. Soll man demnach eine gewisse Zahl mit 27 theilen, so sage man: 27 ist aus 3 mal 9 entstanden, und theile die Zertheilungszahl zuerst mit 9, und den herausgekommenen Quotient mit 3, als z. B. 9639 Sechser; wie viel geben sie Kronthaler, wenn 27 Sech-

ser einen Kronthaler machen? Die Rechnung selbst kömmt also zu stehen:

27 : 9639 Zertheilungszahl.
9———
und 1071 erster Quotient.
3———
357 zweyter Quotient.

Man schrieb hier den zerfällten Theiler zur Linken der Zertheilungszahl, machte unter dieselbe einen Querstrich, und theilte nun mit der ersten zerfällten Zahl oder Faktor 9 die Zertheilungszahl 9639; der dadurch erhaltene, erste Quotient 1071 wurde hierauf mit 3 als der andern Zahl oder Faktor des zerfällten Theilers wieder dividirt, und nun erst kam der zweyte Quotient oder die verlangte Antwort, nämlich 357 Kronthaler, zum Vorschein. Hätte man aber den Theiler in 3 Faktoren zerfällt, so hätte man den zweyten Quotient auch noch durch den dritten Faktor theilen müssen, um die richtige Antwort zu finden.

VII. Die Theilung wird auch dadurch verkürzet, wenn man nämlich eine Zahl ausfindig macht, mit der man sowohl den Theiler, als auch die Zertheilungszahl ohne Rest theilen kann, und sohin beyde auf einen kleinern Ausdruck bringt. Dieser Vortheil hat aus dem Grunde Statt, weil der Theiler mit der Zertheilungszahl in dem nämlichen Verhältnisse steht, wie der Nenner zu seinem Zähler. Z. B.

(4) 56 : 28808
(2) 14 : 7202
7 : 3601
514 $\frac{3}{7}$

Beym ersten Anblicke sieht man, daß sich der Theiler 56, so wie die Zertheilungszahl 28808 durch 4 ohne Rest theilen lassen.

Eben so sieht man auch, daß sich der neue abgekürzte Theiler 14, so wie auch die neue Zertheilungs-Zahl 7202 wieder mit 2 ohne Rest theilen lassen.

VIII. Bleibt irgend nach einem Abzuge kein Rest, und sind die folgenden Ziffern, die aus der Zertheilungs-Zahl zum Theilen heruntergesetzt werden sollen, lauter Nullen; so hängt man dieselben ohne weitere Mühe sogleich dem bisher gefundenen Quotienten an, und das Divisions-Geschäft ist damit beendigt. Z. B.

2482000	73000
34	
238	
–102	
34	
102	
—	

Nach der zweyten Theilung hebt sich 102 von 102 auf, und die nächstfolgenden Ziffern der Zertheilungs-Zahl sind lauter Nullen; man hängt sie also gleich dem bisher gefundenen Quotienten 73 an, wodurch sodann 73000 als der eigentliche ganze Quotient erscheint.

IX. Ein Hauptmittel zum geschwinden Theilen besteht darinn, daß man aus dem großen Einmaleins die Produkte solcher Zahlen, womit man oft zu theilen hat, auswendig weiß. Dahin gehören vorzüglich die Zahlen 12, 15, 16 und 24, besonders für solche Gegenden, wo man nach Fünfern, Batzen, Landmünzen und dgl. zu rechnen pflegt.

Aufgaben zur Übung.

1) 2 haben mit einander 2 Aepfel zu theilen; was bekömmt einer? — Ant. 1 Apfel.

2) 2 haben mit einander 4 Birnen zu theilen, was bekömmt einer? — Ant. 2 Birnen.

3) 3 haben mit einander 6 kr. zu theilen; was bekömmt einer? — Ant. 2 kr.

4) 3 haben mit einander 9 fl. zu theilen; was bekömmt einer? — Ant. 3 fl.

5) 4 hl.; wie viel sind es pf.? — Ant. 2 pf.

6) 8 pf.; wie viel sind es kr.? — Ant. 2 kr.

7) 9 kr.; wie viel sind es Groschen? — Ant. 3 Gr.

8) 8 Quartel; wie viel sind es Halbe? — Ant. 4 Halbe.

9) 4 Halbe; wie viel sind es Maße? — Ant. 2 Mß.

10) 8 Quintel; wie viel sind es Loth? — Ant. 2 Lt.

11) 3 Fuder wurden um 36 fl. verkauft; wie hoch kam jedes? — Ant. 12 fl.

12) Ein Vater ist 44 Jahre; sein Sohn gerade halb so alt; wie alt ist der Sohn? — Ant. 22 Jahre.

13) Eine Stange ist 22 Schuh lang; was beträgt die Hälfte? — Ant. 11 Schuh.

14) 28 Ochsen; wie viel sind es Paar? — Ant. 14 Paar.

15) Was ist die Hälfte von 264? — Ant. 132.

16) Was ist die Hälfte von 428? — Ant. 214.

17) Was ist das Drittel von 369? – Ant. 123.

18) Was ist das Viertel von 480? – Ant. 120.

19) Von 36 Aepfeln bekam jedes Kind 6; wie viel waren es Kinder? — Ant. 6 Kinder.

20) 3 gewinnen 27 fl.: was gebührt jedem? — Ant. 9 fl.

21) Eine Näherinn verdient sich wöchentlich durch Nähen 24 kr.; wie viel ist ihr Taglohn? — Ant. 4 kr.

22) 16 hl.; wie viel sind es kr.? — Ant. 2 kr.

23) 12 kr.; wie viel sind es Gr.? — Ant. 4 Gr.

24) 12 kr.; wie viel sind es Bz.? — Ant. 3 Bz.

25) 10 Sechser; wie viel sind es Zwölfer? — Ant. 5 Zwölfer.

26) 10 Zwölfer; wie viel sind es fl.? — Ant. 2 fl.

27) 14 Halbe; wie viel sind es Maße? — Ant. 7 Mß.

28) 20 Quartel; wie viel sind es Mß.? — Ant. 5 Maß.

29) Die Knochen in dem menschlichen Körper wiegen gemeiniglich den dritten Theil so viel, als der ganze Körper. Wenn also ein erwachsener Mensch 150 ℔. schwer ist; was wiegen seine Knochen? — Ant. 50 ℔.

30) 2 gehen zu Markte, und kaufen mit einander einen Sack voll Aepfel. Im Sacke befinden sich 672 Aepfel; wie viel gebühren jedem ins besondere? — Ant. 336 Aepfel?

31) 4 Zent. Gewürz kosten 428 fl.; wie hoch kömmt der Zt.? — Ant. 107 fl.

32) 6 Ochsen wurden um 696 fl. gekauft; wie hoch kam einer? — Ant. 116 fl.

33) 4 Roßhändler gewinnen mit einander 624 fl.; was bekömmt einer? — Ant. 156 fl.

34) 3 Fuder Wein sind um 1458 fl. gekauft worden; wie hoch kam das Fuder? — Ant. 486 fl.

35) Wann war das letzte Schaltjahr, da die Jahr-Zahl eines solchen Jahres (jedes neue Jahrhundert ausgenommen) allzeit durch 4 theilbar ist? — Ant. 1812.

36) Für 9872 baierische Thaler sollen 8 Häuser gebauet werden; was wird auf ein Haus gerechnet? — Ant. 1234 baierische Thaler.

37) 5 haben 66280 fl. geerbt; wie viel bekömmt einer bey gleichen Theilen? — Ant. 13256 fl.

38) Einem werden 50000 Schuß Groschen gezählt; wie viel sind es fl., wenn 4 Schüsse allemal 1 fl. machen? — Ant. 12500 fl.

39) Was machen 67 kr.? — Ant. 1 fl. 7 kr.

40) Was machen 30 Groschen? — Ant. 1 fl. 10 Gr., oder 1 fl. 30 kr.

41) Was machen 20 Batzen? — Ant. 1 fl. 5 Bz., oder 1 fl. 20 kr.

42) Was machen 69 Loth? — Ant. 2 ℔. 5 Lt.

43) Was machen 76 Stunden? — Ant. 3 Tage 4 St.

44) Wie viel Wochen machen 22 Tage? — Ant. 3 Wochen 1 Tag.

45) Was machen 54 Wochen? — Ant. 1 Jahr 2 Wochen.

46) Es stirbt ein Vater, hinterläßt 9 Kinder, und die Mutter, und am Gelde 36500 fl.; was ge-

bührt jedem zu gleichen Theilen, wenn die Mutter neben einem Kindstheil 1000 fl. zum Voraus hat? — Ant. 3650 fl. jedem Kinde; 4650 fl. aber der Mutter.

47) 15 Zentner Wachs kosten 495 fl.; was kostet 1 Zt.? — Ant. 33 fl.

48) 45 Fuder Rheinwein für 5625 Rthlr.; wie theuer kömmt ein Fuder? — Ant. 125 Reichsthaler.

49) Ein viereckigter Garten wurde mit 1656 Bäumen besetzt. In jeder Reihe befanden sich 36 Bäume; wie viele Reihen waren es? — Ant. 46 Reihen.

50) Es soll Quellwasser durch eine Strecke von 1272 Schuh in hölzernen Deicheln geleitet werden; wie viele Deicheln wird man dazu nöthig haben, wenn eine Deichel 24 Schuh lang gemacht wird? — Ant. 53 Deicheln.

51) Längs einem Bache wird zur Sicherheit ein einfaches Geländer von ganzen Bäumen zu 54 Schuh angebracht; wie viel solche Bäume braucht man dazu, wenn das Gestade dieses Flusses 6048 Schuh lang ist? — Ant. 112 Bäume.

52) Um 100000 Zentner Waaren zu verführen, braucht man zur See 25 Schiffe; wie viel Zt. Fracht werden auf Ein Schiff gerechnet? — Ant. 4000 Zt.

53) 21600 hl.; wie viel machen sie kr. und fl? — Ant. 2700 kr.; 45 fl.

54) 8160 pf.; wie viel machen sie Bz. und fl? — Ant. 510 Batzen; 34 fl.

55) 13440 pf.; wie viel machen sie Gr. und fl.? — Ant. 1120 Groschen; 56 fl.

56) 70400 Loth; wie viel machen sie Vierlinge, Pfd. und Zt.? — Ant. 8800 Vrl.; 2200 Pfd.; 22 Zt.

57) 3600 Quartel; wie viel machen sie Maße und Eimer? — Ant. 900 Mß.; 15 Eim.

58) 3144960 Minuten; wie viel machen sie Stunden, Tage, Wochen und Jahre? — Ant. 52416 St.; 2184 T.; 312 W.; 6 J.

59) Eine Dorfgemeinde von 176 Köpfen will zum Kirchenbaue 2464 fl. beysteuern; was trifft auf den Kopf? — Ant. 14 fl.

60) In einer Kirche liegen 37611 Steine. In der Länge allein liegen 199; wie viele liegen in der Breite? — Ant. 189 Steine.

61) 777 Zentner um 13209 fl.; was kostet 1 Zt.? — Ant. 17 fl.

62) 748 Dtz. Strümpfe um 12716 fl.; was kostet 1 Dutzend? — Ant. 17 fl.

63) Eine Weinlieferung von 248 Eimern kostet 6448 fl.; wie hoch kömmt der Eimer? — Ant. 26 fl.

64) Ein Kaufmann erhält 268 Fässer Zucker; sie wogen 536804 Pfd.; wie viel Pfd. wog jedes? — Ant. 2003 Pfd.

65) Ein Stück Feld hält 3546928 Quadratschuh; in der Länge aber hält es 2879; wie viel hält es in der Breite? — Ant. 1232 Quadratschuh.

Sechster Abschnitt.

Von den Münzen, den verschiedenen Maaßen, Gewichten und zählbaren Dingen.

Von den Münzen.

Das Geld wird aus Gold, Silber und Kupfer geprägt, und hat, theils nachdem mehr oder weniger von jedem Metalle dabey ist, theils nachdem das Geld mehr oder weniger in einem Lande anzutreffen, und in den öffentlichen Verkehr gesetzt ist, einen verschiedenen Werth.

Kupfermünzen.

Die kleinste Münze, welche in Baiern geprägt wird, ist der Häller.

2 Häller (hl.) machen 1. Pfennig.
2 Pfennige (pf.) machen 1. Zweyer.
2 Zweyer (Zw.); oder 4 Pfennige; oder 8 Häller machen 1. Kreuzer (kr.).

Silbermünzen.

2 Kreuzer 2 Pfennige heißen 1. Landmünze (Ldm.).
2 Kreuzer machen 1. halben Batzen (Btz.).

3 Kreuzer machen 1. Groschen (Gr.).
4 Kreuzer machen 1. Batzen.
5 Kreuzer machen 1. Fünfer.
6 Kreuzer, oder 2 Groschen machen 1. Sechser.
10 Kreuzer machen 1. Zehner.
12 Kreuzer machen 1. Zwölfer, oder ein halbes Kopfstück.
15 Kreuzer machen 1. Fünfzehner.
20 Kreuzer machen 1. Zwanziger.
24 Kreuzer machen 1. Vierundzwanziger, oder ein ganzes Kopfstück.
30 Kreuzer machen 1. halben Gulden, und
60 Kreuzer machen 1. ganzen Gulden (fl.)

Ein Gulden hat

2 halbe Gulden; oder
3 Zwanziger; oder
4 Fünfzehner; oder
5 Zwölfer; oder
6 Zehner; oder
10 Sechser; oder
12 Fünfer; oder
15 Batzen; oder
20 Groschen; oder
24 Landmünzen; oder
30 halbe Batzen; oder
40 halbe Groschen; oder
60 Kreuzer; oder
120 Zweyer; oder
240 Pfennige; oder
480 Häller.

Ein Kronenthaler (Kthlr.) gilt . . 2 fl. 42 kr.
Ein halber Kronenthaler . . . 1 = 21 =
Ein baierischer=, oder Konventionsthaler
(Kvthlr.) gilt . . . 2 = 24 =

Ein halber Konventionsthaler gilt	.	1 fl. 12 kr.
Ein Reichsthaler (Rthlr.) gilt	.	1 = 30 =
Ein halber Reichsthaler	. .	— = 45 =
Ein Pfund Pfennige	. . .	1 = 8 $\frac{1}{2}$

Werth und Gewicht der gangbarsten Goldmünzen.

	Werth.		Gewicht.	
	Gulden.	Kreuzer.	Dukaten.	Gran.
Ein Dukaten von Baiern, Salzburg, Pfalz und den österreich. Staaten gilt	5	20	—	60
Andere Dukaten - - -	5	8	—	60
Ein Karolin - - - -	11	—	2	47
Ein halber detto *) - - -	5	30	1	24
Ein Max'd'or - - - -	7	20	1	51
Ein halber detto - - - -	3	40	—	56
Ein französischer Ovalschild- und Sonnenlouisd'or vom Jahre 1726 *)	11	—	2	20
Ein älterer detto, und andere Louisdo'r, dann Doppien*) u. Friedrichsd'or*)	9	—	1	55
Ein Louisd'or vom Jahre 1785 *) und 1786 *) - - - -	11	—	2	11
Ein Souveraind'or *) - - -	16	—	3	10
Ein halber detto - - - -	8	—	1	35
Eine vierfach-spanische Doppie *) -	36	—	7	44
Eine zweyfache detto *) - -	18	—	3	52
Eine einfache detto *) - - -	9	—	1	56
Ein Goldgulden (so unbiegsam ist) -	3	40	—	60

Vorstehende Goldmünzen müssen das hier oben bestimmte und ausgesetzte Gewicht nach dem zu 60 Gran oder Aß abgetheilten Dukaten auf den ächten Goldwagen genau halten, wo nicht, so werden bey den Dukaten, welche ihr bestimmtes Gewicht nicht haben, für jeden abgängigen Gran (oder Aß) 5 Kreuzer abgezogen. Bey den mit einem Sternchen angemerkten Goldmünzen aber wird für jeden fehlenden Gran 4 $\frac{1}{2}$ kr., und bey den zu geringen Karolinen und übrigen Goldsorten für jeden mangelnden Gran 4 kr. abgezogen.

Das Längenmaaß.

Dieses Maaß ist bey Land- und Feldmessungen und beym Bauen üblich. Bey Feldmessungen heißt es **geometrisches-**, beym Bauen **Werk-Maaß.** Des **geometrischen-** oder **Decimalmaaßes** bedienen sich die Feldmesser (Geometer), und ist in 10 Theile abgetheilet, als:

Eine [illegible]athe (0) hält 10 Schuh in die Länge.
Ein [illegible]chuh (') hält 10 Zoll.
[illegible] hält 10 Linien.
[illegible] hält 10 Punkte oder Scrupel.

Das [illegible] Bau- oder Duodecimalmaaß.

Dieses Maaß gebrauchen die Zimmerleute, Maurer, Tischler (Schreiner), Gärtner, Schlosser und dergleichen, und ist in 12 Theile eingetheilt, als:

Eine Ruthe (R.) . hält 12 Schuh, oder 2 Klafter in die Länge.

Ein Schuh *) (Sch.) hält 12 Zoll.

*) Der geometrische Schuh ist in seiner Länge dem Werkschuhe ganz gleich, nicht aber in Zollen; denn bey jenem sind die

Ein Zoll (Z.) hält . . 12 Linien.
Eine Linie (L.) hält . 12 Punkte.

Das Flächenmaaß.

Ein Jauchert Ackerfeld, oder Ein Tagwerk Wiesfeld hat 40000 Quadratschuh, das ist, 200 Schuh in die Länge und 200 Schuh in die Breite: oder 100 Schuh in die Breite und 400 in die Länge.

Das Getreid- und Mehlmaaß.

Das Schäffel (Sch.) hält 6 Metzen.
Der Metzen (Mtz.) hält 2 halbe Metzen od. Viertel.
Der halbe Metzen (h. Mtz.) hält 8 Mäßlein.
Das Mäßlein (Mßl.) hält 2 Dreyßiger.

Oder:

Ein Schäffel hält 6 Metzen, oder 12 halbe Metzen, oder 96 Mäßlein, oder 192 Dreyßiger.

Das Holzmaaß.

Eine Klafter ist 6 Schuh hoch, 6 Schuh breit und 3 $\frac{1}{2}$ Schuh tief; und hält 126 Kubikfuß.

Das Kommerz- oder Handelsgewicht.

Der Zentner (Zt.) hält 100 Pfund.
Das Pfund (Pfd.) hält 32 Loth, oder 4 Vierling.
Der Vierling (Vrl.) hält 8 Loth.

Zolle größer, als bey diesem. — Der rheinische Schuh, von dem öfters die Rede ist, ist größer als der baierische; denn 129 Rheinische machen 139 Baierische.

Das Loth (Lt.) hält . 4 Quintel.
Das Quintel (Qu.) hält 4 Pfenniggewicht *) (dl.)

Das Apothekergewicht.

Ein Pfund (lb.) hält 12 Unzen, oder 24 Loth.
Die Unze (℥) = = 2 Loth, oder 8 Drachmen.
Das Loth (℥ ß.) hat 4 Quintel oder Drachmen.
Das Drachma oder Quintel (ʒ) 3 Scrupel.
Ein Scrupel (℈) = 20 Gran (gr.).

Ein Gran ist gleich einem Pfefferkorn. Bey flüssigen Dingen wird ein Löffel voll für ein Loth, ein Tropfen für ein Gran, und eine Maß für 36 Unzen, oder 3 Pfund gerechnet.

Das Goldgewicht.

Das Pfund hält = = 2 Mark.
Die Mark hält 16 Loth, oder 24 Karat.
Das Karat = = 4 Gran.
Der Gran = = = 3 Grän.

Das Silbergewicht.

Die Mark hält 16 Loth **), oder $\frac{1}{2}$ Pfund.
Das Loth = = 4 Quintel.
Das Quintel = 4 Pfenniggewicht.

---

*) Die Pfenniggewichte werden auch Sechzehntel genannt.

**) Sechzehnlöthiges Silber ist eine Mark Silber, die gar keinen Zusatz von Kupfer hat. Dreyzehnlöthiges Silber ist auch eine Mark Silber, welche aus 13 Loth Silber und 3 Loth Kupfer besteht. Was daher fehlt, ehe das Silber 16löthig wird, das ist Zusatz. Beym Golde ist

Das Getränkmaaß.

Ein Fuder (Fdr.) hält 6 Ohm, oder 12 Eimer.
Das Ohm = = 2 Eimer.
Der Eimer (Eim.) = 60 Maß.
Die Maß (Mß.) = 2 Halbe (Seidlein) oder 4 Quartel, oder 8 Achtel oder Nößel, oder 16 halbe Achtel. Ein Eimer Bier hält 60 Maß, wozu noch 4 Maß als Zugabe gegeben werden.
Ein Faß weißes Bier hält 4 Achtel.
Ein Achtel hält 58 Maß.
Ein Handscha oder Spitzfäßl hält 29 Maß.

Das Ellenmaaß.

Das Maaß, womit in Teutschland die aus Leinen, Wolle und Seide verfertigten Zeuge gemessen werden, heißt Elle. Eine Elle hat 2 Halbe, oder 3 Drittel, oder 4 Viertel, oder 6 Sechstel (halbe Drittel), oder 8 Achtel (halbe Viertel). Ein Achtel hält 2 Sechzehntel. — Die Münchener-Elle hat in der Länge 2 Schuh, 10 Zoll, 3 Linien.

Das Zeitmaaß.

Ein Jahrhundert, oder Säculum ist eine Zeit von 100 Jahren.

Ein gemeines Jahr hat 4 Quatember; oder 12 Monate; oder 52 Wochen 1 Tag und 6 Stunden; oder 365 Tage; ein Schaltjahr aber hat 366 Tage.

---

das Zusatz, was fehlt, ehe es 24 Karat ausmacht. — Die Mark fein Gold gilt gegenwärtig ungefähr 400 fl., und die Mark Silber 28 fl. — Eigentlich aber machen 10 Konventionsthaler eine Mark Silber und 67 1/4 Dukaten eine Mark Gold.

Die zwölf Monate heißen:

1) Januar, Jäner oder Wintermonat hat 31 Tage.
2) Februar, oder Hornung . . 28 —
   in einem Schaltjahre *) aber . 29 —
3) März, Lenz-, oder Frühlingsmonat 31 —
4) April, oder Ostermonat . . 30 —
5) May, oder Wonnemonat . . 31 —
6) Juny, oder Brachmonat . . 30 —
7) July, oder Heumonat . . 31 —

---

*) Die Ursache, warum der Monat Hornung bald 28, bald 29 Tage hat, ist diese, weil die Sonne oder vielmehr die Erde zu einem ganzen vollen Jahresumlauf gebraucht 365 Tage, 5 Stunden 48 Minuten und 57 Sekunden. Nun nimmt man aber im gemeinen Leben diese Minuten und Sekunden nicht so genau wie in der Astronomie; sondern setzt für ein Jahr gerade 365 Tage und sechs Stunden an. Weil nun diese 6 Stunden in vier Jahren 24 Stunden, oder einen ganzen Tag ausmachen, so hat schon einige Jahre vor Christi-Geburt der römische Diktator, Julius Cäsar, die Ordnung eingeführt, daß man drey Jahre nach einander nur 365 Tage zählen, in jedem vierten Jahre aber zwischen dem 23. und 24. Hornung einen Tag einschalten sollte. Daher zählet jedes vierte Jahr 366 Tage, und wird ein Schaltjahr genannt. Um zu erfahren, ob diese oder jene Jahrzahl ein Schaltjahr sey, darf man nur mit 4 in die Jahrzahl dividiren; geht die Division ohne Rest auf, so ist es ein Schaltjahr, bleibt aber etwas übrig, so zeigt dieser Rest an, wie viel Jahre seit dem letzten Schaltjahre verflossen sind.

8) August, oder Ärntemonat . . 31 —
9) September, oder Herbstmonat . 30 —
10) Oktober, oder Weinmonat . 31 —
11) November, oder Windmonat . 30 —
12) Dezember, oder Christmonat . 31 —

Im gemeinen Rechnen nimmt man gewöhnlich, einen Monat in den andern gerechnet, zu 30 Tage.

Um jedesmal bestimmt zu wissen, welche Monate 30, und welche 31 Tage haben, räth Hr. Busse Folgendes an: Apjunseno ist aus den vier Anfangssylben der Monate von 30 Tagen zusammengesetzt. Damit man nun auch behalte, daß sich dieser Ausdruck auf die Monate von 30 Tagen, und nicht auf die von 31 Tagen beziehe; so lerne man denselben mit dem Zusatze, **dreyßig Tage**, nach folgender Vorstellung:

Ap - jun - se - no.
Drey = ßig Ta = ge.

Das halbe Jahr hat 6 Monate und das Vierteljahr 3 Monate.

Das halbe Jahr hat 26 Wochen, und das Vierteljahr 13 Wochen.

Eine Woche hat 7 Tage, zum Arbeiten 6 Tage.

Ein Tag, das ist, Tag und Nacht, hat 24 Stunden.

Ein halber = oder Arbeitstag hat 12 Stunden.

Eine Stunde hat 60 Minuten.
Eine Minute hat 60 Sekunden.
Eine Sekunde hat 60 Tertien.
Eine Tertie hat 3 Augenblicke.

Das Papiermaaß.

Ein Ballen hält = = 10 Rieß.
Ein Rieß hält = = 20 Buch.
Ein Buch Schreibpapier hält 24 Bogen.
Ein Buch Druckpapier = = 25 Bogen.
Ein Bogen hat 2 halbe Bogen, oder 4 Quart=, oder 8 Oktavblätter.
Ein Alphabet in der Buchdruckerey hat 23 Bogen.

Das geographische Maaß.

Der Umkreis der Erde wird in 360 gleiche Theile oder Grade abgetheilet.

Ein Grad hält 15 teutsche Meilen.
Eine teutsche Meile hält 2 Stunden.
Eine Stunde hält 12690 baierische Schuh.
Eine Meile hält 25380 baierische Schuh.

Zwey teutsche Meilen machen in der Regel eine Post, und solcher Posten sind:

Von München nach	Augsburg	4 $\frac{1}{4}$.
= = =	Bamberg	17.
= = =	Berlin	42.
= = =	Dresden	34 $\frac{1}{2}$.
= = =	Frankfurt am Mayn	21 $\frac{1}{2}$.
= = =	Innsbruck	10.
= = =	Leipzig	27.
= = =	Mannheim	21 $\frac{1}{4}$.
= = =	Nürnberg	11 $\frac{1}{4}$.
= = =	Paris	50.
= = =	Prag	23 $\frac{1}{4}$.

Von München nach Regensburg	.	8	½.
= = = Salzburg	. .	9	½.
= = = Straßburg	.	23	½.
= = = Stuttgard	.	13	¼.
= = = Wien	. .	28	¼.
= = = Würzburg	.	16	½.
= = = Zürich	. .	20	½.

Die Größe der Meilen ist sehr verschieden.

4	italienische	Meilen	machen	1	teutsche Meile.
7	spanische	=	=	6	=
69	englische	=	=	15	=
2	schwedische	=	=	3	=
5	französische	=	=	3	=
19	holländische	=	=	15	=
7	russische	Werste	=	1	=

Von zählbaren Sachen und andern Dingen.

Ein Ballen österreichisches Pfundleder hält 30 bis 32 Stück Häute.

Ein Ballen Juchten hält 20 auch 25 Rollen.

Eine Rolle Riemerjuchten hält 10 Häute.

Eine Rolle Schwerjuchten hält 6 Häute.

Ein Puschen hält 10 Stück Kalb- oder Schaffelle.

Ein Schober Stroh hält 60 Schaub oder Garben.

Ein Schied hält 2 Garben, oder Schaub.

Ein Schock hält 4 Mandel, oder 60 Stück.

Ein Mandel hält 15 Stück.

Ein Dutzend hält 12 Stück.

Ein Paar hält 2 Stück.

Ein Bandl Vögel sind 4 Stück.

Ein Wiedel Frösche sind 25 Stück.

Ein Viertel Krebse sind 25 Stück.

Ein Muth Kalk hält 24 Metzen, oder 4 Schäffel.

Eine Zain (Korb) Kohlen hat 2 Säcke.

Ein Stück Tuch hält 32 Ellen.

Eine Steige hält 20 Stück.

Ein Bündel oder Büschel Schindel enthält 32 Stück.

Ein **Quadrat** ist eine Fläche, die eben so lang als breit ist, und also ausgedrückt wird: □

Ein Quadrat (oder vollkommenes Viereck), das 1. Zoll lang und 1. Zoll breit ist, heißt ein **Quadratzoll.**

Ein Quadrat, das 1. Schuh lang und 1. Schuh breit ist, heißt ein **Quadratschuh.**

Ein Quadrat, das 1. Ruthe lang und 1. Ruthe breit ist, heißt eine **Quadratruthe.**

Man pflegt auch zu sagen: Ein **Zoll** ins **Gevierte**; ein **Schuh**, eine **Ruthe** ins **Gevierte.**

Ein viereckigter Strich Landes, der 1. Meile lang und 1. Meile breit ist, und 8 Stunden im Umfange hat, heißt eine **Quadratmeile.**

Wenn man eine Fläche in kleine gleichgroße Theile,

nämlich in Quadratzolle, oder Quadratschuhe, oder Quadratruthen zertheilet; so heißt die Zahl der Theile dieser Fläche der **Quadratinhalt** der ganzen Fläche, der gefunden wird, wenn man die Länge davon mit der Breite multiplizirt.

Ein Körper, als ein Stein, ein Stück Holz u. dgl., welche gleiche Länge, Höhe und Dicke, und also die Gestalt eines viereckigten Würfels hat, wird ein **Kubus** genannt.

Ein **Kubikzoll** ist also ein Körper oder Raum, der 1. Zoll lang, 1. Zoll hoch und 1. Zoll dick ist.

Ein **Kubikschuh** ist ein Körper oder Raum, der 1. Schuh lang, 1. Schuh hoch und 1. Schuh dick ist.

Eine **Kubikruthe** ist ein Körper oder Raum, der 1. Ruthe lang, 1. Ruthe hoch und 1. Ruthe dick ist.

Wenn man nun einen Körper in kleine gleichgroße Theile zertheilet, derer jeder gleiche Länge, Höhe und Dicke mit dem andern hat, so heißt die Zahl aller dieser Theile der **Kubikinhalt** desselben Körpers, der gefunden wird, wenn man die Länge davon mit der Höhe, und das daraus entstandene Produkt erst mit der Dicke multiplizirt.

Siebenter Abschnitt.

Vom Addiren mit ungleichbenannten Zahlen.

Nachdem wir nun die vier einfachen Rechnungsarten mit gleichbenannten, oder wie es andere nennen, unbenannten Zahlen vollendet haben; so führt uns jetzt die natürliche Ordnung auf die Rechnungsarten mit **ungleichbenannten**, oder **benannten** Zahlen.

Benannte Zahlen sind solche, welche die Namen der Dinge, die berechnet werden sollen, bey sich führen; die **unbenannten** Zahlen aber haben gar keinen Namen. So sind z. B. 3, 5, 7, 16 u. s. w. **unbenannte**; hingegen 3 Gulden, 5 Pfund, 7 Stunden, 16 Schäffel **benannte** Zahlen.

Die benannten Zahlen sind entweder **gleich**- oder **ungleichbenannt.** Die ersteren haben einerley; die letzteren aber verschiedene Namen. So sind z. B. 4 ℔., 9 ℔., 13 ℔. **gleichbenannte**; dagegen 4 Zentner, 9 ℔., 13 Loth **ungleichbenannte** Zahlen.

Sollen nun **ungleichbenannte** Zahlen in eine Summe gebracht werden; so braucht man eben keine

neuen Regeln zu lernen. Man setzt die Zahlen von einerley Gattung, wie bey den gleichbenannten, unter einander, sie werden auch so zusammengezählt; nur dieses einzige muß man wissen, wie viel kleinere Einheiten von jeder Gattung erfordert werden, daß sie Eine Einheit der nächsthöheren Gattung der Dinge ausmachen, z. B. daß 4 Pfennige Einen Kreuzer, und 60 Kreuzer Einen Gulden machen; daß 1 Zentner 100 ℔, 1 ℔. 32 Loth u. s. w. enthalte. Wer dieses noch nicht weiß, kann es im vorhergehenden sechsten Abschnitte finden. Das Verfahren selbst ist beym Addiren folgendes:

1) Man schreibt die Zahlen von gleicher Gattung alle in eine Reihe unter einander, das ist, Gulden unter Gulden, Kreuzer unter Kreuzer, Pfennige unter Pfennige u. s. w. so zwar, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. f. zu stehen kommen.

2) Man fängt zur Rechten bey derjenigen Reihe, welche die kleinste Gattung der Einheiten enthält, zu addiren an.

3) Enthält nun die gefundene Summe dieser Reihe keine Einheit von der nächstgrößeren Gattung, so schreibt man dieselbe unverändert unter dieselbe Reihe.

4) Enthält aber diese Summe eine oder mehrere Einheiten von der nächsthöheren Gattung; so theilet man diese Summe seitwärts durch jene Zahl, welche eine Einheit von der nächstgrößeren Gattung ausmacht.

5) Die durch die Division herausgebrachte Zahl oder Quotient zählet man zu der nächst höheren Gattung; den gebliebenen Rest aber schreibt man unter jene Reihe, bey welcher die Summe gefunden wurde. Ein gleiches Verfahren beobachtet man auch bey den übrigen Reihen.

Z. B.: Ein Schneiderlehrjung mußte seinem Meister fünf Konten (Verdienstzettel) austragen; der erste machte: 17 fl. 36 kr. 2 pf.; der zweyte: 11 fl. 45 kr. 3 pf.; der dritte: 4 fl. 12 kr. 1 pf.; der vierte: 9 fl. 24 kr. 2 pf. und der fünfte: 13 fl. 52 kr. 3 pf. Wie viel muß nun der Lehrjung seinem Meister Geld nach Haus bringen? Dieses Beyspiel wird auf folgende Weise angesetzt, und berechnet, als:

	fl.	kr.	pf.
Der 1ste	17	36	2
Der 2te	11	45	3
Der 3te	4	12	1
Der 4te	9	24	2
Der 5te	13	52	3
	56	51	3

11 | 2 Kreuzer.
4
8
3 Pfennige.

171 | 2 Gulden.
60
120
51 Kreuzer.

Ihr sehet hier, daß man vor allen Gleiches unter Gleiches, das ist, Gulden unter Gulden, Kreuzer unter Kreuzer u. s. w. schreiben muß. Darauf zählet man zur Rechten erst die Pfennige als die kleinste Gattung, dann die Kreuzer und zuletzt die Gulden zusammen. Die Summe der Pfennige ist 11. Da nun in dieser Summe Kreuzer stecken; so theilt man selbe seitwärts mit 4; denn 4 Pfennige machen Einen Kreuzer. Der Quotient ist 2 kr. und der Rest 3 dl. Diesen Rest 3 schreibt man unter die Reihe der Pfennige, und den Quotient 2 zählt man zu der nächstfolgenden Kreuzerreihe. — Die Summe der Kreuzer ist 171. Diese Summe verwandelt man durch die Division mit 60 in Gulden; denn 60 Kreuzer machen Einen Gulden. Der Quotient 2 fl. wird zu der

Guldenreihe gezählt, und der Rest von 51 Kreuzern wird unter die Kreuzerreihe gesetzt. — Zählt man endlich auch die Gulden zusammen; so ist der ganze Betrag 56 fl. 51 kr. 3 pf.

Ein Schreibmaterialhändler gab die Woche hindurch an Schreibpapier ab:

Ballen.	Rieß.	Buch.	Bogen.
3	7	—	—
1	6	13	15
2	—	5	4
—	9	18	21
1	2	—	12
2	5	11	—
12	1	9	4

52 | 2 Buch.
24
48
4 Bogen.

49 | 2 Rieß.
20
40
9 Buch.

31 | 3 Ballen.
10
30
1 Rieß.

Man zählt hier erst die Bögen zusammen, und theilt die Summe 52 seitwärts mit 24, weil 24 Bogen Ein Buch machen. Der Quotient ist 2 und der Rest 4. Den Rest 4 Bogen schreibt man unter die Bogenreihe, und den Quotient 2 Buch zählt man zu der Buchreihe. — Die Zahlen der Buchreihe geben die Summe 49. Dividirt man nun diese Summe 49 mit 20, weil 20 Buch Ein Rieß ausmachen; so erhält man 2 Rieß und 9 Buch. Die 9 Buch schreibt sogleich unter die Buchreihe, und die 2 Rieß zählt man zu der Rießreihe hinüber. — Bringt man ferner die Rießreihe in eine Summe; so erhält man 31 Rieß. Diese Summe 31 theilt man mit 10, weil 10 Rieß Einen Ballen geben. Der Quotient 3 giebt 3 Ballen und der Rest 1 Rieß. Der

Rest 1 wird unter die Rießreihe gesetzt, und die 3 Ballen zu der Ballenreihe gerechnet.

Wie groß ist der wöchentliche Zucker-Absatz eines Krämers, wenn er verkauft:

	Zentner.	Pfund.	Loth.		
Sonntags	—	57	14		
Mondtags	2	—	25	141	4 Pfund.
Dinstags	1	85	19	32	
Mittwochs	1	98	30	128	
Donnerstags	2	36	26	13 Loth.	
Freytags	1	64	—	385	3 Zentn.
Sonnabends	3	41	27	100	
				300	
				85 Pfund.	
	13	85	13		

In diesem Beyspiele ist die Summe der Lothe 141, welche 4 ℔. und 13 Loth ausmachen. — Die Summe der Pfunde ist 385, welche 3 Zentner und 85 ℔. geben. — Bey der Summe der Pfunde kann man sich das Seitwärtsschreiben, so wie das Dividiren mit 100, ersparen; denn da jedes Hundert Einen Zentner macht, so hat man gleich so viele Zentner, als Hunderte in der Pfundzahl enthalten sind. Man darf demnach nur die dritte Ziffer von der Hunderterstelle der Pfunde als Zentner wegnehmen, und zu den Zentnern zählen. Die Ziffern von der Zehner- und Einheitenstelle aber wegen des Theilers 100 unverändert unter der Pfundreihe stehen lassen.

Der wöchentliche Mehlverschleiß eines hiesigen Mehlbers war folgender:

	Schäffel.	Metzen.	Halbe Metzen.	Mäßl.	Dreyßiger.
Sonntags	–	4	1	7	–
Montags	2	5	–	3	1
Dinstags	1	3	1	6	1
Mittwochs	2	–	1	2	–
Donnerstags	1	2	–	5	1
Freytags	3	1	1	4	–
Sonnabends	5	–	1	–	1
	17	1	–	5	–

19	3 Schäffel.	8	4 Metzen.	29	3 halbe	4	2 Mäßlein.
6		2		8	Metzen.	2	
18		8		24		4	
1	Metzen.	–		5	Mäßlein.	–	

1) In diesem Beyspiele ist die Summe der Dreyßiger 4, welche gerade 2 Mäßlein geben, und keinen Rest übrig lassen; daher denn an die Stelle des Restes unter der Dreyßiger-Reihe ein Querstrich geschrieben wird. 2) Die Summe der Mäßlein ist 29, welche 3 halbe Metzen (sogenannte Viertel) und 5 Mäßlein ausmachen. 3) Die Summe der halben Metzen ist 8, welche gerade 4 Metzen auswerfen, und keinen Rest übrig lassen. 4) Die Summe der Metzen endlich ist 19, welche 3 Schäffel und 1. Metzen enthalten.

Ein Bierwirth erhielt nachstehende 5 Faß Bier; wie viel halten sie zusammen, wenn

	Eimer.	Maß.
a hält	2	25
b =	2	17
c =	1	59
d =	2	8
e =	2	23
	11	12

132	2 Eimer.
60	
120	
12 Maß.	

Die Summe der Maße ist 132, welche nach der Division 2 Eimer und 12 Maß abwerfen.

Ein Jüngling, der 19 Jahre, 4 Monate, 27 Tage und 12 Stunden alt war, reisete in die Fremde. Nach 4 Jahren, 9 Monaten und 25 Tagen kam derselbe wieder zurück, und wurde Meister. Diese Stelle bekleidete er 25 Jahre, 5 Monate, 18 Tage und 22 Stunden lang. Nun starb er; wie lange lebte er?

Jahre.	Monate.	Tage.	Stunden.
19	4	27	12
4	9	25	—
25	5	18	22
49	8	11	10

34 | 1 Tag.
24 |
10 Stunden.

71 | 2 Monate.
30 |
60 |
11 Tage.

20 | 1 Jahr.
12 |
8 Monate.

Probe der Addition.

Will man sich der im zweyten Abschnitte in Vorschlag gebrachten Art, Additionen zu prüfen, nicht bedienen; so kann folgende, noch mehr überzeugende Probe gemacht werden:

fl.	kr.	pf.
375	46	3
643	13	2
356	27	1
761	35	3
492	48	2
3129	51	3
312	32	0

Man addire zur Linken die Reihe der höchsten Stellen abwärts, als: 8 und 6 ist 14, und 3 ist 17, und 7 ist 24, und 4 ist 28. Diese 28 von den in der Summe links stehenden 31 abgezogen, bleibt 3. Man punktirt oder durchstreicht nun die 31, und setzt den Rest 3 unter die durchstrichenen 31, so zwar, daß der Rest 3 unter die Ziffer 1 zu stehen komme. — Ferner sagt man

bey der mittlern Gulden=Reihe: 7 und 4 ist 11, und 5 ist 16, und 6 ist 22, und 9 ist 31. Diese 31 von dem unter der so eben addirten Reihe stehenden Theile der Summe 32 abgezogen, lassen wiederum 1 übrig. Die 32 streicht man aus, und den Rest 1 setzt man unter die durchstrichene Ziffer 2. — Nun fährt man bey der Einheiten=Reihe der Gulden fort, und sagt: 5 und 3 ist 8, und 6 ist 14, und 1 ist 15, und 2 ist 17. Diese 17 als die letzte Summe der addirten Gulden=Reihe von den unten noch übrigen 19 abgezogen, bleiben noch 2 Gulden Rest. Die 19 durchstreicht man; die übrig gebliebenen 2 Gulden aber werden nun mit 6 multiplizirt, das ist, in 12 Zehner verwandelt, und zu den in der Kreuzer=Summe 51 enthaltenen 5 Zehnern addirt, wodurch alsdann an dem Kreuzer=Platze anstatt 51 nun 171 zum Vorschein kommen, welche Summe man entweder im Sinne behält, oder seitwärts schreibt. — Jetzt setzt man bey den Zehnern der Kreuzer=Reihe die Addition von oben herab wieder fort, und sagt: 4 und 1 ist 5, und 2 ist 7, und 3 ist 10, und 4 ist 14. Diese 14 Zehner von den 17 Zehnern, die in der im Sinne behaltenen Kreuzer=Summe 171 enthalten sind, abgezogen, bleiben noch 3 Zehner und 1. Einheit oder 31 Kreuzer. — Weiters addirt man die Einheiten der Kreuzer=Reihe, als: 6 und 3 ist 9, und 7 ist 16, und 5 ist 21, und 8 ist 29. Diese 29 Kreuzer von den noch übrigen 31 abgezogen, lassen noch 2 kr. übrig, welche man als 8 Pfennige zu den in der Summe angeschriebenen 3 Pfennigen rechnet, und zusammen 11 pf. ausmachen. — Nun zählt man endlich auch die Pfennige=Reihe abwärts, indem man sagt: 3 und 2 ist 5, und 1 ist 6, und 3 ist 9, und 2 ist 11. Diese 11 Pfennige nun auch von der Summe 11 abgezogen, bleibt

Nichts, welches ein sicheres Zeichen ist, daß man richtig addirt habe; denn was die Addition giebt, das nimmt die Subtraktion wieder, und der Rest muß nothwendig, wenn die Addition richtig war, 0 seyn.

Aufgaben zur Übung.

1) Jemand kaufte um 2 fl. 30 kr. weißes, und für 6 fl. 32 kr. gelbes Wachs; was muß er dafür bezahlen?

Antw. 9 fl. 2 kr.

2) Ein Schäffler (Faßbinder) übergiebt folgenden Konto *): Für eine Brente 6 fl.; für zwey Gelten 20 kr.; für einen Zuber 36 kr.; für einen Kübel 8 kr.; was ist die Summe?

Antw. 7 fl. 4 kr.

3) Ein Krämer hat für Leinwand 2 fl. 15 kr. 1 pf.; für Spitze 1 fl. 24 kr. 1 pf.; und wieder für Spitze schlechterer Gattung 1 fl. 1 kr. 2 pf. gefordert; was macht das Ganze?

Antw. 4 fl. 41 kr.

4) Ein Krämer hat für Bretternägel 1 fl. 2 kr.; für Reifnägel 1 fl. 48 kr. 1 pf.; und für Schloßnägel 1 fl. 12 kr. 2 pf. einzubringen; was ist das Ganze?

Antw. 4 fl. 2 kr. 3 pf.

5) Jemand hat ein Haus gebauet, und bezahlt: Für den Platz 119 fl. 6 kr. 2 pf.; für Baumaterialien 1005 fl. 6 kr. 3 pf.; für Fuhrlohn, dann den Zimmerleuten und Maurern ꝛc. 477 fl. 8 kr. 1 pf.; was hat das ganze Haus gekostet?

Antw. 1601 fl. 21 kr. 2 pf.

---

*) Man gebe den Kindern Konto zum Nachrechnen in die Hände.

6) Ein Hausvater hat folgende Ausgaben: Erstens 12 fl. 10 Batzen 2 kr.; zweytens 15 fl. 1 Batzen 3 kr.; drittens 20 fl. 3 Btz. 1 kr.; wie groß war seine ganze Ausgabe?

Antw. 48 fl. 2 kr.

7) Welche Summe machen folgende Posten: 364 fl. 12 kr. 2 hl.; 137 fl. 24 kr. 3 hl.; 821 fl. 30 kr. 4 hl.

Antw. 1323 fl. 7 kr. 1 hl.

8) Ein Bauer hat an Weizen ausgedroschen: 5 Schäffel, 1 Mtz.; 4 Sch. 5 Mtz.; 6 Sch. 3 Mtz.; was macht das Ganze?

Antw. 16 Sch. 3 Mtz.

9) Eine Dorfgemeinde liefert an Haber nach und nach: 8 Sch. 3 Mtz.; 6 Sch. 4 Mtz.; 7 Sch. 2 Mtz.; wie viel beträgt es zusammen?

Antw. 22 Sch. 3 Mtz.

10) Eine Bäurinn hat drey Stücke Tuch, wovon das erste 83 Ellen 3 Viertel; das zweyte 94 Ellen 1 Vrtl.; das dritte 25 Ellen hält; was halten diese Stücke mit einander?

Antw. 203 Ellen.

11) Ein Wirth hat drey Fässer Bier gekauft; sie halten 3 Eim. 20 Mß. 1 Qu.; 2 Em. 16 Mß. 2 Qu.; 4 Eim. 22 Mß. 3 Qu.; wie viel Bier hat er in allen bekommen?

Antw. 9 Eim. 59 Mß. 2 Qu.

12) Ein Gürtler empfängt folgende Posten an Tafelmessing: 6 ℔. 8 Lt.; 8 ℔. 12 Lt.; 5 ℔. 11 Lt.; 7 ℔. 4 Lt.; welche Summe machen sie?

Antw. 27 ℔. 3 Lt.

13) Ein Materialist versendet in einem Kistchen folgende Waaren: 34 ℔. 24 Lt. Gallus; 16 ℔. 3 Lt.

Gummi arab.; 6 ℔. 8 Lt. 2 Qu. Mastix; das Kistchen wiegt 6 ℔. 2 Lt. 3 Qu.; wie schwer ist das ganze Gewicht?

Antw. 63 ℔. 6 Lt. 1 Qu.

14. Ein Goldschmied empfängt folgende Silber-Posten: 3 Mark 2 Lt. 1 Qu. 3 dl.; 5 Mark 7 Lt. 3 Qu. 2 dl.; 8 Mark 5 Lt.; 4 Mark 10 Lt.; wie viel beträgt alles?

Antw. 21 Mark 9 Lt. 1 Qu. 1 dl.

15) Bey Visitirung einer Schreibstube fand man in 5 Kästen folgende Papierreste: a) 2 Ballen 5 Rieß 16 Buch 12 Bogen; b) 9 Rieß 18 Buch 22 Bogen c) 3 Ballen 11 Buch 8 Bog.; d) 1 Rieß 23 Bog.; e) 1 Ball 7 Rieß 19 Buch 20 Bog.; wie viel Papier übrigt noch?

Antw. 8 Ballen 5 Rieß 7 Buch 13 Bogen.

16) Ein Strumpfwirker lieferte einem Kaufmanne folgende Strümpfe: 6 Dtz. 3 Paar glatte schwarze Mannsstrümpfe; 4 Dtz. 2 Paar gestreifte ditto; 8 Dtz. 1 Paar blaue Weiberstrümpfe; 6 Dutzend 5 Paar ditto Mädchenstrümpfe; 9 Dtz. 4 Paar graue Knabenstrümpfe; wie viel sind es in allen?

Antw. 34 Dutzend 3 Paar.

17) Jemand hatte in seinem Leben das Unglück viermal in der Gefangenschaft zu sitzen; wie lange brachte er in allen im Arreste zu, wenn es einzeln folgende Zeiten machte: a) 2 J. 7 W. 3 T. 12 St.; b) 8 W. 1 T. 9 St.; c) 7 J. 2 T. 3 St.; d) 4 J. 1 W. 2 St.?

Antw. 13 J. 17 W. 2 St.

18) Eine Finsterniß fieng an um 2 Uhr 32 Min. 7 Sek. Nachmittag. Sie dauerte 5 St. 56 Min. 44 Sek.; wann endigte sie sich?

Antw. Um 8 Uhr 28 Min. 51 Sek. Abends.

19) Was betragen folgende Küchenzettel alle insgesammt und jeder besonders?

Samstag, den 27sten —

	fl.	kr.	pf.
Für Rahm auf die ganze Woche = = =	—	28	—
Semmeln = = = = = = = = =	—	3	—
Ochsenfleisch 6 ℔. à 10 kr., auf 3 Tage	1	—	—
Kalbfleisch 4 ℔. à 9 kr. = = = = =	—	36	—
Hühner 7 Stück à 18 kr. = = = =	2	6	—
Karpfen 1 ℔. = = = = = = = =	—	20	—
Hechten 1 ℔. = = = = = = = =	—	34	—
Grünes, als Kerbelkraut, Petersilie, Sellerie, Pastinak und Porree auf die ganze Woche = = = = = = = = =	—	10	2
Bier 1. Eimer 10 Maß à 5 kr. = = =	5	50	—
Schweizerkäs 1 ℔. = = = = = =	—	24	—
Linsen 1. Dreyßiger = = = = = =	—	7	—
Schnecken 1 Viertel = = = = = =	—	18	—
Sardellen $\frac{1}{2}$ Vierling = = = = = =	—	14	—
Zettelkraut (Sauerkraut) = = = =	—	4	—
Summa			

Sonntag, den 28sten —

Semmeln = = = = = = = = =	—	3	—
Reiß 1 ℔. = = = = = = = = =	—	12	—
Provenzeröl $\frac{1}{4}$ ℔. = = = = = = =	—	18	—
Weinessig 1 Maß = = = = = = =	—	24	—
Endivien-Salat = = = = = = =	—	9	—
Spinat = = = = = = = = = =	—	12	—
Spanferkel = = = = = = = = =	1	12	—
Senf = = = = = = = = = =	—	12	—
Summa			

Mondtag, den 29sten —

	fl.	kr.	pf.
Semmeln = = = = =	—	3	—
Kohlrabi (Kohlrüben) = = =	—	12	—
Riemisch Mehl 5 Drg. à 6 kr. = =	—	30	—
Backmehl 1 Viertel = = = =	1	4	2
Anis = = = = = =	—	3	—
Bäckerlohn = = = = =	—	6	—
Ordinär gründete Gerste 1. Drg. =	—	8	2
Weinbeeren 1. Vierling = = =	—	6	—
Mandeln 1. Vierling = = =	—	9	—
Wacholderbeeren 1 Mäßl = = =	—	8	—
Summa	—	—	—

Dinstag, den 30sten —

Semmeln = = = = =	—	3	—
Rindfleisch 6 ℔. à 10 kr. auf 3 Tage =	1	—	—
Lammsköpfel 2 Stück à 6 kr. = =	—	12	—
Kalbfleisch 5 ℔. à 9 kr. = = =	—	45	—
Pfeffer ½ Vierling = = = =	—	14	—
Salz 1 ℔. = = = = =	—	3	2
Blaukraut = = = = =	—	18	—
Gries feiner 1. Drg. = = =	—	12	3
Poloneser-Salat = = = =	—	5	—
Majoran und Thymian = = =	—	7	2
Leber 1 ℔. = = = = =	—	9	—
Schnittlauch = = = = =	—	1	—
Summa	—	—	—

Mittwoch, den 1sten —

	fl.	kr.	pf.
Semmeln = = = = =	—	3	—
Mittlere gerollte Gerste 1. Drg. =	—	10	2
Semmelmehl 3 Drg. = = =	—	24	—
Gemüse als Wirsing und Meerrettig =	—	15	—
Gans = = = = = =	1	18	—
Nisselsalat = = = = =	—	5	—
Butter 1 ℔. = = = = =	—	26	—
Rahnen (Runkelrüben oder Mangold) =	—	6	—
Kümmel = = = = =	—	2	—
Limonie = = = = =	—	8	—
Saffran = = = = =	—	12	—
Spargel einen Bund = = =	—	48	—
Summa	—	—	—

Donnerstag, den 2ten —

Semmeln = = = = =	—	3	—
Ante = = = = = =	—	42	—
Kopfsalat = = = = =	—	6	—
Schmalz 2 ℔. à 27 kr. = = =	—	54	—
Karviol (Blumenkohl) = = =	—	18	—
Kukummern 2 Stück = = =	—	5	—
Rettige = = = = = =	—	2	—
Haberkern (Grütze, Habergries) ½ ℔. =	—	9	—
Schweinfleisch 1 ℔. = = = =	—	16	—
Baierische Rüben (Steckrüben) 1 Mäßl	—	6	—
Summa	—	—	—

Freytag, den 3ten —

	fl.	kr.	pf.
Semmeln = = = = =	—	8	—
Mundmehl 2 Drg. à 9 kr. 3 dl. = =	—	19	2
Eyer um 8 Batzen = = = =	—	32	—
Kaffee 1 ℔. = = = = =	2	40	—
Zucker 1 ℔. = = = = =	2	24	—
Zimmet = = = = =	—	6	—
Nelken räße ½ Quintel = = =	—	5	—
Muskatenblüthe = = = =	—	12	—
Modegewürz = = = = =	—	4	—
Lorberblätter = = = = =	—	2	—
Erdäpfel 2 Mäßl à 5 kr. = = =	—	10	—
Zwiebeln 1 Mäßl = = = =	—	8	—
Knoblauch = = = = =	—	6	—
Jochbergerkäs 1 ℔. = = = =	—	16	—
Frösche 1 Wiedel = = = =	—	24	—
Erbsen schöne 1. Drg. = = =	—	7	—
Huchen 2 ℔. à 40 kr. = = =	1	20	—
Rutten 1 ℔. = = = = =	—	54	—
Rübenkraut = = = = =	—	5	—
Hefen = = = = = =	—	2	—
Zwetschken 1 ℔. = = = =	—	10	—
Krebse 1 Viertel = = = =	1	15	—
Brey (Hirsen) 1. Drg. = = =	—	10	2
Milch = = = = = =	—	8	—
Rhein-Wein 1. Maß = = =	2	—	—
Äpfel 1 Mäßl = = = =	—	12	—
Summa			
Die Hauptsumme aller Küchenzettel ist	41	15	3

20) Wäschzettel.

Den 25sten Juny abgegeben:

	Stücke	fl.	kr.
Herrn-Hemder mit Falbeln	3	—	18
Strümpfe weiße, 2 Paar	4	—	8
Unterziehstrümpfe 1 Paar	2	—	4
Socken garnene 2 Paar	4	—	3
Halstücher ganze	4	—	12
Sacktücher gefärbte	7	—	7
Jacke	1	—	6
Unterleibchen	1	—	4
Chemisette (Überhemdchen)	1	—	9
Gilet gefärbte (Weste)	2	—	8
Schlafrock langer	1	—	12
Unterhose	1	—	3
Beinkleider von Nanquin	2	—	12
ditto von Nanquinet	1	—	6
ditto von Sommermanchester	1	—	6
Pudermantel	1	—	4
Schlafhauben doppelte	2	—	4
Barbiertuch	1	—	1
Handschuhe 1 Paar	2	—	2
Frauen-Hemder mit Falbeln	4	—	12
Nachthemder	2	—	4
Halstücher halbe	2	—	2
Mousselin-Halstücher ganze	1	—	4
Sacktücher weiße	4	—	4
Nachthauben	2	—	2
Strümpfe baumwollene 3 Paar	6	—	6
Unterrock barchenter	1	—	6
Übertrag		2	49

Haus-

	Stücke	fl.	kr.
Übertrag		2	49
Hausjacke von Piqué = = =	1	—	4
Bettjacke barchente = = =	1	—	3
Kleid persenes = = = =	1	—	12
Anhängsäcke 1 Paar = = =	1	—	1
Ridikül barchenter = = =	1	—	2
Bettziechen persene = = =	2	—	8
Küßenziechen = = = =	2	—	4
Bettdecken = = = = =	2	—	24
Polsterziechen = = = =	2	—	4
Oberleintücher mit Falbeln = =	2	—	12
Unterleintücher = = = =	2	—	8
Bettvorhänge gingangene = =	4	—	24
Tischtücher = = = =	2	—	12
Servietten (Tellertücher) = =	6	—	6
Fenstervorhänge = = = =	10	1	20
Toiletts-Vorhängel = = =	2	—	8
Aderläßbindel = = = =	1	—	1
Abwischtücher = = = =	4	—	4
Handtücher = = = =	4	—	4
Küchenschürze = = = =	2	—	4
Küchentücher = = = =	2	—	2
Aschentücher = = = =	1	—	6
Summe		6	42

21) Verzeichniß

der Schneiderarbeit, welche Endesgesetzter auf Befehl Sr. Gnaden des Wohlgebornen Herrn Oberappellations-Gerichts-Raths von N. verfertiget hat:

1813		fl.	kr.
den 15. Jän.	Dem Hrn. Rath schwarzseidene Weste und Beinkleider zu machen =	2	36
	für Seide, Zwirn und Zugehör =	—	18
4. Horn.	Hrn. Karl einen Frack gemacht =	2	12
	für 6 Ellen guten Zeug à 1 fl. 12 kr.	7	12
	für Seide, Zwirn und Kameelgarn	—	24
9. März	Demselben Weste und Beinkleider von Sommermanchester gemacht =	2	12
	3 1/2 Elle Sommermanchester à 1 fl. 36 kr.	5	36
	für Seide, Zwirn u. andere Zuthaten	—	18
20. Spt.	Dem Hrn. Rath einen Überrock gemacht	3	—
	3 1/4 Elle gutes Tuch à 12 fl. 16 kr.	39	52
	4 Ellen Chalon zum Unterfutter à 54 kr.	3	36
	1 1/2 Elle Barchent in die Ärmel u. Taschen à 1 fl. 12 kr. = =	1	48
	für Steifschetter u. die übrige Zugehör	—	36
12. Okt.	Hrn. Karl einen Überrock zu machen	2	48
	3 Ellen Tuch à 9 fl. 12 kr. =	27	36
	3 1/2 Elle Damis zum Futter à 54 kr.	3	9
	1 1/2 Elle Barchent à 1 fl. 12 kr. =	1	48
	für andere Zuthaten = = =	—	24
11. Nov.	2 Paar Beinkleider auszubessern =	—	36
	Summe	106	1

München, den 13ten Dezember 1813.

Zu gehorsamstem Danke bezahlt.

Johann Mayr,
bürgerl. Schneidermeister.

22) Verzeichniß

der

Schuhmacherarbeit, welche Endesgesetzter für S. T. Herrn Christian Schenk, bürgerlichen Handelsmann allhier verfertiget hat:

1813 den		fl.	kr.
8. Jän.	Für den Herrn selbst ein Paar Stiefel	8	30
5. Horn.	Die alten zu besohlen = =	—	40
16. Mrz.	Für den Herrn Sohn ein Paar neue Schuhe = = = =	2	—
25. Apr.	Dessen Stiefel vorzuschuhen =	3	—
2. May	Der Frau ein Paar glanzlederne Schuhe	1	48
29. Jun.	Derselben ein Paar grünsaffianene Pantoffeln = = = =	1	24
3. Sept.	Für die Jungfer Tochter ein Paar Schuhe, den Zeug dazu hergegeben	1	24
8. Okt.	Derselben ein Paar Schuhe gesohlt und gefleckt = = =	—	24
24. Nov.	Ebenderselben ein Paar neue kordua-nene Schuhe = = =	1	48
	Summe	20	58

Zu ergebenstem Danke bezahlt.

München, den 28. Dezember 1813.

Peter Müller,
Schuhmachermeister.

Achter Abschnitt.

Vom Subtrahiren mit ungleichbenannten Zahlen.

Sollet ihr ungleichbenannte Zahlen von einander abziehen; so beobachtet folgende Regeln:

1) Schreibet die größere Zahl oder den Minuend oben an, und die kleinere oder den Subtrahend darunter, so, daß wiederum Gleiches unter Gleiches zu stehen komme.

2) Fanget abermal zur Rechten bey der kleinsten Gattung an, die untere Zahl von der oberen abzuziehen, und setzet den Rest in ebenderselben Reihe unter den Querstrich.

3) Kann die untere Zahl von einer der oberen nicht abgezogen werden, weil die obere kleiner, als die untere Zahl ist, oder mangelt oben wohl gar eine Zahl; so muß man oben zur Linken von der nächsthöheren Gattung eine Einheit entlehnen, dieselbe zu Einheiten jener niedrigern Gattung machen, und dazu zählen; oder, wenn keine Ziffer vorhanden ist, in die leere Stelle hinsetzen,

und darauf abziehen. Lasset uns nun ein Beyspiel als Muster aufstellen, wo der Minuend in allen Sorten oder Gattungen größer, als der Subtrahend ist. Karl hatte in seiner Sparbüchse 9 fl. 48 kr. 3 pf.; davon gab er nun aus 4 fl. 39 kr. 2 pf. Was blieb ihm noch in seiner Sparbüchse?

	fl.	kr.	pf.
Vermögen	9	48	3
Ausgabe	4	39	2
Rest	5	9	1

Man fängt hier bey den Pfennigen an, und sagt: 2 Pfennige von 3 bleibt 1 Pfennig. Diesen Rest 1 schreibt man unter die Reihe der Pfennige. Ferner spricht man: 9 Kreuzer von 8 kann ich nicht abziehen, ich borge also von der nächst höheren Stelle 4 einen Zehner, und sage: 9 von 18 bleibt 9, und 3 von 3 (nicht mehr 4) geht auf. Diese noch gebliebenen 9 kr. Rest setzt man unter die Kreuzer-Reihe. Zieht man endlich auch die Gulden von einander ab, und sagt: 4 von 9 bleibt 5; so bleiben im Ganzen noch 5 fl. 9 kr. 1 pf. in der Sparbüchse.

Nun wollen wir auch ein Beyspiel vor die Hand nehmen, wo die niedern Sorten des Minuenden kleiner sind, als jene des Subtrahenden:

			9.		6
Fritz nahm ein	=	=	94 fl.	35 kr.	2 pf.
und gab davon aus	=		47 fl.	54 kr.	3 pf.
und so blieben ihm noch			46 fl.	40 kr.	3 pf.

Hier sollen 3 pf. von 2 abgezogen werden, da aber dieses schlechterdings unmöglich ist, und doch geschehen muß; so entlehne ich von der nächsthöheren Stelle 1. kr., der 4 pf. gilt. Diese geborgten 4 pf. und die schon vorhandenen 2 pf. machen zusammen 6, welche man in

etwas kleinerer Form über der zu vermindernden Zahl 2 zu schreiben pflegt, oder auch gleich im Sinne behält. Nun kann füglich abgezogen werden; denn 3 von 6 bleiben 3. Diesen Rest 3 pf. setzt man unter den Querstrich, und geht darauf zu der Kreuzer-Sorte über, wo man weiters spricht: 4 kr. von 5 (das ist 4) bleibt 0, und 5 Zehner von 3 können wiederum nicht abgezogen werden; ich borge also von der nächsthöheren Sorte 1. Gulden: dieser gilt in der Stelle der Kreuzer 60 kr., oder 6 Zehner; ich habe also jetzt 6 geborgte Zehner und 3 vorräthige oder im Ganzen 9 Zehner, welche abermal über dem Minuend klein angeschrieben werden; jetzt sage ich: 5 von 9 bleiben 4, und schreibe diese 4 unter die Zehnerstelle der Kreuzer. — Nun schreitet man selbst zu der Gulden-Sorte, und sagt: 7 fl. von 3 können abermal nicht abgezogen werden; ich entlehne daher von der nächsten Stelle 1. Zehner, und sage: 7 von 13 bleiben 6 — dann endlich 4 von 8 (nicht mehr 4 von 9; denn es wurde davon schon 1. Einheit entlehnt) bleiben 4 und im Ganzen also 46 fl. 40 kr. 3. pf.

Es ereignet sich auch manchmal der Fall, daß der Minuend nur aus einer höheren Stelle besteht, der Subtrahend aber mehrere Sorten enthält, wie in folgendem Beyspiele zu sehen ist. Ein Silber-Arbeiter hat 40 Mark Silber vorräthig, davon verarbeitet er 9 Mark, 13 Loth, 2 Quintel und 3 Pfenniggewicht; wie viel bleibt ihm noch übrig?

Mark.	Loth.	Quintel.	Pfgw.
40	—	—	—
9	13	2	3

3 Pfenniggewicht von nichts kann ich hier nicht abziehen, und bey der nächst höheren Stelle sind auch keine Quintel, wobey ich borgen könnte; ich gehe daher zu einer noch höheren Stelle, nämlich zu den Lothen; aber auch hier finde ich nichts. Ich muß also schon in diesem Falle selbst bis zur Stelle der Marken schreiten, eine davon entlehnen, sie in kleinere Sorten verwechseln, und so über die leeren Stellen in etwas kleinerer Form ansetzen. Von dieser nun entlehnten Mark, die 16 Loth gilt, lasse ich 15 Loth an der Stelle der Lothe liegen, und das noch übrige sechzehnte Loth trage ich als 4 Quintel an die Quintelstelle; schreibe davon aber nur 3 an, und nehme das vierte noch übrige Quintel als 4 Pfenniggewicht an die Pfenniggewichtstelle, wo ich sodann bequem abziehen kann, als:

Mark.	Loth.	Quintel.	Pfgw.
. .	15	3	4
40	—	—	—
9	13	2	3
30	2	1	1

In diesem Beyspiele wurde bloß die entlehnte Mark in 15 Loth, 3 Quintel und 4 Pfenniggewicht verwechselt, welche zusammen gerade 1. Mark ausmachen; denn das Ganze ist seinen Theilen zusammengenommen gleich.

Ein Kaufmann hat sich von Frankfurt am Mayn 36 Zentner, 75 ℔. Zucker verschrieben: davon verkaufte er 47 Zentner, 28 ℔. und 18 Loth. Wie viel hat er noch im Vorrathe?

Zent.	℔.	Loth.
.	..	32
86	75	—
47	28	18
39	46	14

Ein Weinwirth hat 136 Eimer, 26 Maß und 2 Quartel Wein im Keller. Davon verkauft er 69 Eimer, 36 Maß und 3 Quartel. Wie viel hat er noch übrig?

Eimer.	Maß.	Quartel.
...	..	6
136	26	2
69	36	3
66	49	3

Ein Mehlber hatte 12 Schäffel Mehl vorräthig; davon verkauft er die Woche hindurch 7 Schäffel, 3 Metzen, 5 Mäßlein und 1. Dreyßiger. Wie viel behält er noch übrig?

Schäffel.	Metzen.	Viertel.	Mäßlein.	Dreyßg.
..	6	2	8	2
12	—	—	—	—
7	3	—	5	1
4	2	1	2	1

Ein Tischler schnitt von einem 22 Schuh langen Brette ein Stück ab, welches 1 Ruthe, 3 Schuh, 5 Zoll und 8 Linien in der Länge hatte; wie lang ist der Rest noch?

Ruthe.	Schuh.	Zoll.	Linien.
..	12	12	
1	10	—	—
1	3	5	8
—	6	6	4

Ein Buchdrucker erhielt aus der Papiermühle 8 Ballen, 3 Rieß, 10 Buch Druckpapier. Davon verbrauchte er 5 Ballen, 4 Rieß, 13 Buch und 16 Bogen; wie viel Papier bleibt ihm noch?

Ballen.	Rieß.	Buch.	Bogen.
.	.	..	25
8	3	10	—
5	4	13	16
2	8	16	9

Soll das Alter einer Person, oder der Zeitverfluß einer Begebenheit genau berechnet werden, so beobachtet Folgendes:

1) Setzet die gegenwärtige Jahrzahl mit dem Monatstage als Minuend oben an, und das Jahr nebst dem Monatstage, in welchem jemand geboren wurde, als Subtrahend darunter.

2) Sehet darauf, der wievielte Monat jener sey, von welchem die Rede ist. So ist z. B. der Juny der 6te Monat; ihr setzet aber in die Rechnung nicht 6, sondern nur 5 an. Ein Gleiches müsset ihr auch bey allen übrigen Monaten beobachten, und ist vom Jäner die Rede, so schreibet gar nichts an.

3) Müsset ihr, da ihr eine große Zahl Tage von einer kleinen nicht abziehen könnet, bey der nächsthöheren Sorte einen Monat entlehnen, so habet genau Acht, wie viele Tage der entlehnte Monat habe, besonders beym Hornung, der bald 28 bald 29 Tage hat. 29

Tage hat der Hornung in einem Schaltjahre, welches ihr findet, wenn ihr die Jahrzahl mit 4 dividirt: bleibt nach der Division kein Rest, so ist es ein Schaltjahr; bleibt aber 1, 2 oder 3 übrig, so zeigt der Rest an, das wievielte Jahr nach dem Schaltjahre verflossen ist. Doch machen einige volle Jahrhunderte hievon eine Ausnahme, so sind z. B. 1700, 1800 und 1900 gemeine Jahre; 1600 und 2000 aber wirkliche Schaltjahre. —

A) Soll man nebst den Jahren, Monaten und Tagen auch noch die Stunden bestimmen; so zählt man von Mitternacht an; daher ist Nachmittags um 3 Uhr nicht die 3te, sondern die 15te Stunde des Tages; denn von Mitternacht an bis Mittag sind 12 Stunden, und von 12 bis 3 Uhr Nachmittags wiederum 3 Stunden, im Ganzen also 15 Stunden verflossen. Nun ein Beyspiel: Ich bin im Jahre 1770 den 6ten May Morgens um 3 Uhr geboren; wie alt war ich im Jahre 1812 den 5ten Marz Abends um 8 Uhr?

	Jahr.	Monat.	Tage.	Stunden.
	1812	2	5	20
	1770	4	6	3
	--41	9	28	17

Im Minuenden sind 2 Monate und 5 Tage angesetzt werden, weil der März der 3te Monat ist, und also seit 1812 erst 2 volle Monate und noch 5 Tage verflossen sind. — Im Subtrahenden stehen 4 Monate und 6 Tage; denn der sechste May ist der fünfte Monat, folglich waren 4 volle Monate und 6 Tage in dem Jahre verflossen, in welchem ich geboren wurde. — Ferner wurden im Minuenden 20 Stunden angeschrieben, weil 8 Uhr Abends von Mitternacht an die 20ste

Stunde ist. — Nun wurden Stunden, Tage, Monate und Jahre von einander abgezogen, als: 3 Stunden von 20 bleiben 17 Stunden. Ferner: 6 Tage von 5 kann ich nicht abziehen; ich entlehne daher 1. Monat, und da im Minuenden nur 2 Monate stehen, so ist es ganz natürlich, daß der zweyte Monat, welchen ich entlehne, der Hornung sey, welcher in diesem Falle 29 Tage hat; weil das Jahr 1812 mit 4 ohne Rest theilbar, folglich ein Schaltjahr ist. Nimmt man nun die geborgten 29 Tage und die schon vorhandenen 5 dazu, so habe ich 34 Tage. Die 6 Tage von 34 nun abgezogen lassen noch 28 Tage übrig. — Weiters heißt es: 4 Monate von 1 Monat (denn eins wurde schon geborgt) kann ich wieder nicht abziehen; ich entlehne daher 1 Jahr, welches 12 Monate hat, und mit dem vorhandenen 1 Monat 13 giebt. Nun sagt man: 4 von 13 Monaten bleiben 9. Endlich 0 Jahr von 1 bleibt 1 u. s. w. Es wäre demnach mein Alter 41 Jahre, 9 Monate, 28 Tage und 17 Stunden.

Soll man aber das Alter mit arithmetischer Genauigkeit angeben, folglich auch auf die Schaltjahre Rücksicht nehmen, die in seine Lebensjahre fallen; so müßte man die erlebten 9 Schalttage von den Jahren 1772, 1776, 1780, 1784, 1788, 1792, 1796, 1804 und 1808 mit einrechnen, wo sodann 41 Jahre 10 Monate 6 Tage und 17 Stunden herauskommen.

Eigentlich sollten auch nur die völlig verflossenen Jahre und Tage gerechnet werden, so wie es bey den völlig verflossenen Monaten geschah. Da aber bey der Subtraktion das Nämliche herauskömmt, wenn beyde Zahlen um gleich viel größer angenommen werden, so können die Zahlen der laufenden Jahre und Tage ohne Fehler beybehalten werden.

Die Probe

über die Subtraktion macht man durch die Addition, indem man den Rest und den Abzug zusammen zählt, wo alsdann der Minuend wieder zum Vorschein kommen muß; nur müssen die Summen der kleineren Gattungen, wenn sie höhere enthalten, in selbe verwandelt werden.

Beyspiele zur Übung.

1) Jemand mußte für einen Konto 503 Gulden 4 Gr. bezahlen. Er fand aber bey Untersuchung der Rechnung, daß eine Irrung geschehen sey, indem er eigentlich nicht mehr, als 499 fl. 6 Gr. zahlen darf; was muß man ihm wieder heraus geben?

Antw. 3 fl. 18 Gr.

2) Jemand bezahlte im Kaufladen seine Schuld; giebt aus Mangel eines kleinen Geldes einen baierischen Dukaten her; man zählte ihm nach richtiger Rechnung 4 fl. 6 kr. zurück, was betrug seine Schuld?

Antw. 1 fl. 14 kr.

3) Ein Hausknecht hat von seinem Hausherrn 15 fl. 6 kr. bekommen; davon hat er 12 fl. 11 kr. ausgegeben; was muß er wieder zurück geben?

Antw. 2 fl. 55 kr.

4) Ein Bauer hat von 60 Sch. Haber 37 Sch. 4 Metzen verkauft; wie viel behielt er davon für sich zurück?

Antw. 22 Sch. 2 Mtz.

5) Ein Weinhändler hat von 24 Eim. 5 Maß Wein 18 Eim. 8 Mß. verkauft; wie viel blieb ihm?

Antw. 5 Eim. 57 Mß.

6) Ein Wirth hat von 4 Eim. 30 Mß. Bier 2 Eimer 16 Mß. 3 Qu. ausgeschenkt; wie viel hat er noch davon zu verschenken?

Antw. 2 Eim. 13 Mß. 1 Qu.

7) Ein Zimmermann schneidet von einem geschlagenen Baume, der 6 Klafter, 2 Schuh, 3 Zoll lang ist, ein Stück herunter, lang 2 Kl. 5 Sch. 1 Z.; wie lang ist das übrige?

Antw. 3 Klaft. 3 Sch. 2 Z.

8) Ein Buchdrucker hat an Druckpapier erhalten: 6 Ballen, 4 Rieß, 12 Buch, 24 Bogen; hat aber davon 5 Ballen, 9 Rieß, 10 Buch, 22 Bogen verarbeitet; wie viel hat er noch zu verarbeiten?

Antw. 5 Rieß, 2 Buch, 2 Bogen.

9) Ein Krämer hat von 87 ℔. Zucker 49 ℔. 4 Lt. verkauft; wie viel hat er noch im Vorrathe?

Antw. 37 ℔. 28 Lt.

10) Einer kauft Cochenille (zum feinen Rothfärben gehörig) 13 ℔. 16 Lt.; davon überläßt er einem andern 6 ℔. 24 Lt.; wie viel bleibt ihm noch übrig?

Antw. 6 ℔. 24 Lt.

11) Ein Sack mit Federn wiegt 12 ℔. 19 Lt. 2 Qu. Nun wurde der Sack ausgeleert, und man fand, daß er 1 ℔. 17 Lt. 3 Qu. wäge; was wägen die Federn?

Antw. 11 ℔. 1 Lt. 3 Q.

12) Ein silberner Kirchenleuchter wiegt 9 ℔. 5 Lt. 1 Qu.; die eisernen dabey befindlichen Schrauben aber betragen am Gewichte 11 Lt. 1 Qu.; wie viel ist Silber dabey.

Antw. 8 ℔. 26 Lt.

13) Ein Silberjuwelier giebt einem Goldschmiede zu einer Arbeit an Silber 6 Mark 12 Lt. 3 Qu. 2 dl. Die erste Lieferung des Goldschmiedes ist 4 Mark 8 Lt. 2 Qu.; wie viel bleibt der Goldschmied noch schuldig?

Antw. 2 Mark 4 Lt. 1 Qu. 2 dl.

14) Ein Soldat, welcher auf 8 Jahre angeworben worden, hat bereits 5 Jahre 8 Monate gedient; wie lange muß er noch dienen?

Antw. 2 J. 4 Mon.

15) Auf einer Uhr ist's 12 Uhr 1 Min. 2 Sek. auf einer andern 11 Uhr 59 Min. 1 Sek.; um wie viel geht die erstere früher?

Antw. Um 2 Min. 1 Sek.

16) Ferdinand Magellan, ein Portugiese, fuhr, um die Erde zu umschiffen, den 10ten August 1519 westwärts ab, und kam 1522 den 7ten September von Osten wieder an; wie lange blieb er aus?

Antw. 3 J. 27 Tage.

17) Jemad wurde 1712 den 24sten Januar geboren, und starb 1786 den 17ten August; wie alt ist er geworden?

Antw. 74 J. 6 Mon. 23 T.

Neunter Abschnitt.

Von der Reduktion oder Namenveränderung ungleichbenannter Zahlen.

Bey der Reduktion kommen zwey Fälle vor:

1) Die Namenverkleinerung, wobey man bestimmt, wie viele Einheiten der kleinern Gattung in einer größern enthalten sind, z. B. wie viele Loth in 76 Pfund enthalten sind.

2) Die Namenvergrößerung, bey welcher man kleinere Einheiten in größere, z. B. Kreuzer in Gulden, verwandelt. Im ersten Falle wird multiplizirt, im zweyten durch die Reduktionszahl dividirt. Die Reduktionszahl ist aber jene, welche anzeigt, wie viele Einheiten der kleinern Gattung auf eine Einheit der größern Gattung gehen, oder wie viel eine Einheit der größern Gattung Einheiten in der kleinern Gattung enthält.

Bey der Namenverkleinerung ungleichbenannter Zahlen beobachtet Folgendes:

1) Multipliziret die Zahl der größten Gattung durch die Reduktionszahl der nächstkleinern, und zählet zum Produkte die allenfalls vorhandenen Theile der nämlichen Gattung.

2) Multipliziret die erhaltene Summe wiederum mit der Reduktionszahl der nächst kleinern Gattung, und zählet zu dem Produkte die von dieser Gattung vorhandenen Theile. Dieses Verfahren setzet ihr so lange fort, bis jene kleinste Gattung zum Vorschein kömmt, welche man verlangte. Durch dieses Multipliziren geschieht nur eine scheinbare Vermehrung; der Werth bleibt unverändert; nur größere Zahlen entstehen, die aber auch nicht mehr gelten; denn 32 Loth sind ja nicht mehr werth, als ein Pfund. Nun ein Beyspiel: Man verlangt zu wissen, wie viele Häller in 176 Gulden, 16 Groschen, 2 Kreuzern, 2 Pfennigen und 1. Häller enthalten sind?

Multipliziret die 176 fl.
durch die Reduktionszahl 20; denn 20 Groschen
machen 1 fl.

Zu dem Produkte 3520
zählet die vorhandenen 16 Groschen.

Diese Groschensumme 3536 multipliziret wieder
mit der Reduktionszahl 3; denn 3 kr. machen
1 Groschen.

Zu dem Produkte 10608 zählet die
vorhandenen 2 Kreuzer.

Diese Kreuzersumme 10610 multipliziret wiederum
mit der Reduktionszahl 4; denn 4 Pfennige geben 1. kr.

Zu dem Produkte 42440 zählet
die vorhandenen 2 Pfennige.

Diese Pfennigsumme 42442 multipliziret abermal
mit der Reduktionszahl 2; denn 2 hl. machen 1 pf.

Zu dem Produkte 84884 zählet
den vorhandenen 1 Häller.

Diese Summe 84885 ist nun die verlangte Anzahl der Häller, welche in 176 Gulden, 16 Groschen, 2 Kreuzern, 2 Pfennigen und 1. Häller enthalten sind.

Man kann sich die Arbeit bey dieser Art Rechnungen in etwas verkürzen, wenn man die vorhandenen kleinen Theile nicht jederzeit besonders niederschreibt, und hinzuzählt, sondern selbe gleich während der Multiplikation zu derjenigen Gattung addirt, zu welcher sie gehören. Zum Beyspiel: Wie viele Dreyßiger machen 8 Schäffel, 5 Metzen, 1 Viertel, 6 Mäßel Weizen?

8 Schäffel. 5 Metzen. 1 Viertel. 6 Mäßel.
6

53 Metzen.
2

107 Viertel.
8

862 Mäßel.
2

1724 Dreyßiger.

Man verwandelt hier zuerst die 8 Schäffel in die nächst kleinere Gattung, nämlich in Metzen, welches

geschieht, wenn man sie mit der Reduktionszahl 6 multiplizirt, weil 1 Schäffel 6 Metzen hat. Das Produkt aus 6 mal 8 ist 48 und die vorhandenen 5 Metzen gleich hinzugezählt giebt 53 Metzen. Ferner verwandelt man diese 53 Metzen in Viertel, indem man sie mit der Reduktionszahl 2 multiplizirt, weil 2 Viertel 1. Metzen machen. Das Produkt ist 106; mit dem vorhandenen 1 Viertel aber 107. Diese Summe 107 wird nun wieder mit der Reduktionszahl 8 multiplizirt, weil 1 Viertel 8 Mäßel hat; das Produkt ist 856 Mäßel, mit den vorhandenen 6 Mäßeln aber 862. Wird nun endlich diese Mäßelsumme auch noch mit der Reduktionszahl 2 multiplizirt, weil 1 Mäßel 2 Dreyßiger hat, so erhält man 1724 Dreyßiger, welche in 8 Schäffel, 5 Metzen, 1 Viertel und 6 Mäßel stecken.

Beyspiele zur Übung.

1) Wie viele Quintel machen 2 Zentner, 54 Pfund und 23 Loth? Antwort: 32604 Quintel.

2) Wie viele Minuten geben 23 Tage, 21 Stunden und 54 Minuten? Antwort: 34434 Minuten.

Die Namenvergrößerung ist der Namenverkleinerung gerade entgegen gesetzt; daher dienen sie sich wechselweise einander zur Probe. Man beobachtet dabey folgende Regeln:

1) Dividiret die Zahl der kleinsten Gattung mit derjenigen Reduktionszahl, welche anzeigt, wie viel kleinere Einheiten eine Einheit der nächst größeren Gattung

geben. Der gefundene Quotient zeigt die nächst größere Gattung an.

2) Bleibt nach einer Division ein Rest, so gehört er zu jener Gattung, von welcher der Dividend ist. Zum Beyspiel:

Wie viele Mäßel, Viertel, Metzen und Schäffel sind in 1724 Dreyßigern enthalten?

Dreyßiger.	Mäßel.	Viertel.	Metzen.	Schäffel.
1724	862	107	53	8
2	8	2	6	
16	—62	10	48	
—12	8	—7	5	
2	56	2		
12	—6	6		
—4		1		
2				
4				
—				

Oder:

Dreyßiger.	Mäßel.	Viertel.	Metzen.	Schäffel.
1	66	1	5	
1724	862	107	53	8
222	888	22	6	

Hier müssen zuerst die Dreyßiger als die kleinste Gattung in die nächst größere, d. i. in Mäßel verwandelt werden, und dieß geschieht, wenn man die Dreyßiger durch die Reduktionszahl 2 dividirt, weil 2 Drey-

ßiger 1 Mäßel geben. Um nun die 862 Mäßel zu Vierteln zu machen, muß wieder mit 8 dividirt werden, weil 8 Mäßel 1 Viertel sind. Der Quotient 107 giebt Viertel und der Rest 6 Mäßel. Ferner: Dividirt man die 107 Viertel mit 2, so erhält man 53 Metzen. Der Rest 1 ist 1 Viertel. Werden endlich auch noch die 53 Metzen durch 6 dividirt, weil 6 Metzen 1 Schäffel geben, so bekömmt man 8 zum Quotienten, welches 8 Schäffel sind; der Rest 5 stellt 5 Metzen vor. Die 1724 Dreyßiger enthalten demnach 8 Schäffel, 5 Metzen, 1 Viertel und 6 Mäßel.

Wie viele Pfennige, Kreuzer, Groschen und Gulden geben 84885 Häller? Antwort: 176 fl. 16 Groschen, 2 Kreuzer, 2 pf. und 1 hl.

Zehnter Abschnitt.

Vom Multiplizieren mit ungleichbenannten Zahlen.

Die Multiplikation mit ungleichbenannten Zahlen wird auf folgende Art verrichtet. Man verwandelt nämlich zuerst die verschiedenen Zahlengrößen in die kleinste Gattung, und multiplizirt das hierdurch erhaltene Produkt mit der gegebenen Zahl. Was nun heraus kömmt, reducirt man wieder durch die Division zu den vorigen Gattungen. Z. B.

Acht Bauern müssen jährlich 45 Schäffel, 3 Metzen, 1 Viertel und 6 Mäßel Gülte geben; wie viel beträgt dieß in 9 Jahren?

Schäffel.	Metzen.	Viertel.	Mäßel.
45	3	1	6

6mal, weil 1 Schäffel 6 Metzen hält.

273 Metzen.

2mal, weil 1 Metzen 2 Viertel hat.

547 Viertel.
8mal, weil 1 Viertel 8 Mäßel hält.

4382 Mäßel in einem Jahre.
9mal, wegen der 9 Jahre.

39438 Mäßel in 9 Jahren.

Mäßel.	Viertel.	Metzen.	Schäffel.
7276	1 1	4	
39438	4929	2464	410
8888	2222	666	

Es liefern also diese 8 Bauern in 9 Jahren 410 Schäffel, 4 Metzen, 1 Viertel und 6 Mäßel.

In diesem Beyspiele werden der Regel gemäß zuerst die 45 Schäffel, 3 Metzen, 1 Viertel und 6 Mäßel in lauter Mäßel verwandelt, und das Produkt 4382 mit den 9 Jahren multiplizirt. Da nun das letzte Produkt 39438 lauter Mäßel enthält, so muß man diese wieder durch die Division mit 8 zu Vierteln, die 4929 Viertel mit 2 zu Metzen, und die 2464 Metzen mit 6 zu Schäffeln machen; wo sodann mit den gebliebenen Resten 410 Schäffel, 4 Metzen, 1 Viertel und 6 Mäßel heraus kommen.

Man kann dieses Beyspiel auch auf eine viel kürzere Art berechnen, wenn man auf folgende Weise zu Werke geht:

1) Ziehet einen Querstrich unter die Zahlen der verschiedenen Gattungen, und multiplizirt zuerst die kleinste derselben durch den gegebenen Multiplikator, der in unserem Beyspiele die Zahl der 9 Jahre ist.

2) Das erhaltene Produkt dieser Gattung schreibet da, doch etwas weiter unterhalb des Querstriches,

an, wo es herausgekommen ist, und dividiret es durch jene Zahl, welche anzeigt, wie viele Einheiten dieser Gattung zu einer Einheit der nächst höhern gehören, das ist hier durch 8, weil 8 Mäßel 1 Viertel gegeben.

3) Den gebliebenen Rest schreibet an die Stelle der dividirten Gattung; den erhaltenen Quotient aber zählet zu dem Produkte der nächst höheren Gattung.

Dieses Verfahren beobachtet ihr auch bey den folgenden höheren Gattungen, als:

Schäffel.	Metzen.	Viertel.	Mäßlein.
45	3	1	6
			9mal, wegen der 9 Jahre.
410	4	1	6
	34 | 5	15 | 7	54 | 6
	6 |	2 |	8 |

Noch kürzer fällt die Bearbeitung aus, wenn ihr die Divisionen sogleich im Sinne verrichtet, und die dadurch erhaltenen Quotienten während der Multiplikation zu denjenigen Gattungen zählet, zu welchen sie gehören, als:

Schäffel.	Metzen.	Viertel.	Mäßel.
45	3	1	6 × 9
410	4	1	6

Ihr saget hier nämlich: 9 mal 6 ist 54 Mäßel; diese mit 8 dividirt geben 6 Viertel zum Quotienten, und lassen noch 6 Mäßel übrig, welche ihr an der Stelle der Mäßel ansetzet, den Quotient 6 aber bis zur nächsten multiplizirten Gattung im Sinne behaltet, wo ihr ihn dann hinzuzählet, als: 9 mal 1 Viertel sind 9 Viertel, und die im Sinne behaltenen 6 dazu, geben 15. Diese 15

Viertel nun mit 2 dividirt, geben 7 zum Quotienten und 1 zum Rest, den Quotient 7 Metzen behaltet ihr wiederum im Sinne, den Rest 1 Viertel aber setzet sogleich an. — Nun heißt es: 9 mal 3 Metzen sind 27, und die im Sinne behaltenen 7 dazu, geben 34. Diese wiederum mit 6 dividirt machen 5 Schäffel und 4 Metzen; diese schreibet ihr an, jene zählet ihr aber zum Produkte der Schäffel, welches ihr gleich an der geeigneten Stelle ansetzet, und somit erhaltet ihr auch wieder 410 Schäffel, 4 Metzen, 1 Viertel und 6 Mäßel.

Diese letzte Art ist in allen jenen Fällen anwendbar, wo sich die Divisionen leicht im Sinne verrichten lassen.

Besteht der Multiplikator aus zwey oder mehreren Zahlen, die sich nach den geläufigen Sätzen des Einmaleins in zwey einstellige Faktoren zerfällen lassen, so verfahret man auf folgende Weise:

Wie viel machen 72 mal 17 fl. 38 kr. 3 pf.?

fl.	kr.	pf.		
17	38	3	×	72
141	10	—		(8
				(9
1270 fl.	30 kr.	— pf.		

Hier zerfället ihr den Multiplikator 72 in die zwey einstelligen Faktoren 8 mal 9, und multipliziret den Multiplikand zuerst mit 8, indem ihr saget: 8 mal 3 Pfennige sind 24, und 24 pf. machen 6 kr., bleibt nichts. — Ferner: 8 mal 8 kr. sind 64 kr. und die im Sinne behaltenen 6 kr. dazu, geben 70 kr. Schreibet die Nulle an, und behaltet 7. — Weiters sprechet ihr: 8 mal 3 Zehner sind 24, und die im Gedächtnisse behaltenen 7 mit eingezählt geben 31 Zehner, welche, wenn sie mit 6 dividirt werden, 5 fl. und 1 Zehner machen. Den gebliebenen 1 Zehner schreibet an die Zehnerstelle,

die noch übrigen 5 fl. aber behaltet indeß wieder im Sinne. — Nun heißt es wieder: 8 mal 7 fl. sind 56, und die gemerkten 5 Gulden dazu, giebt 61. Setzet die einzelne Einheit an, und behaltet 6. — Endlich: 8 mal 1 ist 8, und 6 dazu macht 14, welche ihr ganz anschreibet. Nun haben wir den Multiplikand mit der ersten Zerfällungszahl 8 ganz durch multiplizirt, und so das 8fache Produkt gefunden. Wird nun hierauf das erhaltene 8fache Produkt auch mit der zweyten Zerfällungszahl 9 ganz multiplizirt, so erhält man das 9 mal 8fache oder 72fache Produkt, welches 1270 fl. 30 kr. macht.

Aufgaben zur Übung.

1) Einer hat 6 Pfd. Fleisch, das Pfd. zu 9 kr. 2 pf. gekauft; wie viel hat er in allen ausgegeben? Antw. 57 kr.

2) Wie viel erspart einer in einem Jahre, wenn er monatlich 1 fl. 5 kr. zurücke legt? Antw. 13 fl.

3) Was kosten 2 Ellen Flanell, die Elle zu 23 kr. 2 pf.? Antw. 47 kr.

4) Wie viel betragen 5 Ellen holländisches Tuch, zu 4 fl. 42 kr. 2 pf. die Elle? Antw. 23 fl. 32 kr. 2 pf.

5) 6 Dutzend Strümpfe zu 13 fl. 12 kr. 2 hl.; wie hoch ist der Belauf? Antw. 79 fl. 13 kr. 4 hl.

6) 9 Ellen französischen Taffet zu 1 fl. 26 kr. 2 pf.; was ist dessen Betrag? Antw. 12 fl. 58 kr. 2 pf.

7) 6 Dukaten, jeder zu 5 fl. 20 kr.; wie hoch ist der ganze Werth? Antw. 32 fl.

8) Einer kauft 4 Stücke schwarzen Küttelbardient, das Stück zu 7 fl. 12 kr. 4 hl.; was muß er dafür in allen bezahlen? Antw. 28 fl. 50 kr.

9) Unter 6 Personen wurde eine Erbschaft ausgetheilt, und jede hat 1234 fl. 12 kr. 1 hl. bekommen; wie hoch belief sich die ganze Erbschaft? Antw. 7405 fl. 12 kr. 6 hl.

10) 3 Reisende zechten in einem Wirthshause mit einander, und als sie wieder fortgehen wollten, fragten sie den Wirth um die Schuldigkeit. Er antwortete: Es trifft jeden 1 fl. 14 kr. 3 pf.; was war ihre ganze Verzehrung? Antw. 3 fl. 44 kr. 1 pf.

11) 12 Personen machen eine Lustgesellschaft; jede Person bezahlt 1 fl. 37 kr. 1 pf.; wie viel war die ganze Verzehrung? Antw. 19 fl. 27 kr.

12) In einer Hochzeit sind 38 Personen beysammen. Jede muß 1 fl. 2 kr. Mahlgeld bezahlen; was kostet die ganze Mahlzeit? Antw. 39 fl. 16 kr.

13) Wie viele Pfennige machen 58 fl. 14 Batzen 3 kr. 2 pf.? Antw. 14158 pf.

14) Wie viele Quintlein machen 2 Zentn. 54 Lb. 23 Lth. 2 Qu.? Antw. 32606 Qu.

15) Ein Bauer muß jährlich 20 Sch. 4 Mtz. 1 Vrtl. 6 Mäßel Gült geben; wie viele Dreyßiger giebt er in 6 Jahren? Antw. 23976 Dreyßiger.

16) Wenn er nun den Dreyßiger auf 3 kr. rechnet; wie viel beträgt die Gült in 6 Jahren? Antw. 71928 kr. d. i. 1198 fl. 48 kr.

17) Ein Weinwirth verkauft täglich 2 Eimer 25 Mß. 3 Qu. Wein; wie viel verschleißt er in 6 Wochen 3 Tagen? Antw. 26235 Quart.

18) Was ist sein Gewinn diese Zeit, wenn er an jedem Quart 3 kr. zum Beßten hat? Antw. 78705 kr. d. i. 1311 fl. 45 kr.

19) Ein Soldat hat täglich 2 ℔. Brod; wie viel erhält eine Armee von 24000 Mann in 3 Mon. 10 T. das Monat zu 30 Tage? Antw. 4800000 ℔.

20) Was kostet dem Fürsten diese Armee, wenn das ℔. Brod 2 kr. 2 pf. gilt? Antw. 48000000 pf. oder 12000000 kr. oder 200000 fl.

21) Ein Holzhändler kaufte für 14 fl. einen Floß, der aus 15 Bäumen bestand. Von diesem Floße ließ er nun jeden Baum 17mal abschneiden, jedes Trumm in 4 Stücke spalten, und jedes Stück wieder in 4 Scheitlein zerhacken. Nun fragt es sich: Wie viel gewinnt oder verliert er, wenn er 3 Scheitlein für einen Kreuzer verkauft, und wenn er selbst nebst der Ankaufs-Summe auch noch einen Kronenthaler Fuhrlohn, und den 4 Tagwerkern 3 fl. 12 kr. Arbeitslohn zu bezahlen hatte? — Antw. 4 fl. 6 kr. Gewinn.

22) Wie hoch kömmt den Ältern ein Kind in einem gemeinen Jahre, wenn man rechnet: 1) **Täglich** für das Frühstück 5 kr.; für das Mittagmahl 11 kr.; für das Bier 2 kr.; für das Brod 3 kr. und für das Abendessen 7 kr. 2) **Wochentlich** 3 kr. Schulgeld in 45 Wochen und für die Wasch 11 kr. 3) **Monatlich** dem Hauslehrer 4 fl. und für Schreibmaterialien 18 kr. Endlich 4) **jährlich** für Kleidung 39 fl. 45 kr.; dem

Herrn Doktor 5 fl. 30 kr.; für Arzney 3 fl. 36 kr.; für Schullehrmittel, als Bücher u. s. w. 5 fl. 46 kr. und für andere Ausgaben 11 fl. 17 kr.? — Antwort: 299 fl. 37 kr.

23) Ein Herr verlangte von einem Hufschmiede, daß er ihm sein Pferd beschlagen wolle. Der Schmied erboth sich lächelnd, und sagte: Wenn er ihm für den ersten Nagel Einen Häller, für den zweyten Nagel 2 Häller, für den dritten Nagel 4 Häller, für den vierten Nagel 8 Häller, und so für jeden folgenden Nagel immer um die Hälfte mehr gäbe, und dieß bis zum letzten 32sten Nagel. Nun fragt sich: Wie hoch kömmt das ganze Beschlagen in Hällern, in Pfennigen, in Kreuzern und in Gulden? — Antw. 1) 4294967295 Häller. 2) 2147483647$\frac{1}{2}$ Pfennige. 3) 536870911$\frac{7}{8}$ Kreuzer. 4) 8947848 fl. 31 kr. 3 pf. 1 hl.

Eilfter Abschnitt.

Vom Dividiren mit ungleichbenannten Zahlen.

Die Division lehret, wie eine gegebene Summe von verschiedenen Gattungen unter mehrere gleich vertheilt werden müsse. Dieses kann aber auf eine dreyfache Art geschehen. Nach der ersten weitläufigen Art verwandelt ihr zuerst die Zahlen der höheren Gattung durch die Multiplikation in die kleinste, dividiret die Summe mit dem gegebenen Divisor, und erhebet den Quotient durch die Division wieder zu den vorigen Gattungen. Z. B.

Fünfzehn abgebrannte Bauern erhalten 5964 fl. 52 kr. 2 pf. Brandsteuer; wie groß ist eines jeden Antheil, wenn jeder gleichviel erhält?

5964 fl. 52 kr. 2 pf.
60 mal.

357840
52 kr. dazu addirt.

357892 kr.
4 mal

1431568 pf.
2 pf. dazu gezählt.

1431570 pf.

1431570 pf.	95438 pf.	23859 kr.	397 fl.
15	4	6 0	
135	8	18	
..81	15	.58	
15	4	6	
75	12	54	
.65	.34	.45	
15	4	6	
60	32	42	
.57	.23	.39 kr. Rest.	
15	4		
45	20		
120	.38		
15	4		
120	36		
—	.2 pf. Rest.		

Die Antwort 397 fl. 39 kr. 2 pf. wurde hier also gefunden. Man machte zuerst die 5964 fl. durch die Multiplikation mit 60 zu Kreuzern, nnd zählte die vorhandenen 52 kr. dazu; die dadurch erhaltenen 357892 kr. wurden nun durch Multiplikation mit 4 auch zu Pfennigen gemacht, und die in der Aufgabe vorhandenen 2 pf. hinzu gezählt. Die Summe der Pfennige war 1431570. Um nun zu erfahren, wie viel eine jede dieser 15 Personen zu ihrem Antheile erhalte, so wurde diese Pfennig-Summe mit 15 dividirt, und man fand, daß auf jede Person 95438 pf. treffen. Da aber der Ausdruck 95438 pf. wider den Sprachgebrauch ist, so wurden diese Pfennige durch die Division mit 4 zu Kreuzern, und diese mit 60 zu Gulden gemacht, wodurch man nun fand, daß der Antheil eines jeden Bauern 397 fl. 39 kr. 2 pf. betrage.

Jedermann sieht ein, daß diese Art Rechnungen weitläufig und ermüdend seyn. Kürzer fallen sie aus, wenn ihr nach der zweyten Art verfahret: sie ist Folgende:

1) Dividiret die Zahl der größten Gattung gleich (ohne sie vorher zu reduciren) durch den gegebenen Divisor, und schreibet den Quotient hinter den gezogenen Senkstrich rechts.

2) Verwandelt den gebliebenen Rest durch die Multiplikation zu der nächst kleineren Gattung, und zählet die von dieser Gattung vorhandenen gleichnamigen Theile dazu.

3) Dividiret diese Summe nun wiederum durch den gegebenen vorigen Divisor, und verfahret mit den noch folgenden kleinern Gattungen, wie mit der größten, als:

5964 fl. 52 kr. 2 pf.

15 | 397 fl. Quotient.
45

146
15

135

114
15

105
---
9 Guldenrest.
60
---
592 kr.

592 kr. | 39 kr. Quotient.
15
45

142
15
135

7 Kreuzer-Rest
4

30 pf. | 2 pf. Quotient.
15
30

Wenn ihr die größte Gattung, nämlich die 5964 fl., durch 15 dividiret, so ist der Quotient 397 fl. und der Rest 9 fl. Dieser Rest 9 wird nun mit 60 multiplizirt, das ist, zu Kreuzern gemacht, weil 1 Gulden 60 Kreuzer hat. Das Produkt ist 540 kr. mit den in der Aufgabe vorhandenen 52 Kreuzern aber 592 Kreuzer. Diese Summe dividiret durch 15. Der Quotient ist 39 kr.; und der Rest 7 kr. Diesen Rest 7 multiplizirt wiederum mit 4, und zählet die in der Aufgabe noch vorräthigen 2 Pfennige dazu. Die Summe ist 30 Pfennige. Dividiret ihr nun endlich auch diese noch mit 15; so erhaltet ihr 2 Pfennige zum Quotienten, und im Ganzen also: 397 fl. 39 kr. 2 pf.

Ganz besonders kurz fällt endlich die Berechnung aus, wenn ihr den Divisor in die Faktoren zerfället, aus welchen er entstanden ist.

	fl.	kr.	pf.
15 : 5964	52		2
3)			
1988	17		2
5)			

Quotient 397 39 2

Zuvörderst zerfället ihr hier den Divisor 15 in 3=mal 5; sodann dividiret ihr die zu vertheilende Summe, als: 3 in 5 ist 1mal enthalten, und bleiben 2. Schreibet den Quotient 1 unter den Querstrich, und zum Reste 2 nehmet die nächste Ziffer 9, und saget: 3 in 29 ist 9mal enthalten, und bleiben wiederum 2. Den Quotient 9 setzet unter den Querstrich, und zu dem gebliebenen Reste 2 nehmet wieder die nächste Ziffer 6, wo ihr 26 bekommet. Jetzt sprechet: 3 in 26 steckt 8mal, und bleiben abermal 2. Den Quotient 8 schreibet unter den Querstrich, und zu dem Reste 2 nehmet ihr die letzte Guldenziffer 4, welche zusammen 24 betragen. Nun heißt es: 3 in 24 ist 8mal enthalten, und bleibt nichts. Jetzt gehet zu den Kreuzern über, und saget: 3 in 5 (Zehnern) ist 1mal enthalten, und bleiben 2. Setzet den Quotient unter den Querstrich, und zu dem gebliebenen Reste 2 setzet ihr die letzte Ziffer der Kreuzersumme 2. Jetzt heißt es: 3 in 22 steckt 7mal, und bleibt noch 1 Kreuzer übrig; den Quotient setzet unter den Querstrich, und den gebliebenen Rest 1 kr. verwandelt in 4 Pfennige, zu welchen ihr auch die in der Summe noch vorhandenen 2 Pfennige zählet, und saget: 3 in 6 geht 2mal, und bleibt nichts. — Nun nehmet ihr die zweyte Zerfällungszahl 5, und dividiret damit in den durch die erstere erhaltenen Quotient. Bey den 1988 Gulden

bleiben nach der Division 3 Gulden übrig, diese verwandelt ihr durch die Multiplikation mit 6 in Zehner, indem ihr saget: 6mal 3 macht 18, und der in der Kreuzersumme (17) enthaltene 1 Zehner dazu, giebt 19; nun heißt es: 5 in 19 ist 3mal enthalten, und bleiben noch 4 Zehner. Den Quotient 3 setzet unter den Querstrich, und zu dem Reste 4 Zehner nehmet ihr die in der Kreuzersumme noch vorhandenen 7 kr., welche mit den gebliebenen 4 Zehnern 47 kr. betragen. Nun sprechet ihr wiederum: 5 in 47 ist 9mal enthalten, und bleiben noch 2 Kreuzer übrig. Den Quotient 9 schreibet unter den Querstrich, und die gebliebenen 2 kr. verwandelt in 8 Pfennige, welche ihr mit den oben stehenden 2 Pfennigen in eine Summe bringet, und wiederum durch 5 dividiret, als: 5 in 10 steckt 2mal, und bleibt nichts. Den Quotient 2 setzet unter den Querstrich, und so ist das Ganze geendigt. Diese Art zu rechnen ist sehr vortheilhaft; nur kann sie jetzt noch nicht unbedingt empfohlen werden, weil in diesen Fällen nicht selten Brüche dividirt werden müssen.

Besteht sowohl der Dividend, als auch der Divisor aus verschiedenen Gattungen; dann verwandelt man alle diese Sorten in die kleinste, sowohl die des Dividenden, als auch jene des Divisors besonders, und dividirt die herausgebrachte Summe des Dividenden durch jene des Divisors. Z. B. Wie oft sind 48 fl. 36 kr. 2 pf. in 3937 fl. 16 kr. 2 pf. enthalten?

Reduktion des Divisors.			Reduktion des Dividenden.			
fl.	kr.	pf.	fl.	kr.	pf.	
48	30	2	3937	16	2	
60			60			
2916 kr.			236236 kr.			
4			4			
11666 pf. Divisor.			944946 pf.			81mal.
			11666			
			93328			
			11666			
			11666			

Berechnung der baierischen Thaler.

Multipliziret zuerst die Anzahl der Thaler mit 6, dann das herausgekommene Produkt mit 4, und schneidet vom letzten Hauptprodukte die an der Einheitenstelle stehende Ziffer durch einen Senkstrich ab: die zur Linken stehenden Ziffern zeigen Gulden an, und die zur Rechten abgesonderte Ziffer giebt so viele Sechser zur Antwort, als die Zahl Einheiten enthält. Z. B.

Wie viele Gulden machen 321 baierische Thaler?

321 baierische Thaler.
6mal

1926 Vierundzwanziger.
4mal.

Gulden 770|4 Sechser.

Multiplizirt man hier die 321 baierischen Thaler mit 6; so kommen 1926 Vierundzwanziger zum Vorschein, welche, wenn sie auch noch mit 4 multiplizirt werden, 7704 Sechser machen, und nach der Abschneidung der an der Einheitenstelle stehenden Ziffer 770 fl. und 4 Sechser oder 24 kr. zur Antwort geben. Noch kürzer fällt die Berechnung aus, wenn man auch die zwey Faktoren 6 und 4 wegläßt, und bloß im Sinne multiplizirt, als:

321
1926

Gulden 770|4 Sechser oder 24 kr.

Wie jede Summe Gulden mit baierischen Thalern zu bezahlen sey.

Man hängt der zu bezahlenden Gulden-Summe an der Einheitenstelle eine Nulle an, wodurch die Gulden zu Sechsern werden. Theilt man nun die hierdurch entstandene Sechserzahl durch 4; so kommen Vierundzwanziger zum Vorschein, welche, wenn sie auch noch durch 6 getheilt werden, die verlangte Antwort geben: wobey aber zu merken ist, daß der nach der ersten Division allenfalls gebliebene Rest **Sechser**, der nach der zweyten Division aber gebliebene Rest so viele **Vierundzwanziger** enthält, als die Restzahlen Einheiten in sich begreifen, welche man in eine Summe von gleicher Benennung bringen, und dem Quotienten beyfügen muß. Z. B.

Man soll die Summe von 1535 fl. bezahlen, hat aber keine andere Münze, als baierische Thaler; wie viele Stücke werden hierzu erfordert?

	3132	253	
1535 × 10 =	15350	3837	639 baierische Thaler
	4444	666	und 1 fl. 24 kr.

Berechnung der Kronenthaler.

Da der Kronenthaler 27 Sechser hält; so zerfällt man die Zahl 27 in die Faktoren 9 und 3, und multiplizirt die Kronenthaler, die in Gulden verwandelt werden sollen, zuerst mit 9, dann das herausgekommene Produkt mit 3, und schneidet das an der Einheitenstelle stehende Ziffer vermittelst eines Senkstriches ab: zur Linken erscheinen Gulden und zur Rechten Sechser. Z. B.

Wie viele Gulden machen 3456 Stück Kronenthaler?

3456	Kronthlr.	Oder: 3456	Kronthlr.
31104	Produkt.		9mal.
fl. 9331|2	Sechser.	31104	
			3mal.
		fl. 9331|2	Sechser.

Verwandlung der Gulden in Kronenthaler.

Die Verwandlung der Gulden in Kronenthaler ist der Verwandlung der Kronenthaler in Gulden gerade entgegengesetzt, und dienen sich daher wechselweise einander zur Probe: man verwandelt nämlich die Gulden, so Kronenthaler werden sollen, durch eine an der Einheitenstelle angehängte Nulle in Sechser, theilt sie Anfangs durch 9, und den herausgekommenen Quotient durch 3, der abermal erhaltene Quotient ist die verlangte Antwort. Z. B.

Wie viele Kronenthaler machen 3562 fl.?

	8577	2	
3562 × 10 =	35620	3957	1319 Kronthaler
	9999	3333	und 42 kr.

Der nach der ersten Theilung gebliebene Rest 7 gehört mit zur Antwort, und macht 7 Sechser oder 42 kr. Wäre hier auch bey der zweyten Division ein Rest geblieben, so hätte man am Ende denselben als so viel mal 3 Sechser betrachten müssen, als die Restzahl Einheiten enthielt; weil bey der ersten Division die Sechser durch den Divisor 3 zu einem dreymal höheren Werthe erhoben wurden. Verständen wir schon Brüche zu dividiren, so würde nach denselben verfahren werden.

Von den Schüssen, oder Würfen bey Zahlungen.

Hierbey hat man zuvörderst darauf zu sehen, wie viele Schüsse von der nämlichen Gattung Einen Gulden machen. Hat man diese Zahl gefunden, so dividirt man damit die Anzahl der Schüsse: der Quotient giebt Gulden zur Antwort, der nach der Division allenfalls gebliebene Rest aber wird als so viele Schüsse betrachtet, als die Restzahl Einheiten enthält. Diese gebliebenen Schüsse, die keinen ganzen Gulden mehr geben, werden nun in Kreuzer aufgelöset, und dem Quotienten angehängt, als:

Ein Metzger schießt einem Viehhändler 375 Schuß Kreuzer; jeden Schuß zu 5 kr.; wie viele Gulden erhält der Viehhändler?

375 | 31 fl. 15 kr.
12 |
36 |
.15
12
.3 Schuß Rest.
5mal
15 kr.

Weil ein Schuß 5 kr. hält, und 12mal 5 kr. Einen Gulden geben; so mußten hier die 375 Schuß durch 12 dividirt, der Rest 3 aber mit 5 multiplizirt werden, wo sodann 31 fl. 15 kr. herauskommen.

Ein Bräuer schießt für gekauftes Holz 5317 Schuß Kreuzer; auf jeden Schuß 4 kr.; wie viel beträgt dieß in Gulden?

5317 | 354 fl. 28 kr. Da ein Schuß 4 kr. oder 1
15 | Batzen macht, 15 Batzen
45 | aber Einen Gulden geben;

so mußten hier die 5317 Schuß durch 15 dividirt, und der Rest 7 mit 4 multiplizirt werden.

.81
15
75
.67
15
60
7 Schuß Rest.
4mal
28 kr.

Einem Bäcker werden für geliefertes Brod 518 Schuß Kreuzer bezahlt; jeden Schuß zu 6 kr.; wie viele Gulden erhält der Bäcker?

fl. 51|8 Sechser oder 48 kr.

Weil ein Schuß 6 kr. oder 1 Sechser hält, 10 Sechser aber Einen Gulden machen; so mußten die 518 Schuß durch 10 dividirt werden. Mit 10 aber dividirt man, wenn man die an der Einheitenstelle stehende Ziffer 8 abschneidet, wo alsdann zur Linken 51 fl. und zur Rechten 8mal 6 kr. das ist: 48 kr. zur Antwort herauskommen.

Einem Bauer werden für Getreide 977 Schuß Groschen bezahlt; wie viel beträgt dieß, wenn jeder Wurf 5 Stücke hält?

977 | 244 fl. 15 kr. Weil ein Schuß Groschen 15 kr. oder 1 Fünfzehner macht; 4 Fünfzehner aber Einen Gulden geben; so wurden die 977 Schuß durch 4 dividirt, und der Rest 1mal 5 Groschen dem Quotienten angehängt.

4
8

17
4
16

17
4
16

1 Schuß oder 15 kr.

Was betragen 537 Schuß Sechser; jeden Schuß zu 5 Stück?

537 | 268 fl. 30 kr. Da ein Schuß Sechser 5 Stücke oder 30 kr. hält, und zwey Schuß also Einen Gulden machen; so mußte die Anzahl der Schüsse durch 2 getheilt werden.

2
4

13
2
12

17
2
16

1 Schuß oder 30 kr.

Ein Weinwirth schießt für erhaltene Weine 397 Schuß Vierundzwanziger, jeden Schuß zu 5 Stück; was ist der Betrag?

397 Schuß. Da ein Schuß schon 2 fl. macht; so muß hier die Anzahl der Schüsse mit 2- multiplizirt werden.
2mal

794 fl.

Wie viel betragen 178 Schuß baierische Thaler, jeder Schuß zu 5 Stück?

178 Thlr.
12mal

356
178

2136 fl.

Weil 5 baierische Thaler zwölf Gulden machen; so muß hier die Anzahl der Schüsse mit 12 multiplizirt werden.

Wie viele Gulden machen 9517 Groschen?

951 | 7 | 475 fl. 51 kr.
2 | 0
8

15
2
14

11
2
10

17 Groschen.
3mal

51 kr.

Da 20 Groschen einen Gulden machen, so muß hier mit 20 dividirt, und der Rest 17 mit 3 multiplizirt, das ist, zu Kreuzern gemacht werden, wo alsdann 475 fl. 51 kr. zur Antwort herauskommen.

Wie viele Gulden geben 2340 Zwölfer.

I.

2340 | 468 fl.
5 |
20 |

34
5
30

40
5
40

II.

2340 Zwölfer.
2mal

fl. 468 | 0 Sechser.

Nach Nr. 1 wurde die Zwölfer-Summe durch 5 dividirt; weil 5 Stücke einen Gulden machen. Und nach Nr. 2 wurden die Zwölfer durch die Multiplikation mit 2 zu Sechsern gemacht, und die letzte Ziffer an der Einheitenstelle abgesondert.

Wie viele Gulden machen 1362 Vierundzwanziger?

I.

1362 | 272 Doppelgulden.
5 | 2mal
10 | 544 fl. 48 kr.
.36
5
35
.12
5
10
.2 Vierundzw.
24mal
48 kr.

II.

1362 Vierundzw.
4mal
fl. 544|8 Sechser oder
48 kr.

Nach der ersten Berechnung werden die Vierundzwanziger durch 5 dividirt, und der Quotient mit 2 multiplizirt, weil 5 Vierundzwanziger 2 fl. geben. In dem zweyten Beyspiele machte man die Vierundzwanziger durch die Multiplikation mit 4 zu Sechsern, und schnitt die letzte Ziffer durch einen Senkstrich ab, wo alsdann auch 544 fl. und 8 Sechser oder 48 kr. herauskamen.

Wie viele Gulden machen 345mal 54 Kreuzer?

345
9mal

Antwort: fl. 310|5 Sechser oder 30 kr.

Weil 54 Kreuzer gerade 9 Sechser geben, so darf man nur mit 9 multipliziren, und am Produkte die letzte

Ziffer 5 abschneiden. Zur Linken stehen 310 fl. und zur Rechten 5 Sechser oder 30 kr. Ein gleiches Verfahren hat man auch mit allen jenen Zahlen, welche sich mit 6 ohne Rest theilen lassen, zu beobachten. Z. B.

Statt 6 Kreuzer denket 1 Sechser.
Statt 12 Kreuzer denket 2 Sechser.
Statt 18 Kreuzer denket 3 Sechser.
Statt 24 Kreuzer denket 4 Sechser.
Statt 30 Kreuzer denket 5 Sechser.
Statt 36 Kreuzer denket 6 Sechser.
Statt 42 Kreuzer denket 7 Sechser.
Statt 48 Kreuzer denket 8 Sechser.

Noch ein Paar Beyspiele zur Ansicht: Was machen 124 Ellen Leinwand, die Elle zu 48 kr.?

124 Ellen
8mal so viel Sechser.

fl. 99|2 Sechser oder 12 kr.

Was betragen 765 Stück, eines zu 36 kr.?

765 Stück.
6mal so viel Sechser.

fl. 459|0 Sechser.

Beyspiele zur Übung.

1) 6 Taglöhner verdienen sich 60 fl. 33 kr.; was gebührt jedem? — Antw. 10 fl. 5 kr. 2 pf.

2) 6 Personen haben 46 fl. 6 hl. mit einander verzehrt; wie viel muß jede an der Zeche zahlen? — Antw. 7 fl. 40 kr. 1 hl.

3) Eine Erbschaft von 7408 fl. 35 kr. 2 hl. wurde unter 6 Personen gleich ausgetheilt; wie viel hat jede bekommen? — Antw. 1234 fl. 45 kr. 7 hl.

4) Auf der Münchener Schranne war einst der höchste Weizenpreis 15 fl. 12 kr., und der niedrigste 13 fl. 26 kr.; wie soll das Wochenblatt den mittleren Preis angeben? — Antw. 14 fl. 19 kr.

5) Eine Lunation, d. i., die Zeit, welche von einem Neumonde zum andern verstreicht, beträgt 29 T. 12 St. 44 Min. 3 Sek.; was trifft auf das Mondesviertel? — Antw. 7 T. 9 St. 11 Min. 45 Terzen.

6) Ein Dutzend seidene Tücher zu 36 fl. 24 kr.; was kostet Eines? — Antw. 3 fl. 2 kr.

7) 34 ℔. türkisches Garn zu 107 fl. 44 kr.; was kostet 1 ℔.? — Antw. 4 fl. 56 kr.

8) Ein Stück von 33 baier. Ellen holländischer Sammet zu 140 fl. 48 kr.; was kostet die Elle? — Antw. 4 fl. 16 kr.

9) 121 ℔. Eiderdunen zu 934 fl. 43 kr. 2 pf.; was kostet 1 ℔.? — Antw. 7 fl. 43 kr. 2 pf.

10) Ein Block englisch Zinn von 420 ℔. zu 217 fl.; wie theuer kömmt das ℔.? — Antw. 31 kr.

11) Ein Stück Leinwand von 68 Ellen zu 17 fl.; was kostet die Elle? — Antw. 15 kr.

12) Ein Faß Baumöl von 864 ℔. zu 279 fl.; wie hoch kömmt 1 ℔.? — Antw. 19 kr. 3 hl.

13) Etliche Schnüren gute Perlen, 6624 an der Zahl, zu 345 fl.; wie hoch kömmt 1 Stück? — Antw. 3 kr. 1 hl.

14) Ein Stück Leibfarbe Glanzleinwand von 14 baier. Ellen zu 6 fl. 18 kr.; was kostet die Elle? — Antw. 27 kr.

15) Ein Dutzend Schnupftücher zu 7 fl. 48 kr.; was kostet 1 Tuch? — Antw. 39 kr.

16) Ein Zentner Bley zu 16 fl. 15 kr.; wie hoch kömmt das Pfund? — Antw. 9 kr. 3 pf.

17) 18 Loth 3 Quintel Saffran zu 10 fl.; was kostet 1 Quintel? — Antw. 8 kr.

18) Ein Stück schwarz englischer Manchester von 23 Ellen 3 Viertel baier. Maaß um 53 fl. 50 kr.; was kostet die Elle? — Antw. 2 fl. 16 kr.

Zwölfter Abschnitt.

Von den Brüchen, oder den gebrochenen Zahlen.

Von der Beschaffenheit der Brüche überhaupt, und ihrer Bezeichnungsart.

Wenn ich einen Apfel mitten durch schneide, so erhalte ich **zwey** gleiche Theile, und jeder dieser Theile heißt ein **Halbes**. Zerschneide ich aber den Apfel in **vier** gleiche Theile, dann wird jeder Theil desselben ein **Viertel** genannt; und mache ich **acht** gleiche Theile daraus, dann heißt jeder Theil ein **Achtel** u. s. w. So wie dieser Apfel, eben so läßt sich auch jedes andere Ding, z. B. eine Linie, ein Gulden, ein Zentner, ein Tag u. s. w., wo nicht in Wirklichkeit, doch wenigstens in Gedanken, in wenig oder viele Theile theilen. Alle diese Theile zusammengenommen machen

ei nGanzes aus. Nimmt man nun von diesen Theilen einen oder mehrere weg, so hat man nicht mehr das Ganze, sondern nur einen oder mehrere Theile desselben; und dieß nennt man dann einen **Bruch**, oder eine gebrochene Zahl, weil das Ganze gebrochen ist, und die genommenen Theile Bruchstücke desselben sind.

Ein Bruch ist also Ein oder mehrere gleiche Theile eines Ganzen, und entsteht, wenn eine kleinere Zahl durch eine größere getheilt werden soll, welches aber nicht geschehen kann. In diesem Falle trennet man die zwey Zahlen durch einen Querstrich (welcher hier das Divisionszeichen vertritt), und schreibt die kleinere Zahl, die getheilt werden soll, oben, und die größere, welche anzeigt, in wie viele Theile das Ganze zertheilet werden soll, unten an. Z. B. 4 Knaben sollen 3 Äpfel theilen. Da aber in diesem Falle kein Knabe einen ganzen Apfel erhalten kann, so muß jeder Apfel in 4 gleiche Theile zerschnitten werden. Ist dieses geschehen, dann heißen die gemachten Theile Viertel, und es bekömmt jeder Knabe von jedem Apfel ein Viertel, im Ganzen also drey Viertel, welche also ausgedrückt werden: $\frac{3}{4}$.

Aus dem bisher Gesagten geht nun hervor, daß jeder Bruch nothwendig zwey Zahlen haben müsse. Die eine dieser Zahlen, die anzeigt in wie viele Theile das Ganze getheilt werden soll, heißt der **Nenner**, weil sie die Theile **nach ihrer Eintheilung** beym Namen nennt, ob es nämlich Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, Sechstel u. s. w sind, und steht allzeit unter dem Querstriche; die andere Zahl hingegen, welche zählt, oder bestimmt angiebt, wie viele Theile von dem Ganzen in dem gegenwärtigen Falle hierher gehören, wird der **Zähler** genannt, und kömmt jederzeit

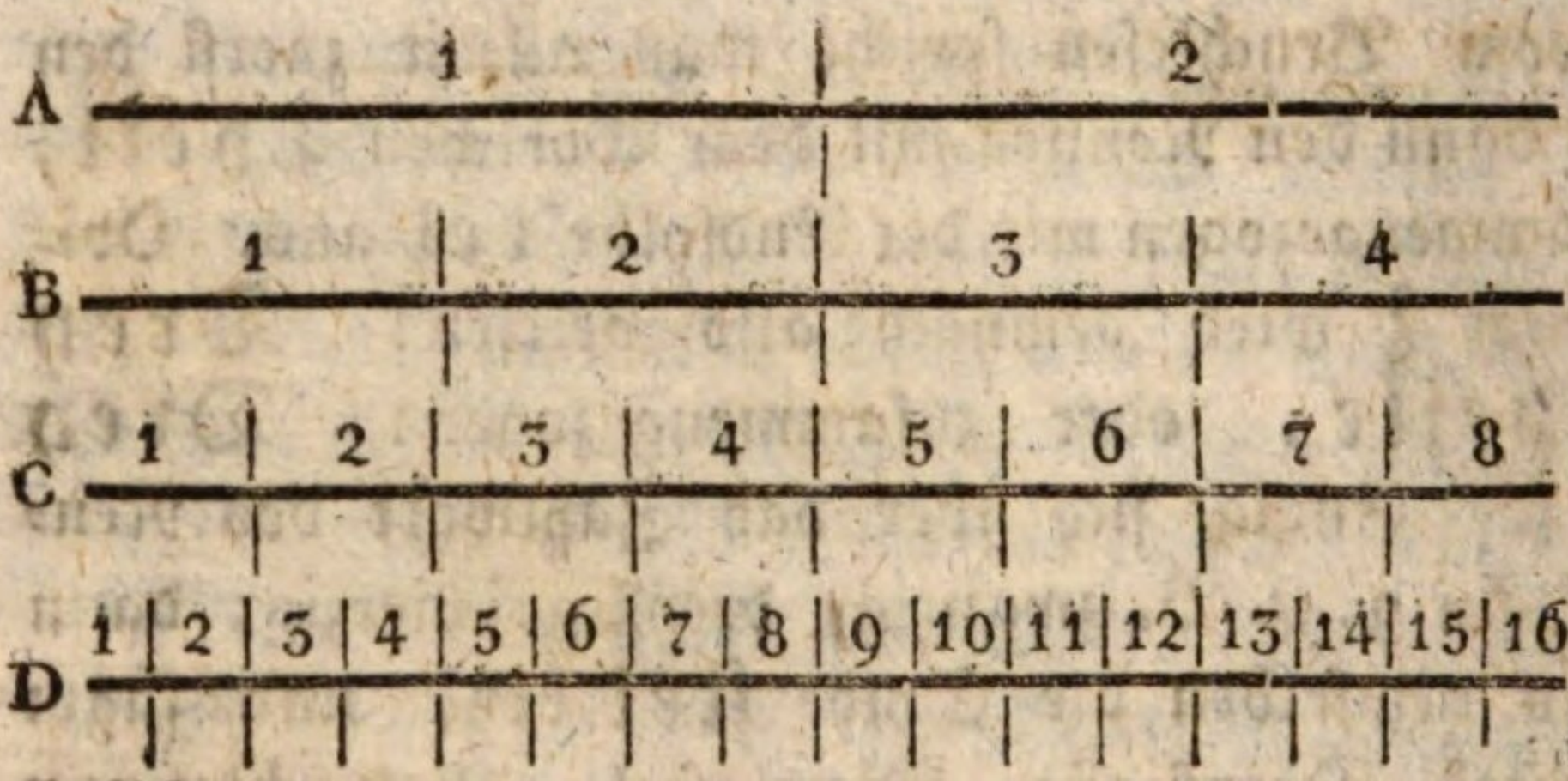
zeit über dem Querstriche zu stehen. Soll z. B. ein Gulden in 8 gleiche Theile getheilt, und 3 solche Theile davon genommen werden, so giebt dieß den Bruch $\frac{3}{8}$ (3 Zähler. 8 Nenner.) Der Nenner 8 zeigt hier an, daß der Gulden in **acht** gleiche Theile getheilt wurde, und nennt die Theile deßhalb **Achtel**; der Zähler 3 hingegen fordert, daß **drey** von diesen Achteln genommen werden sollen.

Beym Bruchlesen spricht man allzeit zuerst den Zähler, dann den Nenner mit dem Wörtchen **Theil**, oder zusammengezogen mit der Endsylbe **tel** aus. Obiger Bruch $\frac{3}{8}$ wird demnach also gelesen: **Drey Achttheile**, oder zusammengezogen: **Drey Achtel**. Endigt sich aber das Zahlwort des Nenners auf ein g, z. B. zwanzig, dreyßig, vierzig; dann fügt man demselben die Sylbe **stel** bey, und sagt: Zwanzigstel, Dreyßigstel, Vierzigstel. Betrachtet nun folgende Brüche, wie sie gelesen werden müssen:

$\frac{4}{5}$ heißt: Vier Fünftel. $\frac{9}{10}$ heißt: Neun Zehntel. $\frac{15}{20}$ heißt: Fünfzehn Zwanzigstel. $\frac{19}{80}$ heißt: Neunzehn Achtzigstel. $\frac{13}{100}$ heißt: Dreyzehn Hundertel. $\frac{473}{1000}$ heißt: Vierhundert drey und siebenzig Tausendtel.

Der Zähler bleibt bey jedem Bruche die Hauptsache. Der Nenner ist ein bloßer Name, und kömmt eigentlich gar nicht in die Rechnung. Überhaupt läßt sich bey jedem Bruche der Zähler als Dividend, der Nenner als Divisor und der Bruch selbst als der Quotient betrachten; oder $\frac{5}{6} = 5 : 6$. Es ist demnach gleichviel, ob man zwischen den Zähler und Nenner das Divisionszeichen, oder das Bruchzeichen schreibt.

Es ist in der Natur der Sache gegründet, daß die Theile um so **kleiner** werden, je mehr Theile man aus Einem Ganzen macht. Daher stellt ein Bruch mit einem großen Nenner **kleine Theile**, und umgekehrt ein kleiner Nenner **große Theile** vor, welches wohl zu merken ist. In den folgenden vier abgetheilten gleichlangen Linien sieht man, daß die Theile immer kleiner werden, je mehr man daraus macht:



Beym ersten Anblicke sieht man, daß die Theile der Linie D von allen übrigen die kleinsten sind. Ein jeder dieser 16 Theile heißt ein Sechzehntel, und zwey solche Theile machen zusammen erst einen Theil von der Linie C, die in 8 gleiche Theile getheilt ist, und Achtel vorstellet. Dem zufolge gehen auf die Hälfte eines Ganzen 2 Viertel, oder 4 Achtel, oder 8 Sechzehntel.

Von dem Werthe der Brüche.

Um den Werth eines Bruches zu erkennen, muß man weder den Zähler, noch den Nenner allein, sondern das Verhältniß des Zählers zu seinem Nenner betrachten; denn von zwey Brüchen gilt allezeit jener mehr, dessen Zähler weniger oft in seinem Nenner steckt,

und jener weniger, dessen Zähler öfter in seinem Nenner enthalten ist. So gilt z. B. der Bruch $\frac{3}{5}$ mehr, als der Bruch $\frac{5}{15}$, weil der Zähler 3 in seinem Nenner 5 nur ein und zwey fünftelmal steckt; da im Gegentheile beym zweyten Bruche der Zähler 5 in seinem Nenner 15 dreymal enthalten ist. Ferner ist auch der Zähler 3 von seinem Nenner 5 nicht so weit entfernt, als der Zähler 5 von seinem Nenner 15; denn $5-3=2$, und bey dem zweyten Bruche $15-5=10$. Noch mehr kann man sich überzeugen, wenn man beyde Brüche sich als Guldenbrüche vorstellet, und sie in Kreuzer auflöset. Beym ersten Bruche $\frac{3}{5}$ denket ihr: Der fünfte Theil eines Gulden ist ein Zwölfer, 3 fünfte Theile also 3 Zwölfer oder 36 kr. Beym zweyten Bruche $\frac{5}{15}$ saget ihr: Der fünfzehnte Theil von einem Gulden ist ein Batzen, 5 solche Theile also 5 Batzen oder 20 kr. Da nun der erste Bruch 36 kr., der zweyte aber 20 kr. beträgt; so ist es klar, daß der Werth des ersten Bruches größer als jener des zweyten sey.

Zwey oder mehrere Brüche haben nur dann einen gleichen Werth, wenn die Zähler in ihren Nennern gleich oft enthalten sind. Z. B. Die Brüche $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{9}$; $\frac{4}{12}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{6}{18}$, $\frac{20}{60}$ gelten alle gleich viel, weil die Zähler in ihren Nennern gleich oft, nämlich jeder 3mal enthalten ist.

Haben zwey oder mehrere Brüche gleiche Nenner, so hat jener den größern Werth, der den größern Zähler hat. Z. B. Von den Brüchen $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{4}$ hat der letzte den größern Werth, weil er den größern Zähler hat. Haben aber die Brüche im Gegentheile gleiche Zähler, so ist derjenige der größere, der den kleinsten

Nenner hat. So hat z. B. von den Brüchen $\frac{6}{8}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{6}{4}$ der letzte Bruch hier den größten Werth, weil er bey gleichen Zählern vor den übrigen den kleinsten Nenner hat.

Sind bey einem Bruche Zähler und Nenner gleich groß, dann beträgt der Bruch gerade ein Ganzes, und gilt so viel als 1; z. B. der Bruch $\frac{8}{8} = 1$; denn wenn ich einen Apfel in 8 gleiche Theile zerschneide, und dem Zähler gemäß diese 8 Theile nehme, so habe ich den ganzen Apfel selbst; denn das Ganze ist seinen Theilen zusammengenommen gleich. Demnach beträgt jeder der folgenden Brüche ein Ganzes, als: $\frac{1}{1}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{36}{36}$, $\frac{100}{100}$, $\frac{1234}{1234}$ u. s. w. Eben so gilt jeder Bruch ein Halbes, wenn der Zähler nur halb so groß als sein Nenner ist, oder mit andern Worten: Wenn der Zähler in seinem Nenner nur 2mal enthalten ist. Z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{30}{60}$, $\frac{50}{100}$ u. s. w.

Wenn ein Bruch, dessen Zähler und Nenner gleich groß sind, ein Ganzes beträgt, so muß ein Bruch, dessen Zähler größer als der Nenner ist, nothwendig noch mehr als ein Ganzes ausmachen. Z. B. Wenn $\frac{4}{4}$ Eine Elle ausmachen, so müssen $\frac{5}{4}$ mehr als Eine Elle betragen, und sie machen auch mehr; denn sie geben 1 Elle und noch $\frac{1}{4}$ Elle darüber.

Von der Eintheilung der Brüche.

Man theilt die Brüche gewöhnlich

1) in ächte und unächte; oder in eigentliche und uneigentliche;
2) in reine und gemischte; und
3) in einfache und zusammengesetzte.

Ächt ist ein Bruch, wenn die Theile desselben zusammengenommen kein Ganzes ausmachen, oder mit andern Worten, wenn der Zähler kleiner als sein Nenner ist. Z. B. $\frac{3}{4}$, $\frac{19}{20}$, $\frac{13}{60}$.

Unächt ist dagegen ein Bruch, wenn die Theile des Bruches zusammengenommen ein Ganzes, oder noch mehr als ein Ganzes betragen, in welchem Falle der Zähler entweder eben so groß, oder noch größer, als sein Nenner ist. Z. B. $\frac{8}{8}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{25}{4}$. Um zu erfahren, wie viele Ganze in einem unächten Bruche stecken, darf man nur den Zähler durch den Nenner dividiren, der Quotient zeigt die Ganzen an, die in dem unächten Bruche enthalten sind, und der nach der Division gebliebene Rest wird der Zähler eines neuen Bruches, der seinen vorigen Nenner beybehält. Z. B. $\frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$. Hier ist der Nenner 4 in seinem Zähler 13 dreymal enthalten, und bleibt noch 1 übrig, welches den Bruch $\frac{1}{4}$ giebt. Es sind also in diesem unächten Bruche 3 Ganze und $\frac{1}{4}$ enthalten.

Beyspiele zum Nachdenken:

Unächte Brüche:

$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$
$\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$
$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$
$\frac{18}{6} = 3$

} Reduzirte Brüche.

Rein oder lauter ist ein Bruch, wenn er keine ganze Zahl vor sich hat. Z. B. $\frac{2}{3}$, oder $\frac{5}{17}$.

Gemischt heißt dagegen ein Bruch, wenn er aus einer ganzen Zahl und einem Bruche zugleich be=

steht. Z. B. $3\frac{3}{4}$, oder $16\frac{7}{12}$. Um einen gemischten Bruch in einen unächten reinen zu verwandeln, darf man nur die ganze Zahl mit dem Nenner des angehängten Bruches multipliziren, den Zähler zum Produkte addiren, und den Nenner unter die Summe schreiben. Z. B. $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$. Hier wird die ganze Zahl 2 mit dem Nenner 4 multiplizirt, und zu dem Produkte 8 der Zähler 3 hinzugezählt, die Summe 11 giebt den Zähler, unter welchen man den Nenner 4 schreibt. Betrachtet zur bessern Einsicht auch noch folgende Beyspiele:

Gemischte Brüche:	Reduzirte Brüche.
$3\frac{4}{5}$	$= \frac{19}{5}$
$6\frac{2}{3}$	$= \frac{20}{3}$
$7\frac{1}{4}$	$= \frac{29}{4}$
$4\frac{1}{2}$	$= \frac{9}{2}$

Einfach ist ein Bruch, wenn er nur **Einen** Zähler und **Einen** Nenner hat. Z. B. $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{2}$, $\frac{23}{40}$ u. s. w.

Zusammengesetzt oder gebrochen ist im Gegentheile ein Bruch, wenn entweder der Zähler allein, oder Zähler und Nenner selbst wieder Brüche sind. Z. B. $\frac{1}{3}$ ist schon ein Bruch; nehme ich aber nur ein halbes Drittel, so wird der Bruch $\frac{1}{3}$ selbst wieder gebrochen, und so entsteht ein zusammengesetzter Bruch; weil dessen Zähler $\frac{1}{2}$ selbst schon ein Bruch ist. Er wird also ausgedrückt: $\frac{\frac{1}{2}}{3}$. Eben so verhält es sich auch mit $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ und mit $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$, wo im ersten und zweyten $\frac{1}{2}$ der Zähler, und 4 im ersten und $\frac{3}{4}$ im zweyten der Nenner ist. Im

letzten Bruche fordert der Zähler, daß man $\frac{1}{2}$ von $\frac{3}{4}$ nehmen soll, welches dann ein Halbes drey Viertel heißt.

Soll man einen solchen zusammengesetzten Bruch in einen einfachen verwandeln, so darf man nur die beyden Nenner mit einander multipliziren, und den Zähler unverändert lassen. Z. B. In dem Bruche $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ darf man nur die zwey Nenner, nämlich 2 und 4 mit einander multipliziren, und den Zähler 1 unverändert lassen; so erhalt man dafür den einfachen Bruch $\frac{1}{8}$. Sind aber Zahler und Nenner eines doppelten Bruches gebrochene Zahlen, so multiplizirt man den obern Zähler mit dem untern Zähler und den obern Nenner mit dem untern Nenner; die beyden Produkte geben den einfachen Bruch. Z. B. $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{8}$. Hier wird der obere Zähler 1 mit dem untern Zähler 3 multiplizirt. Das Produkt 3 ist der einfache Zähler; darauf multiplizirt man auch den oberen Nenner 2 mit dem untern Nenner 4, das Produkt 8 giebt den einfachen Nenner. So ist auch $\frac{2\frac{1}{2}}{4} = \frac{5}{8}$, und $\frac{2\frac{1}{2}}{3} = \frac{5}{6}$.

Ganze Zahlen in Brüche zu verwandeln.

Dieses kann auf verschiedene Weise geschehen:

1) Ist kein bestimmter Nenner gegeben, den der unächte reine Bruch bekommen soll; so ziehet unter die Ganze Zahl einen Querstrich, und schreibet die Ziffer 1 als Nenner darunter. Z. B. Wenn 5 Gulden in Bruchsgestalt ausgedrückt werden sollen; so darf man nur $\frac{5}{1}$ fl. setzen.

2) Wenn der Nenner gegeben ist, den der Bruch bekommen soll; dann multipliziret die gegebene ganze Zahl durch den gegebenen Nenner, und setzet unter das Produkt den gegebenen Nenner. Z. B. 5 Ellen sollen in einen Bruch verwandelt werden, dessen Zähler 4 ist. Ihr multipliziret die ganze Zahl 5 Ellen mit 4, und setzet unter das Produkt 20 den gegebenen Nenner 4, alo: $\frac{20}{4}$ Ellen.

3) Soll eine ganze benannte Zahl in einen Bruch von einer höheren Sorte verwandelt werden; so machet die ganze benannte Zahl zum Zähler des Bruches, und schreibet die Reduktionszahl der höheren Sorte als Nenner darunter. Z. B. Wenn 13 Kreuzer in einen Guldenbruch verwandelt werden sollen; so setzet die 13 Kreuzer als Zähler des Bruches oben an, und schreibet die Reduktionszahl 60 als Nenner darunter, weil Ein Gulden, als Eine Einheit der höheren Sorte, 60 Kreuzer hat. Habet ihr dieses beobachtet, so erhaltet ihr den Gulden-Bruch $\frac{13}{60}$ fl. Eben so machen 15 Loth in einem Pfund-Bruche ausgedrückt $\frac{15}{32}$ ℔., und 5 Metzen geben $\frac{5}{6}$ Schäffel.

4) Sollen ungleich ganze benannte Zahlen in einen Bruch verwandelt werden; so muß man zuvor die verschiedenen Sorten in die vorhandene kleinste Sorte auflösen, und unter die letzte Summe, welche der Zähler des Bruches wird, die Reduktionszahl setzen. Z. B. 14 kr. 2 pf. 1 hl. sollen in einen Gulden-Bruch verwandelt werden. Ihr machet zuerst durch die Multiplikation die Kreuzer zu Pfennigen, und diese Pfennige zu Hällern. Die Summe ist 117, unter welche ihr die Reduktionszahl 480 schreibet; weil der Gulden 480 Häller enthält, und der Bruch heißt: $\frac{117}{480}$ fl.

Noch ein Beyspiel: Was betragen 3 Metzen, 1 Viertel, 7 Mäßel und 1 Dreyßiger in einem Schäffel-Bruche ausgedrückt?

3 Metzen
2 mal
6 + 1 = 7 Viertel.
8 mal
56 + 7 = 63 Mäßel.
2 mal
126 + 1 = 127 Dreyßiger.

Mithin sind 3 Metzen, 1 Viertel, 7 Mäßel und 1 Dreyßiger = $\frac{1}{1}\frac{2}{9}\frac{7}{2}$ Schäffel.

5) Einen gemischten Bruch in einen Bruch von höherer Sorte zu verwandeln. Z. B. $5\frac{1}{2}$ Metzen sollen zu einem Schäffel-Bruche gemacht werden. Verwandelt zuvörderst den gemischten Bruch $5\frac{1}{2}$ Metzen in einen reinen, und ihr bekommet $\frac{1}{2}\frac{1}{}$ Metzen. Multipliziret nun den Nenner 2 mit der Reduktionszahl 6, weil 6 Metzen Ein Schäffel machen, und ihr erhaltet den Schäffel-Bruch $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$ zur Antwort.

Brüche in bekannte kleinere Sorten aufzulösen.

Einen Bruch resolviren oder auflösen, heißt den innerlichen Werth desselben in **kleineren bekannten Sorten** anzeigen, z. B. wie viele Kreuzer und Häller in einem Gulden-Bruche enthalten seyen; oder wie viele Pfunde und Lothe in einem Zentner-Bruche stecken u. s. w.

Um dieses zu erfahren, beobachtet Folgendes: Multipliziret den Zähler des Bruches mit der Reduktionszahl (dem Werthe des Ganzen), und dividiret das dadurch erhaltene Produkt durch den Nenner des Bruches. Der Quotient giebt den Werth des Bruches in der niedrigen bekannten Sorte. Bleibt aber nach der Division ein Rest; so wird derselbe wieder durch einen neuen Bruch angezeigt, oder dessen Betrag auf die nämliche Art in einer noch niedrigern Sorte gesucht, wenn je noch eine derselben vorhanden ist. Z. B. Was beträgt der Bruch $\frac{6}{7}$ fl. in Kreuzern und Hällern?

$\frac{6}{7}$ fl. = 6

60 mal

360	51 kr.
7	
35	
— 10	
7	
—	3 kr. Rest

8 mal

24	$3\frac{3}{7}$ hl.
7	
21	
— 3	Häller-Rest.

Oder:

$\frac{6}{7}$ fl. $= \frac{6 \times 60}{7} = \frac{360}{7}$

$= 51\frac{3}{7}$ kr.

$\frac{3}{7}$ kr. $= \frac{3 \times 8}{7} = \frac{24}{7}$

$= 3\frac{3}{7}$ hl.

Also ist $\frac{6}{7}$ fl. = 51 kr. $3\frac{3}{7}$ hl.

Zuerst werden hier die 6 im Zähler mit 60 multiplizirt; weil der Gulden 60 Kreuzer hat, und das Produkt 360 durch den Nenner 7 dividirt. Nach der ersten Theilung des Nenners 7 in 360 kommen 51 kr. zur Antwort heraus, und bleiben noch 3 übrig, wel-

ches noch $\frac{3}{7}$ kr. sind. Um nun auch den Werth dieses Kreuzer-Bruches zu erfahren, wird der Zähler 3 mit 8 multiplizirt, und das Produkt 24 durch den vorigen Nenner 7 dividirt; der Quotient giebt $3\frac{3}{7}$ hl. und im Ganzen also 51 kr. $3\frac{3}{7}$ hl. zur Antwort. Der nach der zweyten Theilung gebliebene Rest 3 wird nun als ein Bruch in den Quotient geschrieben; weil es außer den Hällern keine kleinere Sorte mehr giebt, in die man den gebliebenen Rest noch auflösen könnte. Hat man einen Zentner-Bruch in Pfunde aufzulösen; so muß man den Zähler mit 100 multipliziren, weil der Zentner 100 ℔. hält; und ist ein Pfund-Bruch in Lothen anzuzeigen, dann muß man den Zähler mit 32 vervielfältigen, das ist, zu Lothen machen; weil das Pfund 32 Loth hat, und das Produkt allzeit durch den Nenner dividiren, als:

I. $\frac{5987}{12800}$ Zt. $= \frac{5987 \times 100}{12800} = \frac{598700}{12800}$.
$= 46\frac{99}{128}$ ℔.

II. $\frac{99}{128}$ ℔. $= \frac{99 \times 32}{128} = \frac{3168}{128} = 24\frac{96}{128}$ Loth.

III. $\frac{96}{128}$ Lth. $= \frac{96 \times 4}{128} = \frac{384}{128} = 3$ Quintel.

Von der Veränderung der Brüche im Bezuge auf ihren bleibenden oder nicht bleibenden Werth.

Der innerliche Werth eines Bruches kann auf eine doppelte Art vergrößert, auf eine doppelte Art vermindert und auch auf eine doppelte Art anders ausgedrückt werden, ohne daß sein innerlicher Werth geändert werde.

Von der Vergrößerung des Bruch-Werthes.

Der eigentliche Werth eines Bruches wird auf zweyerley Art größer:

1) Wenn man bloß den Zähler eines Bruches mit einer gewissen Zahl multiplizirt, den Nenner aber unverändert läßt; denn der Zähler zeigt an, wie viele Theile man vom Ganzen genommen hat. Vervielfältiget man nun den Zähler, so vervielfältigt man eben dadurch die Theile, die man vom Ganzen genommen hat. Z. B.

$\frac{2}{8} \times 3 = \frac{6}{8}$. Oder: 2 Achtel 3mal genommen, giebt 6 Achtel.

Es ist einleuchtend, daß $\frac{6}{8}$ gerade 3mal so viel sind, als $\frac{2}{8}$; denn der gegebene Bruch $\frac{2}{8}$ beträgt nur 1mal 2 Achtel; da im Gegentheile der vergrößerte 3mal 2 Achtel enthält.

2) Wird der Werth des Bruches auch größer, wenn man mit einer gewissen Zahl bloß den Nenner des Bruches dividirt, und den Zähler unverändert läßt. Denn der Nenner zeigt an, in wie viele Theile das Ganze getheilt worden ist. Vermindert man nun den Nenner; so vermindert man eben dadurch die Theile, in die das Ganze getheilet ist. In je wenigere Theile aber ein Ganzes getheilt ist, desto größer müssen nothwendig die Theile desselben werden. Z. B.

$\frac{1}{8} : 4 = \frac{1}{2}$.

Der nun nach der Division des Nenners herausgekommene neue Bruch $\frac{1}{2}$ ist 4mal mehr werth als $\frac{1}{8}$; denn $\frac{1}{2}$ enthält 4 Achtel, und daß 4 Achtel 4mal mehr

seyen, als 1 Achtel, ist klar. Aus diesen beyden Fällen geht nun hervor, daß es bey der Bruch-Vergrößerung immer gleich viel ist, ob man den Zähler mit einer beliebigen Zahl multiplizirt, oder den Nenner durch eben dieselbe ohne Rest dividirt.

Von der Verminderung des Bruch-Werthes.

Der Werth eines Bruches kann auf zweyerley Weise vermindert werden.

1) **Wenn man bloß den Zähler dividirt, und den Nenner unverändert läßt;** denn der Zähler zeigt an, wie viele Theile man vom Ganzen genommen hat. Vermindert man nun den Zähler; so vermindert man eben dadurch die Theile, die man vom Ganzen genommen hat. Z. B.

$$\frac{4}{5} : 2 = \frac{2}{5}.$$

Daß 2 Fünftel um 2mal weniger seyen, als 4 Fünftel, bedarf keines weitern Beweises mehr.

2) Wird der Werth des Bruches auch vermindert, **wenn man bloß den Nenner multiplizirt, und den Zähler unverändert läßt;** denn der Nenner zeigt an, in wie viele Theile das Ganze getheilt worden ist. Vervielfältiget man nun den Nenner; so vervielfältiget man eben dadurch die Theile, in die das Ganze getheilt worden ist. **Je mehrere Theile aber das Ganze getheilt worden ist, desto kleiner müssen nothwendig die Theile desselben werden.** Z. B.

$$\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{8}.$$

Wenn man in dem Bruche $\frac{3}{4}$ den Nenner 4 mit 2 multiplizirt; so erhält man $\frac{3}{8}$, welcher Bruch 2mal

kleiner ist, als $\frac{3}{4}$. Um die Sache sinnlich darzustellen, nehme man zwey Äpfel, und zerschneide den einen in 4, den andern aber in 8 gleiche Theile, und nehme dann von jedem 3 Theile, und man wird sich überzeugen, daß die Theile des zweyten Bruches um die Hälfte kleiner, der Werth des Bruches folglich um die Hälfte geringer als jener des ersten sey. Aus diesen beyden Fällen folgt nun auch, daß es immer einerley ist, ob man den Zähler eines Bruches mit einer beliebigen Zahl dividirt, oder den Nenner damit multiplizirt, der Werth des Bruches wird allzeit um so vielmal geringer, als der Divisor oder der Faktor Einheiten hat.

Von der Unveränderlichkeit des Bruch-Werthes.

Der innerliche Werth eines Bruches bleibt auch auf eine doppelte Weise unverändert:

1) **Wenn man sowohl Zähler als Nenner mit einer und der nämlichen Zahl multiplizirt;** denn so vielmal der Bruch durch die Multiplikation des Zählers **größer** wird, so vielmal wird er durch die Multiplikation des Nenners wieder **kleiner.** Z. B.

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{6}{15}.$$

Wenn ich Zähler und Nenner von $\frac{2}{5}$ fl. mit 3 multiplizire, so bekomme ich $\frac{6}{15}$ fl. Nun ist aber $\frac{2}{5}$ fl. = 2 Zwölfer oder 24 kr., und $\frac{6}{15}$ fl. sind auch 24 kr.; denn der fünfzehnte Theil eines Gulden ist 1 Batzen; 6 fünfzehnte Theile also 6 Batzen oder 24 kr.

2) Bleibt der Werth des Bruches auch unverändert, **wenn man sowohl Zähler als Nenner durch eine und die nämliche Zahl ohne Rest**

dividirt; denn so vielmal der Bruch durch die Division des Zählers kleiner wird, eben so vielmal wird er durch die Division des Nenners wieder größer. Z. B.

$$\frac{6}{15} : \frac{3}{3} = \frac{2}{5}.$$

Durch die Division des Zählers wurden die Theile um 3mal weniger; durch die Division des Nenners hingegen wurden diese Theile 3mal größer, folglich bleibt der Werth des Bruches der nämliche.

Vom Verkleinern oder Abkürzen der Brüche.

Da mit großzahligten Brüchen die Rechnung sehr beschwerlich, überdieß auch der Werth eines Bruches nicht so leicht zu erkennen ist; so sucht man sie zu verkleinern. Einen Bruch aber verkleinern oder abkürzen heißt, denselben ohne Veränderung seines Werthes durch einen kleineren Zähler und Nenner ausdrücken, welches geschieht, wenn man durch Versuche eine Zahl ausfindig macht, wodurch sich Zähler und Nenner des gegebenen Bruches ohne Rest theilen lassen, und den dadurch erhaltenen neuen Bruch, wenn er anders sich noch abkürzen läßt, wieder durch eine Zahl theilen. Durch dieses Verfahren wird ein Bruch kleiner, und zwar so vielmal kleiner, als der Divisor Einheiten enthält, mit dem die Division verrichtet wird, und folglich am allerkleinsten, wenn Zähler und Nenner durch die möglichst größte Zahl dividirt wird.

Die möglichst größte Verkleinerungszahl aber findet ihr, wenn ihr folgende Regel in Anwendung bringet:

Man dividire den Nenner durch seinen Zähler. Bleibt ein Rest; so dividire man da-

mit den vorigen Divisor. Bleibt nun wieder ein Rest; so wird dieser wieder der Divisor, und der vorige Divisor wird nun der Dividend, und so setzt man die Division abwechselungsweise so lange fort, bis kein Rest mehr bleibt. Der letzte Divisor, durch den sich alles aufhebt, ist die größte gesuchte Verkleinerungszahl, mit der man den Bruch auf den kleinsten Ausdruck bringen kann. Bleibt aber nach der letzten Division 1 als Rest; so läßt sich der Bruch schlechterdings nicht abkürzen. Die Quotienten, die während der Division zum Vorschein kommen, gelten nichts, und sind als nicht dastehend zu betrachten. Z. B. Es soll der Bruch $\frac{169}{455}$ auf den kleinsten Ausdruck gebracht werden:

169	455	2
	338	
117	169	1
	117	
52	117	2
	104	
13	52	4
	52	

Anfangs dividirte man den Nenner 455 durch seinen Zähler 169. In der Folge aber wurde der Rest allzeit der neue Divisor, und der vorige Divisor zum Dividenden. Der letzte Divisor 13, durch den sich alles aufhob, ist nun die gesuchte Verkleinerungszahl, mit der sich sowohl der Zähler 169, als auch der Nenner 455 ohne Rest theilen lassen; denn 13 ist

im Zähler 169 13mal, und im Nenner 455 35mal enthalten, als:

$$\frac{169}{455} : 13 = \frac{13}{35}.$$

In dem Bruche $\frac{151}{373}$ aber bleibt 1 Rest, und zeigt also an, daß sich dieser Bruch nicht verkleinern lasse, als:

151 | 373 | 2
302

71 | 151 | 2
142

9 | 71 | 7
63

8 | 9 | 1
8

1 Rest.

Außer dem so eben angeführten Vortheile giebt es noch einige praktische Regeln, wie man geschickte Zahlen finden könne, um Zähler und Nenner zu verkleinern. Sie sind folgende:

1) Durch 2 läßt sich ein Bruch verkleinern; wenn die letzte Ziffer des Zählers und des Nenners eine gerade Zahl ist, das ist 2, 4, 6, 8 oder 0. Z. B.

I. $\frac{12}{14} : 2 = \frac{6}{7}$.

II. $\frac{16}{18} : 2 = \frac{8}{9}$.

III. $\frac{34}{140} : 2 = \frac{17}{70}$.

2) Durch 3 kann ein Bruch abgekürzet werden; wenn sich die Quersumme des Zählers und die des Nenners durch die Zahl 3 ohne Rest theilen lassen. Z. B. von dem Bruche $\frac{618}{945}$

ist die Quersumme des Zählers 15 und die des Nenners 18; denn wenn man alle Ziffern des Zählers als lauter Einheiten der ersten Stelle betrachtet, und sie von der Linken gegen die Rechte addirt, so erhält man 15 zur Quersumme; denn 6 und 1 ist 7, und 8 dazu ist 15. Addirt man nun auch die Ziffern des Nenners; so bekömmt man 18 zur Summe; denn 9 und 4 ist 13, und 5 ist 18. Diese Quersummen 15 und 18 kann man beyde durch 3 ohne Rest dividiren, folglich auch den Bruch $\frac{6\,1\,8}{9\,4\,5}$, als:

I. II.

$\frac{6\,1\,8}{9\,4\,5} : 3 = \frac{2\,0\,6}{3\,1\,5}$. $\frac{4\,1\,3\,7}{8\,3\,2\,5} : 3 = \frac{1\,3\,7\,9}{2\,7\,7\,5}$.

3) Durch 4 läßt sich ein Bruch aufheben, wenn sich die letzten zwey Ziffern, das ist, die Ziffern auf der Einheiten- und Zehner-Stelle sowohl im Zähler als Nenner durch 4 ohne Rest theilen lassen. Z. B.

I. II.

$\frac{5\,6\,0}{3\,7\,6\,8} : 4 = \frac{1\,4\,0}{9\,4\,2} : 2 = \frac{7\,0}{4\,7\,1}$. $\frac{3\,0\,8}{1\,9\,9\,2} : 4 = \frac{7\,7}{4\,9\,8}$.

4) Durch 5 ist ein Bruch theilbar; wenn sich Zähler und Nenner auf 5, oder einmal auf 5 und einmal auf 0 endigen. Z. B.

I. II. III.

$\frac{1\,5}{2\,5} : 5 = \frac{3}{5}$. $\frac{3\,5}{4\,0} : 5 = \frac{7}{8}$. $\frac{7\,0}{9\,5} : 5 = \frac{1\,4}{1\,9}$.

5) Durch 6 läßt sich ein Bruch theilen; wenn er sich durch 2 und durch 3 zugleich ohne Rest theilen läßt. Daß er sich durch 2 theilen lasse, das erkennt man sogleich aus den geraden Ziffern

der Einheiten-Stelle; und daß er sich durch 3 aufhebe, das verräth die durch 3 theilbare Quersumme. Z. B.

I. $\frac{2}{3}\frac{3}{7}\frac{4}{2} : 6 = \frac{3}{6}\frac{9}{2}$.

II. $\frac{1}{1}\frac{5}{7}\frac{4}{7}\frac{8}{6} : 6 = \frac{2}{2}\frac{5}{9}\frac{8}{6}$.

6) Ob sich ein Bruch durch 7 dividiren lasse, muß gleichwohl versucht werden; wenn man sich nicht des gleich Anfangs in Vorschlag gebrachten und hier wiederhohlten Vortheils, die größte Verkleinerungszahl zu finden, bedienen will. Z. B.

$\frac{9\,3\,8}{4\,8\,6\,5} : 7 = \frac{1\,3\,4}{6\,9\,5}$.

4865	5	
938		
4690		
175	938	5
	875	
63	175	2
	126	
49	63	1
	49	
14	49	3
	42	
7	14	2
	14	

Gesuchte Verkleinerungszahl

7) Durch 8 ist ein Bruch theilbar; wenn sich die drey niedrigsten Zifferstellen des Zählers und Nenners (das ist, die Einheiten, Zeh-

ner und Hunderter) durch 8 ohne Rest theilen lassen. Z. B.

I. $\frac{872}{1824} : 8 = \frac{109}{228}$.

II. $\frac{53160}{798104} : 8 = \frac{6645}{99763}$.

8) Durch 9 kann ein Bruch verkleinert werden; wenn sich die Quersumme des Zählers und die des Nenners durch die Zahl 9 ohne Rest theilen lassen. Z. B.

$\frac{17541}{59337} : 9 = \frac{1949}{6593}$.

Die Quersumme des Zählers ist 18 und die des Nenners 27. Da nun diese beyden Summen durch 9 sich aufheben; so ist dieß ein sicheres Zeichen, daß sich auch der Bruch durch 9 aufhebe.

9) Haben Zähler und Nenner am Ende Eine oder mehrere Nullen; so kann von beyden eine gleiche Anzahl weggelassen werden. Z. B.

I. $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$.

II. $\frac{100}{1000} = \frac{1}{10}$.

III. $\frac{351000}{710000} = \frac{351}{710}$

10) Ob ein Bruch durch 11 theilbar sey oder nicht, erfahret ihr durch Folgendes: Ziehet im Zähler die Ziffer der höchsten Stelle von der nächstniedrigern ab, den gebliebenen Rest nehmet wiederum von der nächstniedrigern weg u. s. f. Kann aber von der nächstniedrigern Ziffer nicht abgezogen werden, weil sie zu klein ist; dann vermehret sie um 11, und ziehet darauf ab. Bleibt nun am Ende kein Rest; so ist der Zähler durch 11 theilbar. Auf gleiche Weise prüfet ihr auch den Nenner. Z. B.

$\frac{34761}{42577} : 11 = \frac{3161}{3877}$.

Bey der Prüfung des Zählers saget ihr: 3 von 4 bleibt 1, 1 von 7 bleibt 6, und 6 von 6 bleibt 0. Da nun im Zähler kein Rest bleibt, so ist er durch 11 theilbar. — Bey der Untersuchung des Nenners saget ihr: 4 von 2 kann ich nicht abziehen; ich vermehre also die zu kleine Zahl 2 um 11, und sage: 4 von 13 bleiben 9; 9 von 5 kann ich schon wieder nicht abziehen, ich vermehre daher die Zahl 5 um 11, und sage: 9 von 16 bleibt 7, und 7 von 7 bleibt 0. Weil nun auch im Nenner kein Rest bleibt, so ist auch dieser und folglich der ganze Bruch durch 11 theilbar.

Besteht sowohl der Zähler als der Nenner aus drey Ziffern, wovon die zwey äußern mit einander so viel betragen, als die mittlere allein; so darf man nur die mittlere Ziffer des Zählers und Nenners ausstreichen, und der Bruch ist abgekürzt. Z. B.

I. $\frac{374}{405} = \frac{34}{45}$.

II. $\frac{143}{385} = \frac{13}{35}$.

Hier betragen in Nro. 1. im Zähler die zwey äußern Ziffern 3 und 4 zusammen 7, also gerade so viel, als die mittlere Ziffer 7 allein. Die nämliche Beschaffenheit hat auch der Nenner; denn die beyden äußern Ziffern 4 und 5 geben 9; also auch so viel, als in der Mitte steht. Der Grund dieses Verfahrens beruht auf der verkürzten Multiplikation mit 11, wo man nämlich, wenn der Multiplikand nur aus zwey Ziffern besteht, diese beyden Ziffern addirt, und die gefundene Summe zwischen diese beyden addirten Ziffern setzt. Z. B. 11mal 63 = 693.

11) Durch 12 ist ein Bruch theilbar; wenn er durch 3 und durch 4 zugleich dividirt werden kann. Z. B.

$\frac{372}{744} : 12 = \frac{31}{62} : 31 = \frac{1}{2}$.

12) Läßt sich der Nenner durch seinen Zähler genau dividiren, so ist der Zähler die Verkleinerungszahl selbst, womit sowohl er als sein Nenner ohne Rest getheilt werden können. So ist z. B. in dem obigen letzten Beyspiele der abgekürzte Nenner 62 durch seinen Zähler 31 theilbar. In diesem Falle ist also der Zähler 31 die Verkleinerungszahl selbst; denn er ist in sich selbst 1mal und in seinem Nenner 2mal enthalten, folglich ist der Bruch $\frac{31}{62} = \frac{1}{2}$. Am Beßten ist es, wenn man den Nenner ohne langes Nachdenken durch seinen Zähler sogleich dividirt. Bleibt kein Rest, so ist der Quotient der neue Nenner des abgekürzten Bruches, der zu seinem Zähler 1 hat. Bleibt aber ein Rest, dann ist der Zähler nicht geschickt, die Stelle der Verkleinerungszahl zu vertreten. Noch einige Beyspiele zur Übung:

I.

$\frac{14}{28}$. $28 : 14 = \frac{1}{2}$.

II.

$\frac{13}{39}$. $39 : 13 = \frac{1}{3}$.

III.

$\frac{16}{64}$. $64 : 16 = \frac{1}{4}$.

IV.

$\frac{51}{357}$. $357 : 51 = \frac{1}{7}$.

V.

$\frac{173}{865}$. $865 : 173 = \frac{1}{5}$.

Brüche von ungleichen Nennern unter gleiche Benennung zu bringen.

Von der Nothwendigkeit Brüche unter einerley Nenner zu bringen, mag dieses wenige überzeugen. Alle Brüche sind überhaupt als **benannte** Zahlen anzusehen, und sie sind es auch; denn die Zähler sind die **Zahlen** der Brüche, die Nenner sind nur die **Namen** derselben. Wenn demnach Brüche von **verschiedenen Nennern** gegeben sind, so hat man gewisse Mengen von Dingen **verschiedener Arten**, die sich ihrer **Ungleichartigkeit** wegen weder zu einander addiren noch von einander abziehen lassen, so lange nicht sämmtlichen Brüchen ein allgemeiner oder gleiche Nenner verschafft werden. Dieses kann man aber auf verschiedene Weise bewerkstelligen; wovon ich nun das Wesentlichste anführen will.

1) Sollen nur zwey Brüche von verschiedenen Nennern auf einerley Nenner gebracht werden; so multipliziret eines jeden Zähler und Nenner mit dem Nenner des andern. Z. B. Es sollen die zwey Brüche $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{6}$ auf die nämliche Benennung gebracht werden.

Oder:

$$\frac{3}{4} \times 6 = \frac{18}{24}. \qquad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24}.$$

$$\frac{5}{6} \times 4 = \frac{20}{24}. \qquad \frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}.$$

Hier wird zuerst der Zähler und Nenner des ersten Bruches mit dem Nenner 6 vom zweyten Bruche; und darauf des zweyten Bruches Zähler und Nenner mit dem Nenner 4 vom ersten Bruche multiplizirt. Daß der Werth der neuen Brüche der nämliche sey, er-

hellet daraus, weil Zähler und Nenner eines jeden Bruches durch eine und eben dieselbe Zahl, nämlich durch den Nenner des andern Bruches multiplizirt werden. Beyspiele:

	I.	II.	III.
Gegebene Brüche	$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$.	$\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$.	$\frac{9}{10}$, $\frac{11}{12}$.
Reduzirte Brüche	$\frac{4}{8}$, $\frac{6}{8}$.	$\frac{40}{48}$, $\frac{42}{48}$.	$\frac{108}{120}$, $\frac{110}{120}$.

2) Wenn mehrere Brüche auf gleiche Benennung zu bringen sind; dann multipliziret den Zähler eines jeden Bruches mit allen übrigen Nennern, nur mit seinem eigenen nicht. Die dadurch erhaltenen Produkte geben die neuen Zähler. Darauf multipliziret auch alle Nenner durch einander, das Produkt ist der allgemeine Nenner. Z. B. Es sollen die Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ und $\frac{6}{8}$ unter einerley Nenner gebracht werden:

Der Zähler des 1sten Bruches $= 2 \times 5 \times 8 = 80$.
Der Zähler des 2ten Bruches $= 4 \times 3 \times 8 = 96$.
Der Zähler des 3ten Bruches $= 6 \times 3 \times 5 = 90$.

Der allgemeine Nennner $= 3 \times 5 \times 8 = 120$.
Also sind: $\frac{2}{3} = \frac{80}{120}$, $\frac{4}{5} = \frac{96}{120}$ und $\frac{6}{8} = \frac{90}{120}$.

Wenn ihr hier der Regel gemäß den Zähler 2 vom ersten Bruche mit 5 dem Nenner des zweyten und mit 8 dem Nenner des dritten Bruches multipliziret; so erhaltet ihr 80 zum neuen Zähler.

Ferner: Multipliziret ihr den Zähler 4 vom zweyten Bruche mit 3 dem Nenner des ersten und mit 8 dem Nenner des dritten Bruches; so bekommet ihr 96 zum neuen Zähler.

Weiter: Wenn ihr den Zähler 6 vom dritten Bruche multipliziret mit 3 dem Nenner des ersten und mit 5 dem Nenner des zweyten Bruches; so giebt das Produkt den neuen Zähler 90.

Endlich: Multipliziret ihr auch die Nenner 3, 5 und 8 durch einander; so ist das Produkt 120 der allgemeine Nenner, welchen ihr unter jeden neuen Zähler setzet, oder auch nur einmal darunter schreibet, als:

$$\frac{80,\ 96,\ 90}{120}$$

Wenn gleich durch dieses Verfahren die Brüche eine ganz andere Gestalt gewinnen; so bleibt doch der innerliche Werth derselben ungeändert; weil sowohl Zähler als Nenner eines jeden Bruches durch die nämlichen Faktoren, das ist, durch die Nenner aller andern Brüche multiplizirt werden. Und so vielmal die Theile im Nenner kleiner gemacht wurden, so vielmal wurden dieselben im Zähler wieder vermehrt.

3) Bisweilen läßt sich auch ein Vortheil anbringen, der die Arbeit beträchtlich verkürzet. Z. B.

Wenn die Nenner der Brüche die Beschaffenheit haben, daß die kleineren Nenner in dem größten ohne Rest aufgehen; so darf man nur allzeit Zähler und Nenner mit jener Zahl multipliziren, welche anzeigt, wie oft der kleinere Nenner in dem größten enthalten sey. Z. B.

$$\frac{3}{4},\ \frac{5}{6},\ \frac{7}{12},\ \frac{11}{24} = \frac{18}{24},\ \frac{20}{24},\ \frac{14}{24},\ \frac{11}{24}.$$

Hier kann der größte Nenner 24 durch alle kleineren ohne Rest dividirt werden, und bleibt daher mit

seinem Zähler 11 unverändert. Dagegen forschet man mit dem Nenner 4 vom ersten Bruche, wie oft er im größten Nenner 24 enthalten sey. Ihr findet 6 mal. Mit diesem Quotienten 6 multiplizirt man nun zuerst den Zähler 3, und dann den Nenner 4, und der Bruch $\frac{3}{4}$ ist nun verwandelt in $\frac{18}{24}$. — In dem zweyten Bruche $\frac{5}{6}$ multiplizirt man den Zähler 5 und den Nenner 6 mit dem Quotienten 4; weil der kleinere Nenner 6 in dem größten 24 4mal enthalten ist. Der neue Bruch heißt $\frac{20}{24}$. — Endlich in dem dritten Bruche $\frac{7}{12}$ multiplizirt man den Zähler 7 und den Nenner 12 mit 2; weil der größte Nenner 24, durch 12 dividirt, 2 zum Quotienten giebt. Hierdurch wird der Bruch $\frac{7}{12}$ verändert in $\frac{14}{24}$. Der letzte Bruch $\frac{11}{24}$ bleibt, wie schon erwähnt, unverändert. Daß auch hier in diesem Beyspiele wiederum der Werth der Brüche unverändert bleibe, sieht man daraus, weil sowohl Zähler als Nenner mit einer und eben derselben Zahl, nämlich mit dem Quotienten oder Anzeiger des eigenthümlichen Bruches multiplizirt werden.

4) Die vortheilhafteste Art, Brüche unter eine gleiche Benennung zu bringen, bleibt in jeder Hinsicht folgende, so schwer und weitläufig sie auch immer scheinen mag.

Man sucht zuvörderst eine Zahl, welche die Eigenschaft hat, daß jeder von den gegebenen Nennern darin aufgehe. Diese Beschaffenheit hat zwar das Produkt aller Nenner; allein man findet auf folgende Art auch eine Zahl, die noch kleiner als jenes Produkt, ja unter mehreren möglichen die kleinste ist, als:

I. Man schreibe sämmtliche Nenner der gegebenen Brüche in einer horizontalen Reihe neben einander hin,

und streiche davon alle jene aus, welche einen andern ohne Rest dividiren.

II. Suche man einen Divisor auf, wodurch sich zwey oder mehrere von den noch undurchstrichenen Nennern ohne Rest theilen lassen, und schreibe denselben links außerhalb eines gezogenen Senkstriches, damit er am Ende nicht vergessen werde. Mit diesem erwählten Divisor dividire man nun alle jene Nenner, die sich ohne Rest theilen lassen, und schreibe die Quotienten, das heißt, die verkleinerten Nenner, so wie diejenigen Nenner, die der erwählte Divisor nicht ohne Rest theilt, unverändert unter eine gezogene Querlinie.

III. Nun versuche man es noch einmal, ob sich ein oder der andere kleinere Nenner in einen größern ohne Rest aufheben lasse, und streiche ihn sodann ebenfalls aus.

IV. Suche man noch einen Divisor, wodurch man wieder zwey oder mehrere Nenner ohne Rest dividiren kann, und verfahre damit, wie mit dem vorigen. Nur ist dabey zu merken, daß man die erwählten seitwärts geschriebenen Divisoren nicht auch mit verkleinere. Eben so darf man auch nie einen Nenner allein abkurzen, es müssen derer wenigstens allemal zwey seyn.

V. Dieses Verfahren wiederhohle man nun so lange, bis in der letzten ganzen Reihe nicht mehr zwey Zahlen zu finden sind, die sich durch einen und den nämlichen Divisor theilen lassen. (Die Quotienten, so nicht mehr als 1 betragen, pflegt man nicht anzuschreiben, weil sie weder multipliziren noch dividiren).

VI. Hierauf werden die übrig gebliebenen verkleinerten und nicht verkleinerten Nenner der untersten Reihe, wie auch die erwählten seitwärts geschriebenen Divisoren mit einander multiplizirt; das Produkt ist der gesuchte kleinste allgemeine Nenner.

VII. Um nun auf die bequemste Art die neuen Brüche zu finden, schreibe man die gegebenen in einer senkrechten Reihe unter einander, und mache zur Rechten derselben zwey Kolumnen oder Spalten.

VIII. Oben über der ersten setze man den gefundenen allgemeinen Nenner, dividire ihn durch den Spezialnenner eines jeden Bruches, und setze den Quotient in eben dieser Kolumne einem jeden Bruche zur Seite.

IX. Nun multiplizire man jeden so gefundenen Quotient mit dem Zähler desselben Bruches, und setze die Produkte in der zweyten Kolumne jedem Bruche gegenüber; so sind diese die neuen Zähler.

X. Endlich schreibe man unter die Zähler den gefundenen allgemeinen Nennet, und so sind alle Brüche auf einerley und zwar auf die kleinste Benennung gebracht, als z. B.

Es sollen folgende Brüche unter einen Nenner gebracht werden:

$\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{5}{16}$ und $\frac{11}{18}$.

Divisoren.									Sämmtliche Nenner.
2	5.	7.	9.	10.	12.	14.	15.	16.	18.
3		5	6	7	15	8	9		Abgekürzte Nenner.
Q			2	7	5	8	3		Untheilbare Nenner.

Es ist also $2 \times 3 \times 7 \times 5 \times 8 \times 3 = 5040$ der allgemeine Nenner.

(5040)

Brüche.	Quotienten.	Neue Zähler.	Neue Brüche.
$\frac{4}{5}$	1008	4032	$\frac{4}{5}\frac{0}{0}\frac{3}{4}\frac{2}{0}$
$\frac{6}{7}$	720	4320	$\frac{6}{7} = \frac{4}{5}\frac{3}{0}\frac{2}{4}\frac{0}{0}$
$\frac{8}{9}$	560	4480	$\frac{8}{9} = \frac{4}{5}\frac{4}{0}\frac{8}{4}\frac{0}{0}$
$\frac{9}{10}$	504	4536	$\frac{9}{10} = \frac{4}{5}\frac{5}{0}\frac{3}{4}\frac{6}{0}$
$\frac{5}{12}$	420	2100	$\frac{5}{12} = \frac{2}{5}\frac{1}{0}\frac{0}{4}\frac{0}{0}$
$\frac{3}{14}$	360	1080	$\frac{3}{14} = \frac{1}{5}\frac{0}{0}\frac{8}{4}\frac{0}{0}$
$\frac{7}{15}$	336	2352	$\frac{7}{15} = \frac{2}{5}\frac{3}{0}\frac{5}{4}\frac{2}{0}$
$\frac{5}{16}$	315	1575	$\frac{5}{16} = \frac{1}{5}\frac{5}{0}\frac{7}{4}\frac{5}{0}$
$\frac{11}{18}$	280	3080	$\frac{11}{18} = \frac{3}{5}\frac{0}{0}\frac{8}{4}\frac{0}{0}$

Der ersten Regel gemäß durchstreicht man hier die Nenner 5, 7 und 9; weil der erste Nenner 5 sich im vierten Nenner 10; der zweyte 7 in dem sechsten Nenner 14, und der dritte 9 in dem letzten Nenner 18 aufheben.

Nun wird der zweyten Regel zur Folge ein Divisor gesucht, wodurch sich zwey oder mehrere Nenner ohne Rest dividiren lassen. Von den noch undurchstrichenen Nennern lassen sich 10, 12, 14, 16 und 18 durch 2 ohne Rest theilen. Diesen erwählten Divisor 2 schreibt man nun zur Linken des Senkstriches, und dividirt damit. Die dadurch erhaltenen Quotienten 5, 6, 7, 8 und 9 schreibt man unter die gezogene Querlinie. Unter diese Linie setzt man auch den unveränderten Nenner 15, der sich durch 2 nicht ohne Rest

theilen läßt; und so entsteht die Reihe: 5, 6, 7, 15, 8, 9.

In der so eben entstandenen zweyten Nenner-Reihe streicht man nun nach der dritten Regel den verkleinerten Nenner 5 aus; weil er den Nenner 15 der nämlichen Reihe ohne Rest theilt. Darauf sucht man wieder einen Divisor, der zwey oder mehrere Nenner ohne Rest theilt. Von den noch gebliebenen Nennern lassen sich wieder 6, 15 und 9 durch 3 theilen. Man schreibt also den Divisor 3 wieder zur Linken, und theilt. Die durch diese Division entstandenen Quotienten 2, 5 und 3, so wie die zwey unveränderten Nenner 7 und 8, die sich durch 3 nicht theilen lassen, setzt man unter die Linie. Nunmehr sind die Nenner 2, 7, 5, 8 und 3 vorhanden, wovon man den ersten Nenner 2 durchstreicht; weil er den Nenner 8 der nämlichen Reihe ohne Rest theilt; und so hat man noch übrig die Nenner 7, 5, 8 und 3.

Da nun zwischen den übriggebliebenen Nennern 7, 5, 8 und 3 kein Verhältniß Statt findet, daß man zwey durch eine und die nämliche Zahl ohne Rest verkleinern könnte; so müssen jetzt diese, so wie die seitwärts geschriebenen erwählten Divisoren 2 und 3 alle mit einander multiplizirt werden, als: $2 \times 3 \times 7 \times 5 \times 8 \times 3 = 5040$. Das Produkt 5040 ist der **allgemeine Nenner**, der auch **Generalnenner** heißt; weil er sich durch jeden einzelnen Nenner (Spezialnenner) genau theilen läßt, aller Nenner Stelle vertritt, und für alle Brüche passet.

Wenn man endlich diesen allgemeinen Nenner 5040 durch 5 den unveränderten Nenner des ersten Bruches ($\frac{4}{5}$)

vividirt, und den Quotient 1008 mit desselben Zähler 4 multiplizirt; so erhält man den ersten neuen Zähler 4032. So wie mit diesem, eben so verfährt man auch mit den noch übrigen Brüchen, als:

7 in 5040 steckt	720mal, und	6mal	720 ist 4320.
9 in 5040 steckt	560mal, und	8mal	560 ist 4480.
10 in 5040 steckt	504mal, und	9mal	504 ist 4536.
12 in 5040 steckt	420mal, und	5mal	420 ist 2100.
14 in 5040 steckt	360mal, und	3mal	360 ist 1080.
15 in 5040 steckt	336mal, und	7mal	336 ist 2352.
16 in 5040 steckt	315mal, und	5mal	315 ist 1575.
18 in 5040 steckt	280mal, und	11mal	280 ist 3080.

Noch ein Beyspiel zur Übung. Es sollen die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{9}{20}$ und $\frac{11}{30}$ unter die nämliche Benennung gebracht werden.

2	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	
3					6		10	15			
					2		10	5			

60

$\frac{1}{2}$	30	30
$\frac{1}{3}$	20	20
$\frac{3}{4}$	15	45
$\frac{2}{5}$	12	24
$\frac{5}{6}$	10	50
$\frac{3}{10}$	6	18
$\frac{7}{12}$	5	35
$\frac{8}{15}$	4	32
$\frac{9}{20}$	3	27
$\frac{11}{30}$	2	22

Mithin ist $2 \times 3 \times 10 = 60$ der gesuchte gemeinschaftliche Nenner.

$\frac{1}{2} = \frac{30}{60}$ $\quad \frac{3}{10} = \frac{18}{60}$

$\frac{1}{3} = \frac{20}{60}$ $\quad \frac{7}{12} = \frac{35}{60}$

$\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$ $\quad \frac{8}{15} = \frac{32}{60}$

$\frac{2}{5} = \frac{24}{60}$ $\quad \frac{9}{20} = \frac{27}{60}$

$\frac{5}{6} = \frac{50}{60}$ $\quad \frac{11}{30} = \frac{22}{60}$

Die Nenner 2, 3, 4, 5, 6, 10 und 15 streicht man hier sogleich ohne weiters durch; weil jeder der-

selben einen andern ohne Rest dividirt, und so bleiben mehr 12, 20 und 30, welche sich alle durch 2 ohne Rest theilen lassen. Den Divisor 2 schreibt man zur Linken, und die Quotienten 6, 10 und 15 unter die gezogene Querlinie. Von den noch übrigen drey Zahlen lassen sich 6 und 15 durch 3 dividiren. Man schreibt also den Divisor 3 wieder zur Linken, und die Quotienten 2 und 5, wie auch die Zahl 10, die sich durch 3 nicht theilen läßt, unverändert unter die Linie. Es sind nunmehr noch vorhanden 2, 10 und 5, wovon man 2 und 5 gleich ausstreicht, weil sie beyde die neben ihnen befindliche Zahl 10 ohne Rest theilen. Da nun außer der gebliebenen Zahl 10 nichts mehr da ist, und man Eine Zahl allein nie verkleineru kann; so werden die zwey erwählten Divisoren 2 und 3, wie auch die übriggebliebene Zahl 10 durch einander multiplizirt. Das Produkt 60 giebt den **Generalnenner**, welchen man nun mit jedem Nenner sonderheitlich dividirt, und den gefundenen Quotient mit dem Zähler eben dieses Bruches multiplizirt.

Der Grund dieses Verfahrens ist eben nicht gar schwer zu begreifen; denn wenn man den allgemeinen Nenner 60 durch 2 den Spezialnenner des ersten Bruches $\frac{1}{2}$ dividirt; so erhält man 30 zum Quotienten, welcher anzeigt, daß man den Spezialnenner des ersten Bruches $\frac{1}{2}$ mit 30 multipliziren müsse, damit sein Produkt dem allgemeinen Nenner an Größe gleich komme; und es kömmt ihm auch gleich; denn $2 \times 30 = 60$. Wenn man nun dann mit diesem Quotienten oder Anzeiger 30 nicht nur den Spezialnenner 2, sondern auch den Zähler 1 im ersten Bruche multiplizirt; so be-

kömmt man den Bruch $\frac{30}{60}$, welcher so viel gilt, als $\frac{1}{2}$; *) weil sowohl Nenner als Zähler mit einer und eben derselben Zahl, nämlich mit seinem eigenthümlichen Quotienten oder Anzeiger multiplizirt werden, **) als: $\frac{1 \times 30}{2 \times 30} = \frac{30}{60}$.

Bey dem zweyten Bruche $\frac{1}{3}$ giebt der Quotient 20 zu erkennen, daß man den Nenner 3 und den Zähler 1 mit 20 vervielfältigen müsse, wenn man einen neuen Bruch bekommen will, der dem vorigen am Werthe vollkommen gleich ist, und doch auch 60 zu seinem Nenner hat, als: $\frac{1 \times 20}{3 \times 20} = \frac{20}{60}$.

Bey dem dritten Bruche $\frac{3}{4}$ giebt der Quotient 15 zu verstehen, daß man den Nenner 4 und den Zähler 3 mit 15 vermehren müsse, um einen neuen Bruch zu er-

---

*) Die oben angeführte IX. Regel: »Nun multiplizire man jeden gefundenen Quotient mit dem Zähler desselben Bruches« darf die verehrtesten Leser hier nicht irre machen, da Sie jetzt gerade das Gegentheil vernehmen, indem man hier nicht den Quotient mit dem Zähler des Bruches, sondern den Zähler mit dem Quotienten multiplizirt. Die Ursache der Verwechselung der Faktoren geschieht bloß der Bequemlichkeit wegen; weil man beym Multipliziren von zwey Faktoren immer den kleineren Faktor zum Multiplikator, den größeren aber zum Multiplikanden zu machen pflegt; und gewöhnlich ist allemal der Zähler kleiner, als der Quotient; daher multiplizirt man immer leichter den Quotient mit dem Zähler, als den Zähler mit dem Quotienten.

**) Die Divisionen mit den Spezialnennern in den allgemeinen Nenner werden also nur deßwegen verrichtet, damit man die Faktoren (Quotienten) findet, mit welchen die gegebenen Brüche multiplizirt werden müssen, damit dieselben alle ihren alten Werth beybehalten, und überdieß auch durchaus alle gleiche Nenner bekommen.

halten, der mit dem vorigen gleichen Werth, und auch wieder 60 zum Nenner hat, als: $\frac{3 \times 15}{4 \times 15} = \frac{45}{60}$.

Zur Erleichterung und Übung folgen hier unten zur Linken einige Zahlen, die sehr oft, wo nicht allzeit zum allgemeinen Nenner dienen können:

Generalnenner:	Spezialnenner:
12 läßt sich ohne Rest theilen durch	2 3 4 6
24	2 3 4 6 8 12
30	2 3 5 6 10 15
36	2 3 4 6 9 12 18
40	2 4 5 8 10 20
48	2 3 4 6 8 12 16 24
60 . . . 2	3 4 5 6 10 12 15 20 30
72 . . .	2 3 4 6 8 9 12 18 36
120 . 2	3 4 5 6 8 10 12 15 20 24 30 40 60
504 . 2	3 4 6 7 8 9 12 14 18 21 24 28 36
2520 2	3 4 5 6 7 8 9 10 12 14 15 18 20 21 24 ꝛc.

Dreyzehnter Abschnitt.

Von der Addition der Brüche.

1) Wenn die gegebenen Brüche alle einerley Nenner haben; so zähle man nur die Zähler als gleichartige Theile zusammen, und setze den Nenner unverändert unter die gefundene Summe; weil man nicht andere Theile begehrt, sondern bloß wissen will, wie viel man solche Theile, als der Nenner anzeigt, zusammen bekömmt. Z. B.

$$\frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7}{9}.$$

Da die Nenner nur die **Namen** der Zahlen sind, und folglich nicht mit in die Rechnung kommen; so addirt man von der Linken gegen die Rechte, (oder auch umgekehrt) bloß die Zähler, indem man sagt: 1 **Neuntel** und 2 **Neuntel** sind zusammen 3 **Neuntel**, und noch 4 **Neuntel** dazu, sind 7 **Neuntel**. Noch ein Beyspiel:

$$\frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{7}{15} = \frac{14}{15}.$$

2) Giebt die Summe der Zähler einen unächten Bruch; so pflegt man durch die Division des Nenners in den Zähler die darin enthaltenen Ganzen herauszuziehen. Z. B.

I. $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \frac{16}{8} = 2$ Ganzen.

II. $\frac{1}{7} + \frac{3}{7} + \frac{5}{7} + \frac{6}{7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$.

3) Die ächten Brüche, welche nach der Addition als Summe herauskommen, oder nach der Aushebung der Ganzen als Rest bleiben, drückt man gewöhnlich durch ihre kleinsten Zahlen aus, als:

I. $\frac{5}{16} + \frac{7}{16} = \frac{12}{16} : 4 = \frac{3}{4}$.

II. $\frac{4}{21} + \frac{11}{21} + \frac{8}{21} + \frac{16}{21} = \frac{39}{21} = 1\frac{18}{21} : 3 = 1\frac{6}{7}$.

4) Haben die gegebenen Brüche verschiedene Nenner; so müssen dieselben vor der Addition erst unter einerley Nenner gebracht werden; weil man Sachen unterschiedlicher Art und Namen nicht zusammen zählen kann. Denn $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{5}$ sind zusammen weder $\frac{5}{4}$ noch $\frac{5}{5}$, und müssen daher zuvörderst unter eine gemeinschaftliche Benennung gebracht werden, wie aus folgendem Beyspiele zu sehen ist. Es sollen nachstehende Gulden-Brüche addirt werden, als: $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{7}{8} + \frac{9}{10} + \frac{11}{20}$.

$$\begin{array}{r|l} 4 & 4\ 5\ 8\ 10\ 20 \\ \hline & 2\quad\ 5 \end{array}$$

$4 \times 2 \times 5 = 40$

40

$\frac{3}{4}$	10	30
$\frac{2}{5}$	8	16
$\frac{7}{8}$	5	35
$\frac{9}{10}$	4	36
$\frac{11}{20}$	2	22

Zähler

$\frac{139}{40} = 3\frac{19}{40}$ fl.

Nachdem man nach der gegebenen Anleitung die Brüche unter einerley Nenner gebracht hatte, addirte man die Zähler, und zog durch die Division die in der Summe 139 enthaltenen Ganzen aus, wo alsdann $3\frac{19}{40}$ fl. herauskamen. Noch ein Paar Beyspiele zur Übung:

I.			II.			III.		
	12			36			210	
$\frac{1}{2}$	6	6	$\frac{3}{4}$	9	27	$\frac{4}{5}$	42	168
$\frac{2}{3}$	4	8	$\frac{5}{6}$	6	30	$\frac{2}{3}$	70	140
$\frac{3}{4}$	3	9	$\frac{8}{9}$	4	32	$\frac{1}{2}$	105	105
$\frac{5}{6}$	2	10	$\frac{7}{12}$	3	21	$\frac{6}{7}$	30	180
Summe		$\frac{33}{12}$	Summe		$\frac{110}{36}$	Summe		$\frac{523}{10}$
oder $2\frac{9}{12} = 2\frac{3}{4}$.			oder $3\frac{2}{36} = 3\frac{1}{18}$.			oder $2\frac{17}{12}\frac{3}{6}$.		

5) Sollen gemischte Brüche zusammen gezählt werden; so addire man zuerst die Brüche, alsdann ziehe man aus der Summe die allenfalls darin enthaltenen Ganzen heraus, und zähle sie zu den andern ganzen Zahlen. Z. B.

Ganze.		360	Zähler.
124	$\frac{3}{8}$	45	135
85	$\frac{4}{5}$	72	288
67	$\frac{5}{6}$	60	300
253	$\frac{7}{12}$	30	210
1424	$\frac{2}{9}$	40	80
1953			$\frac{1013}{360} = 2\frac{293}{360}$.
+2			
$1955\frac{293}{360}$.			

6) Hat man unter andern auch unächte und zusammengesetzte Brüche zu addiren, so verwandle man vorher die unächten in gemischte und die zusammengesetzten in einfache; bringe sie hierauf alle unter einerley Nenner, und addire alsdann ihre Zähler, wie bereits gelehret wurde. Z. B. Was betragen folgende Brüche in einer Summe? als: $\frac{2}{3} + \frac{7}{4} + 2\frac{3}{5} + \frac{\frac{1}{2}}{3} + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$.

Nachdem man den unächten Bruch $\frac{7}{4}$ in einen gemischten, und die zwey zusammengesetzten in einfache verwandelt hat, werden sie also aussehen: $\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4} + 2\frac{3}{5} + \frac{1}{6} + \frac{3}{8}$. Bringt man sie unter einerley Nenner, und addirt sie, als:

$\underbrace{120}$

$\frac{2}{3}$	40	80
$1\frac{3}{4}$	30	90
$2\frac{3}{5}$	24	72
$\frac{1}{6}$	20	20
$\frac{3}{8}$	15	45

$\frac{307}{120} = 2\frac{67}{120}$.

3
+ 2

so ist die Summe $5\frac{67}{120}$.

Probe.

Man schreibe die gefundene Zähler-Summe oben an, und ziehe alsdann den ersten Zähler davon ab. Von dem gebliebenen Reste nehme man den zweyten Zähler weg. Von dem abermal gebliebenen Reste ziehe

man nun den dritten Zähler ab u. s. f. Bleibt nun am Ende kein Rest, so wurden die Zähler richtig addirt. Obiges Beyspiel wird nun also geprüfet:

307 Zähler-Summe.
80 erster Zähler.

227 Rest.
90 zweyter Zähler.

137 Rest.
72 dritter Zähler.

65 Rest.
20 vierter Zähler.

45 Rest.
45 letzter Zähler.

Aufgaben zur Übung.

1) Peter hat einen halben, und wieder einen halben Gulden; wie viel in allen ausgeliehen?

Ant. $\frac{2}{2}$ fl. = 1 fl.

2) Franz hat $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$ fl.; wie viel in allen einzubringen?

Ant. $\frac{4}{4}$ fl. = 1 fl.

3) Ein Schuldner hat $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ und $\frac{3}{4}$ fl.; wie viel in allen zurück bezahlt?

Ant. $1\frac{1}{2}$ fl.

4) Freunde zechten in einem Wirthshause. Als sie wieder fortgehen wollten, fragten sie den Wirth um die Schuldigkeit. Der Wirth sagte: Die Schuldigkeit ist: $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ und $\frac{4}{5}$ fl.; was war ihre ganze Verzehrung?

Ant. $1\frac{4}{5}$ fl.

5) Eine Köchinn bringt folgende Markt- und Küchenrechnung: Ausgaben für weißes Brod $\frac{4}{5}$ fl.; für Besen $\frac{2}{5}$ fl.; für Milchrahm $\frac{1}{5}$ fl.; für Kräuter $\frac{3}{5}$ fl.; was ist die Summe?

Ant. 2 fl.

6) Eine Köchinn bringt folgende Markt- und Küchenrechnung: Ausgabe für Rindfleisch $\frac{5}{6}$ fl.; für Kalbfleisch $\frac{4}{6}$ fl.; für Hennen $\frac{3}{6}$ fl.; für Tauben $\frac{2}{6}$ fl.; was ist die Summe?

Ant. $2\frac{1}{3}$ fl.

7) Wie viele Zentner Eisen werden zu 5 Kanonen erfordert, wovon a) $\frac{20}{5}$ Zt.; b) $\frac{21}{5}$ Zt.; c) $\frac{22}{5}$ Zt.; d) $\frac{23}{5}$ Zt.; e) $\frac{24}{5}$ Zt. schießt?

Ant. 2 Zt.

8) Ein Münzmeister fand nach genauer Untersuchung einiger abgenützter Laubthaler, daß fünf Stücke davon um folgende Quinteltheile zu gering waren: $\frac{7}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{5}{16}$ und $\frac{9}{16}$; um wie viel wägen alle fünf Thaler zu wenig?

Ant. Um $2\frac{3}{16}$ Qu.

9) Ein Reisender verzehrte im Hinwege einen halben, im Rückwege $\frac{3}{4}$ fl.; wie viel hat er in allen verzehrt?

Ant. $1\frac{1}{4}$ fl.

10) Zwey haben zu theilen $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$ fl.; was beträgt dieß zusammen?

Ant. $1\frac{1}{6}$ fl.

11) Karl bekam $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ fl.; was macht dieß?

Ant. $1\frac{5}{12}$ fl.

12) Ein Spieler hat $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5}$ fl. verspielt; was macht dieß?

Ant. $1\frac{11}{20}$ fl.

13) Einer kaufte zweyerley Zeug, von jedem eine Elle; der eine kostete $\frac{4}{5}$, der andere $\frac{5}{6}$ fl.; was macht dieß?

Ant. $1\frac{19}{30}$ fl.

14) Einer hat eingenommen: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{4}$ fl.; was war die ganze Einnahme?

Ant. $1\frac{5}{12}$ fl.

15) Einer hat ausgegeben: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ fl.; was was die ganze Ausgabe?

Ant. $1\frac{11}{12}$ fl.

16) Einer hat nach und nach gewonnen: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5}$ fl.; was war der ganze Gewinn?

Ant. $2\frac{43}{60}$ fl.

17) Alle Körper, wenn sie in eine flüssige Materie versenket werden, verlieren etwas von ihrer Schwere. Nun lehrt die Erfahrung, daß das Gold im Wasser verliere $\frac{1}{18}$; das Queckfilber $\frac{1}{14}$; das Bley $\frac{1}{12}$; das Silber $\frac{1}{10}$; das Kupfer $\frac{1}{9}$; das Eisen $\frac{1}{8}$; das Zinn $\frac{1}{7}$ seiner Schwere; wenn demnach von jedem ein Pfund genommen, und ins Wasser gehängt würde; wie viel verlören sie sämmtlich von ihrer Schwere?

Ant. $\frac{193}{280}$ ℔.

18) Ein Taglöhner hat $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$; wie viele Tage in allen gearbeitet?

Ant. $7\frac{1}{2}$ Tag.

19) Ein Bauer hat $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$ Schober; wie viel in allen ausgedroschen?

Ant. $13\frac{1}{2}$ Sch.

20) Ein Krämer hat $10\frac{1}{2}$, $12\frac{1}{2}$, $15\frac{1}{2}$ Ellen; wie viel in allen verkauft?

Ant. $38\frac{1}{2}$ Ellen,

21) Eine Magd kaufte für $12\frac{1}{2}$ kr. Eyer; für $16\frac{1}{2}$ kr. Fleisch; und für 7 kr. Kräuter; was gab sie aus?

Ant. 36 kr.

22) Drey legen zusammen: $30\frac{7}{15}$; $40\frac{4}{15}$; $50\frac{4}{15}$ fl.; was beträgt die Summe?

Ant. 121 fl.

23) In einem Keller liegen vier Fässer Bier; das erste Faß hält $2\frac{1}{2}$; das zweyte $3\frac{1}{3}$; das dritte $4\frac{1}{4}$; das vierte $5\frac{1}{5}$ Eimer; was halten diese Fässer mit einander?

Ant. $15\frac{17}{60}$ Eimer.

24) Ein Vater hinterläßt folgendes Vermögen: $100\frac{7}{30}$, $112\frac{2}{5}$, $120\frac{1}{4}$, $130\frac{1}{5}$ fl.; wie groß war sein Vermögen?

Ant. $463\frac{1}{12}$ fl.

25) Ein Kaufmann verkaufte auf sechsmal: I. $62\frac{1}{2}$; II. $58\frac{3}{4}$; III. $34\frac{5}{8}$; IV. $20\frac{3}{16}$; V. $32\frac{7}{32}$; VI. $12\frac{9}{64}$ ℔.; wie viel verkaufte er in allen?

Ant. $220\frac{27}{64}$ ℔.

26) Zu einer gewöhnlichen Krämerwage pflegt man eine Anzahl von acht Gewichtern zu haben; davon eines 8 Loth; eines 4 Lt.; eines 2 Lt.; eines 1 Lt.; eines $\frac{1}{2}$ Lt.; eines $\frac{1}{4}$ Lt.; zwey jedes zu einem halben Quintchen, also wieder zusammen $\frac{1}{4}$ Lt. hält; was macht dieß zusammen?

Ant. 16 Lt.

27) Was betragen die Kosten zur Ausrüstung eines russischen Mousqueticrs, da man seine Leibsmontierung auf $5\frac{2}{3}$; seinen Mantel auf 2; seine Mousquete

auf 6; seine Patrontasche auf $\frac{3}{4}$; seinen Säbel auf $1\frac{1}{3}$ und seine Kuppel auf $\frac{1}{2}$ Rthlr. schätzt?

Ant. $16\frac{1}{4}$ Rthlr.

28) Wie hoch kömmt in Österreich das einfache Offizierpersonal eines Regiments jährlich, wenn der Sold eines jeden Oberstlieutenants $853\frac{1}{3}$; eines Majors $698\frac{7}{8}$; eines Kapitäns $564\frac{1}{4}$; eines Lieutenants $220\frac{1}{2}$; eines Fähndrichs $177\frac{3}{4}$ Rthlr beträgt?

Ant. $2514\frac{17}{24}$ Rthlr.

29) Was beträgt der Sold eines einfachen Offizierpersonals in Rußland bey einem Regimente, wenn der Oberst $1288\frac{7}{12}$; der Oberstlieutenant $915\frac{7}{8}$; der Major $335\frac{5}{8}$; der Kapitän $315\frac{2}{3}$; der Lieutenant $200\frac{7}{16}$; der Fähndrich $164\frac{7}{16}$ Rthlr. zieht?

Ant. $3220\frac{5}{8}$ Rthlr.

30) Zu Oberau, einem Dörfchen Baierns an der werdenfelsischen Gränze, besteht die Bauerschaft in folgenden Höfen: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{12}$; wie viele Höfe geben sie zusammen?

Ant. $2\frac{5}{8}$ Höfe.

Vierzehnter Abschnitt.

Von der Subtraktion der Brüche.

Wer das, was bisher von den Brüchen gelehret wurde, begriffen hat, dem wird das Subtrahiren der Brüche nicht schwer fallen. Es sind nur einige wenige Regeln, die jetzt folgen:

1) Haben die gegebenen Brüche gleiche Nenner; so ziehe man den kleinern Zähler vom größern ab, und setze den Nenner unverändert unter den Rest. Z. B.

$\frac{3}{5} - \frac{2}{5}$ fl. $= \frac{1}{5}$ fl.

Es ist offenbar, daß noch 1 Fünftel Gulden übrig bleibe, wenn man 2 Fünftel von 3 Fünfteln abzieht.

2) Haben aber die gegebenen Brüche verschiedene Nenner; so bringe man sie vorher unter einerley Benennung, und beobachte alsdann obige Regel. Z. B. Wie groß ist der Rest; wenn man $\frac{7}{12}$ Zentner von $\frac{5}{8}$ Zentnern abzieht?

		24	
Von	$\frac{5}{8}$	3 *	15
abgezogen	$\frac{7}{12}$	2 *	14
	bleibt	$\frac{1}{24}$ Zentner.	

		24	
Oder:	$\frac{5}{8}$		15
	$\frac{7}{12}$		14
	Rest	$\frac{1}{24}$ Zentner.	

Noch ein Paar Beyspiele zur Übung:

I.

		12	
	$\frac{2}{3}$	4	8
	$\frac{1}{4}$	3	3
Rest	$\frac{5}{12}$	lb.	

II.

		15	
	$\frac{4}{5}$	3	12
	$\frac{2}{3}$	5	10
Rest	$\frac{2}{15}$	Schäffl.	

III.

		63	
	$\frac{5}{7}$	9	45
	$\frac{4}{9}$	7	28
Rest	$\frac{17}{63}$	Loth.	

3) Soll ein Bruch von einer ganzen Zahl abgezogen werden; so entlehne man von derselben eine Einheit, verwandle sie in einen unächten Bruch, dessen Nenner gerade so groß ist, als jener des gegebenen Bruches, ziehe alsdann ab, und setze unter den Rest den nämlichen Nenner. Z. B.

Von 7 Metzen sollen $\frac{5}{8}$ abgezogen werden; wie viel bleibt noch übrig?

Von 7

abgezogen $\frac{5}{8}$ Oder: $7 - \frac{5}{8} = 6 + \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = 6\frac{3}{8}$.

bleibt $6\frac{3}{8}$ Metzen.

*) Geübte Rechner pflegen die einstelligen Quotienten, wie hier 3 und 2, nie anzusetzen, sondern sie behalten dieselben gleich im Kopfe, und multipliziren damit die Zähler, wie hier oben zur Rechten geschah.

Da man hier 5 Achtel von nichts nicht abziehen kann, so entlehnet man von der ganzen Zahl 7 eine Einheit, und verwandelt sie in den unächten Bruch $\frac{8}{8}$; weil der Nenner des gegebenen Bruches auch 8 ist; denn würde man die geborgte Einheit in einen andern unächten Bruch verwandeln z. B. in $\frac{1}{1}$, oder $\frac{2}{2}$, oder $\frac{3}{3}$, oder $\frac{4}{4}$, oder $\frac{5}{5}$ u. s. w.; so müßte man diesen unächten Bruch wieder mit dem gegebenen Bruche unter einerley Benennung bringen, welches eine ganz unnöthige Arbeit wäre: so aber hat man weiter nichts zu thun, als gleich abzuziehen, indem man sagt: 5 Achtel von 8 Achteln bleiben 3 Achtel; und bey den Ganzen: Nichts von 6 bleiben 6. Eben so verhält es sich auch mit folgenden Beyspielen:

I.	II.
Von 29	Von 400
abgezogen $\frac{3}{4}$	abgezogen $\frac{13}{20}$
bleiben $28\frac{1}{4}$ Maß.	bleiben $399\frac{7}{20}$ fl.

Um im ersten Beyspiele $\frac{3}{4}$ von 29 abziehen zu können, entlehne man 1 Ganzes, und betrachte es als $\frac{4}{4}$; weil im Subtrahenden auch Viertel sind. Von diesen 4 Vierteln nun 3 Viertel abgezogen, bleibt noch 1 Viertel übrig.

Im zweyten Beyspiele, wo man $\frac{13}{20}$ abziehen soll, betrachtet man das geborgte Ganze als $\frac{20}{20}$; und 13 Zwanzigstel von 20 Zwanzigsteln abgezogen, lassen noch 7 Zwanzigstel als Rest übrig.

Da das entlehnte Ganze allzeit so viel gilt, als des Bruches Nenner Einheiten hat; so darf man in

diesem Falle nur gleich den Zähler von dem Nenner abziehen, und die ganze Zahl um eins vermindert vor den Rest schreiben, als:

37 ℔. — $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ ℔. = $36\frac{1}{2}\frac{3}{4}$ ℔.

4) Sollen gemischte Brüche abgezogen werden; so ziehe man erst die Brüche und dann die ganzen Zahlen von einander ab. Z. B.

I.

Von $17\frac{4}{5}$

abgezogen $3\frac{3}{5}$

bleiben $14\frac{1}{5}$ Eimer.

II.

			12
Von	$146\frac{3}{4}$	3	9
abgezogen	$23\frac{2}{3}$	4	8

bleiben $123\frac{1}{1}\frac{1}{2}$ Rt.

5) Ist bey gemischten Zahlen der Bruch, der abgezogen werden soll, größer als derjenige, von dem abgezogen wird; so entlehne man von der ganzen Zahl des Minuenden eine Einheit, verwandle sie in einen Bruch, dessen Zähler und Nenner eben so groß sind, als der allgemeine Nenner ist, und bringe hierauf diesen Zähler, so wie auch denjenigen, von dem nicht abgezogen werden konnte, zusammen in eine Summe, und man wird bequem abziehen können. Z. B. Wie groß ist der Unterschied zwischen $27\frac{7}{8}$ und $14\frac{1}{1}\frac{1}{2}$?

24

Von	$27\frac{7}{8}$	3	21
			(45) Summe des Zählers 21 und des geborgten Ganzen 24.
abgezogen	$14\frac{1}{1}\frac{1}{2}$	2	22

bleiben $12\frac{2}{2}\frac{3}{4}$.

Nachdem man beyde Brüche $\frac{7}{8}$ und $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$ unter einerley Nenner gebracht hat, so sieht man gleich beym

ersten Anblicke, daß sich $\frac{2}{2}\frac{2}{4}$ von $\frac{2}{2}\frac{1}{4}$ nicht abziehen lassen; daher entlehnet man 1 bey 27, stellt sich diese geborgte Einheit als $\frac{2}{2}\frac{4}{4}$ vor, und zählt die $\frac{2}{2}\frac{1}{4}$ dazu. Die Summe ist 45. Von der auf diese Art erhaltenen Summe, die man entweder gleich im Sinne behält, oder auch über dem Subtrahenden anschreibt, kann nun bequem abgezogen werden, als: 22 **Vierundzwanzigstel** von 45 **Vierundzwanzigsteln** abgezogen, bleiben noch 23 **Vierundzwanzigstel** und mit den gebliebenen 12 **Ganzen** $12\frac{2}{2}\frac{3}{4}$.

Da auch in diesem Falle das entlehnte Ganze wieder so viel, als der allgemeine Nenner gilt; so darf man nur die ganze Zahl um eins vermindern, den Zähler des zu kleinen Bruches zu dem allgemeinen Nenner addiren, und den Zähler des Subtrahenden von der Summe abziehen. Z. B. Jemand hat $39\frac{1}{3}$ fl.; giebt aber davon aus $23\frac{5}{8}$ fl.; wie groß ist der Rest noch?

24

$39\frac{1}{3}$	8	8
		32 Summe aus 8 und 24.
$23\frac{5}{8}$	3	15

$15\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ fl.

Hier wird der allgemeine Nenner 24 gleich als Zähler der entlehnten Einheit betrachtet, und zu dem zu kleinen Zähler 8 addirt. Die Summe ist 32. Von dieser Summe $\frac{3}{2}\frac{2}{4}$ nun $\frac{1}{2}\frac{5}{4}$ abgezogen, bleiben noch $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ und im Ganzen $15\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ fl. Daß die entlehnte Einheit allzeit so viel, als des Bruches Nenner gelte, ist klar; denn das Ganze hat ja allzeit so viele Theile, als der Nenner Einheiten hat.

6) Hat man gebrochene, d. i. zusammengesetzte Brüche abzuziehen; so verwandle man sie vorher in einfache. Z. B. Wie viel beträgt der Rest, wenn man $68\frac{4}{5}$ von $100\frac{2}{3}$ abzieht?

$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{1}{6}$

30

$100\frac{1}{6}$	5	5
		35 Summe.
$68\frac{4}{5}$	6	24

$31\frac{11}{30}$.

Probe der Subtraktion.

Die Untersuchung der Subtraktion geschieht durch die Addition, indem man die abgezogene Zahl zu dem gefundenen Reste addirt. Die gefundene Summe muß der Zahl gleich seyn, von der man abgezogen hat. Z. B.

20

$29\frac{2}{5}$	4	8
		28
$17\frac{3}{4}$	5	15

Rest $11\frac{13}{20}$.

20

$17\frac{3}{4}$	5	15
$11\frac{13}{20}$	1	13

28 $\frac{28}{20}$ $= 1\frac{8}{20}$ $= 1\frac{2}{5}$.

+1

Probe $29\frac{2}{5}$.

Aufgaben zur Übung.

1) Fritz hatte $\frac{1}{3}$, Martin $\frac{2}{3}$ fl.; um wie viel hat Martin mehr?

Ant. Um $\frac{1}{3}$ fl.

2) Peter hat dem Paul $\frac{1}{4}$, ein andermal $\frac{3}{4}$ fl.; um wie viel aufs zweytemal mehr geliehen?

Ant. Um $\frac{1}{2}$ fl.

3) Karl erhielt an seinem Namenstage von seinem Vater $\frac{4}{5}$, von seiner Mutter $\frac{2}{5}$ fl.; um wie viel vom Vater mehr?

Ant. Um $\frac{2}{5}$ fl.

4) Von $\frac{4}{5}$ fl. verliere ich $\frac{3}{5}$ fl.; was bleibt mir noch?

Ant. $\frac{1}{5}$ fl.

5) Von $\frac{3}{4}$ fl. verzehre ich $\frac{1}{4}$ fl.; was habe ich noch baar?

Ant. $\frac{1}{2}$ fl.

6) Von $\frac{3}{20}$ fl. gebe ich $\frac{1}{20}$ fl. weg; was bleibt mir übrig?

Ant. $\frac{1}{10}$ fl.

7) Zwey Bauern vertauschen ihre zwey Wiesen; die eine hält $7\frac{5}{8}$, die andere $7\frac{3}{8}$ Tagwerk; um wie ist die erste größer als die letzte?

Ant. Um $\frac{1}{4}$ Tagwerk.

8) Einer bringt $6\frac{1}{2}$ Dutzend Strümpfe zum Verkaufe; davon verkaufter $3\frac{1}{2}$ Dutzend; wie viele Dutzend sind ihm noch übrig geblieben?

Ant. 3 Dtz.

9) Einer hätte $5\frac{1}{2}$ fl. zahlen sollen. Er überzählt sich aber, und zahlte $6\frac{1}{2}$ fl.; was gehört ihm wieder zurück?

Ant. 1 fl.

10) Ein Vater ist $60\frac{1}{2}$, der Sohn aber $25\frac{1}{2}$ Jahre alt; um wie viel ist der Vater älter?

Ant. Um 35 Jahre.

11) Von einer Erbschaft müssen laut des Testamentes $\frac{3}{8}$ den Armen abgegeben werden; wie viel bleibt den Freunden noch?

Ant. $\frac{5}{8}$.

12) Einer sollte 2 fl. bezahlen. Er hat aber nur einen halben Gulden; was geht ihm ab?

Ant. $1\frac{1}{2}$ fl.

13) Ein Kaufmann hat 4 Zt. Zucker. Davon verkauft er $\frac{4}{5}$ Zt.; wie viel bleibt ihm noch?

Ant. $3\frac{1}{5}$ Zt.

14) Das Sch. Weizen kostet 8 fl.; das Sch. Roggen $5\frac{1}{2}$ fl.; um wie viel ist der Weizen theurer, als der Roggen?

Ant. Um $2\frac{1}{2}$ fl.

15) Jemand hatte im Junius, da die Sonne am wärmsten schien, einen Diamant, der 4 Gran wog, in den Brennpunkt eines Brennspiegels gelegt, und gefunden, daß er, nachdem er geschmolzen, $3\frac{1}{2}$ Gran von seiner Schwere verloren. Woraus er geschlossen, daß man kleine Diamanten, um einen großen zu bekommen, nicht zusammen schmelzen könne, weil das Meiste von ihnen, ehe sie schmelzen, verrauchet. Nun fragt sichs: wie schwer ist dieser Diamant geblieben?

Ant. $\frac{1}{2}$ Gran.

16) Jemand hatte einen Magnetstein, der kaum ein Pfund gewogen. Ohne Armatur hat er nur $\frac{5}{12}$ eines Pfundes Eisens gezogen; mit der Armatur aber hat er 60 Pfund halten können; um wie viel hat er im zweyten Falle mehr, als im ersten gezogen?

Ant. $59\frac{7}{12}$.

17) Ein Wirth hat zweyerley Wein. Die Maß des ersten gilt $24\frac{1}{2}$, die Maß des zweyten 30 kr.; um wie viel gilt die Maß des zweyten mehr, als jene des ersten?

Ant. Um $5\frac{1}{2}$ kr.

18) Ein zum Einnetzen gegebenes Stück Tuch von 45 baierischen Ellen ist um $4\frac{1}{2}$ baierische Elle kürzer geworden; wie viele Ellen hat jetzt dieses Tuch?

Ant. $40\frac{1}{2}$ baierische Ellen.

19) $12\frac{1}{2}$ fl.; wie viel fehlen noch zu 24 fl.

Ant. $11\frac{1}{2}$ fl.

20) Ein Vater schickt seinem Sohne 100 fl. Kostgeld. Der leichtsinnige Sohn verspielt davon $36\frac{1}{2}$ fl.; wie viel bleibt ihm noch vom Kostgelde?

Ant. $63\frac{1}{2}$ fl.

21) Einer ist schuldig $\frac{4}{5}$ fl.; davon bezahlt er einen halben Gulden; was bleibt er noch schuldig?

Ant. $\frac{3}{10}$ fl.

22) Einer hat $\frac{3}{5}$ fl. im Sacke. Davon giebt er einen halben Gulden weg; wie viel hat er jetzt noch im Sacke?

Ant. $\frac{1}{10}$ fl.

23) Ein Goldschmied hat einen silbernen Becher mit der Bedingniß verkauft, daß er $\frac{3}{4}$ lb. wägen soll. Er hat aber nur ein halbes Pfund gewogen; wie viel gieng ab?

Ant. $\frac{1}{4}$ lb.

24) Ein Goldschmied bekömmt $\frac{3}{4}$ Mark Silber, einen Becher zu machen. Er braucht aber nur $\frac{2}{9}$ einer Mark; wie viel muß er noch zurück geben?

Ant. $\frac{19}{36}$.

25) Ein Kaufmann erhält $5\frac{1}{2}$ Zt. Baumöl, das Faß aber wiegt $\frac{3}{4}$ Zt.; wie viel hat er Öl?

Ant. $4\frac{3}{4}$ Zt.

26) Ein Schneider fordert zu einem Kleide $5\frac{3}{4}$, er braucht aber nur $4\frac{1}{2}$ Ellen; wie viel muß er wieder heraus geben?

Ant. $1\frac{1}{4}$ Elle.

27) Ein Wirth giebt dem Metzger für $7\frac{1}{3}$ fl. Bier; der Metzger aber lieferte dem Wirthe für $4\frac{1}{2}$ fl. Fleisch; was bleibt der Metzger dem Wirthe noch schuldig?

Ant. $2\frac{5}{6}$ fl.

28) Ein Zinngießer liefert $2\frac{1}{2}$ Zt. neues Zinn, erhält aber altes dagegen, welches er für $1\frac{1}{4}$ Zt. gelten läßt; was macht dieser Abzug?

Ant. $1\frac{1}{4}$ Zt.

29) Ein Kupferschmied macht einem Bräuer eine Pfanne von $10\frac{3}{5}$ Zt.; erhält aber die alte entgegen, welche er für $4\frac{1}{2}$ Zt. gelten läßt; was macht dieser Abzug?

Ant. $6\frac{1}{10}$ Zt.

30) Ein Melber kauft $12\frac{5}{6}$ Sch. Weizen: Da brechen zwey Säcke, und er verliert $1\frac{5}{7}$ Sch.; wie viel hat er jetzt noch Weizen?

Ant. $11\frac{5}{42}$ Sch.

31) Ein Kaufmann hat $10\frac{3}{20}$ Zt. Öl. Davon verkauft er anderthalb Zentner; was bleibt ihm noch?

Ant. $8\frac{13}{20}$ Zt.

32) Ein Weinwirth kauft $25\frac{4}{15}$ Eimer Wein. Da bricht ein Faß, und es verlaufen sich dritthalb Eimer; was bleibt ihm noch?

Ant. $22\frac{23}{30}$ Eim.

33) Von $13\frac{3}{8}$ Morgen Feldes sollen $5\frac{1}{6}$ Morgen weggenommen werden; was bleibt noch übrig?

Ant. $8\frac{5}{24}$ Morgen.

34) Von einem Stücke Tuch, das $35\frac{3}{4}$ Ellen hält, werden $18\frac{2}{3}$ Ellen herunter gemessen; was bleibt noch?

Ant. $17\frac{1}{12}$ Ellen.

35) Von einem Käslaibe, der $15\frac{1}{4}$ ℔. hielt, wurden $9\frac{3}{4}$ ℔. weggewogen; was hält der Rest noch?

Ant. $5\frac{1}{2}$ ℔.

36) Einer hat einzunehmen $24\frac{1}{3}$ fl.; entgegen hat er zu bezahlen $20\frac{1}{2}$ fl.; wie viel hat er Überschuß?

Ant. $3\frac{5}{6}$ fl.

37) Ein Zimmer ist $18\frac{3}{10}$ Schuh lang, und $11\frac{5}{6}$ Schuh breit; um wie viel ist es länger, als breit?

Ant. Um $6\frac{7}{15}$ Schuh.

38) Ein Handlungsjunge wurde ausgeschickt, gegen eine Anweisung $164\frac{1}{3}$ Rthlr. einzukassiren. Als er das Geld zurück brachte, und es nachgezählt wurde, fanden sich nur $162\frac{1}{2}$ Rthlr.; wie groß war der Abgang?

Ant. $1\frac{5}{6}$ Rthlr.

39) Ein Bräuer hat von $200\frac{1}{2}$ Sch. Gersten $109\frac{1}{3}$ Sch. verbraut; wie viel hat er noch auf dem Kasten?

Ant. $91\frac{1}{6}$ Sch.

40) Ein Bauer muß $421\frac{1}{3}$ fl. Steuer geben, hat aber daran schon $359\frac{1}{2}$ fl. erlegt; was muß er noch erlegen?

Ant. $61\frac{5}{6}$ fl.

41) In einer Kassa befinden sich $654\frac{2}{3}$ Thlr. Davon wurden $456\frac{1}{2}$ Thlr. ausbezahlt; was bleibt noch in der Kassa?

Ant. $198\frac{1}{6}$ Thlr.

42) Bey einem Feuer von $740\frac{3}{4}$ Wärmegraden nach fahrenheitischem Thermometer schmilzt Zink*); hingegen erst Kupfer bey $1449\frac{1}{2}$; um wie viel Grade ist Kupfer härter als Zink zu schmelzen?

Ant. Um $708\frac{3}{4}$ Grad.

43) Ein Obristlieutenant zieht in russischen Diensten jährlich $915\frac{7}{8}$ Rthlr.; in Österreich aber $852\frac{1}{3}$ Rthlr.; um wie viel ist der Sold des ersten größer?

Ant. Um $63\frac{13}{24}$ Rthlr.

44) Amerika soll $572110\frac{1}{8}$; Europa $171834\frac{5}{6}$ Quadratmeilen haben; um wie viel ist Amerika größer als Europa?

Ant. Um $400275\frac{7}{24}$ Quadratmeilen.

45) Die Länge des Tages ist zu Anfange

des Jäners	=	$8\frac{4}{15}$ Stunden.
des Hornungs	=	$9\frac{11}{30}$ „
des Märzes	=	$10\frac{27}{30}$ „
des Apriles	=	$12\frac{7}{10}$ „
des Mayes	=	$14\frac{1}{3}$ „
des Junius	=	$15\frac{17}{30}$ „
des Julius	=	$15\frac{23}{30}$ „
des Augustes	=	$14\frac{4}{5}$ „
des Septembers	=	$13\frac{7}{30}$ „
des Oktobers	=	$11\frac{8}{15}$ „

*) Ein weißbläulichtes Halbmetall.

des Novembers = = 9 $\frac{4}{5}$ Stunden.
des Dezembers = = 8 $\frac{1}{2}$ „

Wie viel nimmt der Tag von Monat zu Monat zu oder ab?

Ant. Der Tag wächst

	Stunden.	Minuten.
im Jäner um = =	1	6
im Hornung um = =	1	32
im Märze um = =	1	48
im Aprile um = = =	1	38
im Maye um = = =	1	14
im Juny um = = =	—	12
im July nimmt er ab um =	—	58
im Auguste um = =	1	34
im September um = =	1	42
im Oktober um = =	1	44
im November um = =	1	18
im Dezember um = =	—	14

Fünfzehnter Abschnitt.

Von der Multiplikation der Brüche.

1) Soll ein Bruch mit einer ganzen Zahl multiplizirt werden; so multiplizire man bloß den Zähler des Bruches mit der gegebenen ganzen Zahl, und lasse den Nenner unverändert; der daraus entstandene neue Bruch ist das gesuchte Produkt. Z. B. Es sollen $\frac{5}{8}$ mit 4 multiplizirt werden:

$$\frac{5}{8} \text{ fl.} \times 4 = \frac{20}{8} = 2\frac{4}{8} = 2\frac{1}{2} \text{ fl.}$$

Den Bruch $\frac{5}{8}$ mit 4 multipliziren heißt, $\frac{5}{8}$ 4mal nehmen, und 4mal 5 Achtel sind $\frac{20}{8}$, welche nach der Reduktion $2\frac{1}{2}$ fl. geben.

Eben dieses Produkt kann man auch noch auf eine andere etwas bequemere Art finden, welche auf folgender Bedingung beruht:

Wenn der Multiplikator im Nenner des Bruches ohne Rest aufgeht; so dividire man ihn damit, und lasse den Zähler unverändert.

Denn durch die Division des Nenners macht man den Bruch eben so vielmal größer, so vielmal der Nenner kleiner wird. Das obige Beyspiel $\frac{5}{8}$ fl. × 4 wird demnach also behandelt:

$$\frac{5}{8} : 4 = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \text{ fl.}$$

Wenn man nach der ersten Regel in dem Bruche $\frac{5}{8}$ den Zähler 5 mit der ganzen Zahl 4 multiplizirt; so erhält man den Bruch $\frac{20}{8}$; dividirt man aber dagegen nach der letzten Regel den Nenner 8 durch eben diese ganze Zahl 4, so bekömmt man den Bruch $\frac{5}{2}$. Allein diese beyden Brüche $\frac{20}{8}$ und $\frac{5}{2}$ sind einander gleich; denn bey dem ersten ist zwar das Ganze in viermal mehr Theile getheilt, und folglich ist auch jeder der einzelnen Theile viermal kleiner, als bey dem letzten; aber von diesen viermal kleinern Theilen sind auch in dem ersten Bruche $\frac{20}{8}$ gerade viermal so viel genommen, als in dem letzten Bruche $\frac{5}{2}$ von den viermal größern Theilen des Ganzen genommen sind. Es ist demnach bey der Multiplikation der Brüche immer gleich viel, ob man den Zähler des Bruches mit der ganzen Zahl multiplizirt, oder den Nenner desselben ohne Rest damit dividirt. Weil man aber allemal gerne einen Bruch durch seine kleinsten Zahlen ausdrückt; so ist es, wenn die Division aufgeht, allzeit vortheilhafter, einen Bruch mit einer ganzen Zahl nach der letztern Regel, als nach der ersten zu multipliziren.

2) Soll eine ganze Zahl mit einem Bruche multiplizirt werden; so multiplizire man die ganze Zahl mit des Bruches Zähler, und

dividire das Produkt durch den Nenner; so ist das gesuchte Produkt gefunden. Z. B.

$$8 \times \tfrac{3}{4} \text{ fl.} = \tfrac{24}{4} = 6 \text{ fl.}$$

Eine ganze Zahl mit einem Bruche multipliziren heißt sie so vielmal nehmen, als der Bruch anzeigt. Eine Zahl $\frac{1}{2}$ mal nehmen heißt demnach nichts anders, als sie durch 2 dividiren, oder ihre Hälfte nehmen. Eine Zahl $\frac{1}{3}$ mahl nehmen heißt sie durch 3 theilen u. s. w. Eben so heißt, eine Zahl $\frac{2}{3}$ mal nehmen, eigentlich dieß; man soll den dritten Theil derselben 2mal nehmen. Wenn also $\frac{1}{3}$ mal nehmen eigentlich durch 3 theilen heißt; so ist $\frac{2}{3}$ mal nehmen so viel, als durch 3 theilen, und was herauskömmt, mit 2 multipliziren. In unserem Beyspiele also heißt die ganze Zahl 8 mit $\frac{3}{4}$ multipliziren oder sie $\frac{3}{4}$ mal nehmen nichts anders, als die Zahl 8 durch den Nenner 4 dividiren, und den gefundenen Quotient 2 mit dem Zähler 3 multipliziren. Der Multiplikator $\frac{3}{4}$ verlangt 3mal den 4ten Theil von 8 fl. zu nehmen. Der 4te Theil von 8 fl. beträgt 2 fl., und 3mal so viel sind also 6 fl. Nach dieser Erläuterung muß man also der gegebenen Regel zuwider die ganze Zahl mit dem Nenner des Bruches zuerst dividiren, und den so gefundenen Quotient mit dem Zähler multipliziren. Allein das Produkt bleibt das nämliche, wenn auch in verkehrter Ordnung die ganze Zahl zuerst mit dem Zähler des Bruches multiplizirt, und das so gefundene Produkt mit dem Nenner dividirt wird, wie aus Folgendem zu ersehen ist:

Das obige Beyspiel

nach der gegebenen Regel $8 \times \frac{3}{4} = \frac{8 \times 3}{4} = \frac{24}{4} = 6$;

nach der Erläuterung $8 \times \frac{3}{4} = 8 : 4 = 2 \times 3 = 6$.

Es ist allerdings vortheilhafter, wenn man die ganze Zahl zuerst durch den Nenner des Multiplikators dividirt, und den Quotient mit dem Zähler multiplizirt; da sich aber die ganze Zahl durch den Nenner des Multiplikators nicht immer genau ohne Rest theilen läßt, so muß man gleichwohl nach der allgemeinen Regel verfahren.

Eine ganze Zahl mit einem Bruche, oder einen Bruch mit einer ganzen Zahl multipliziren ist im Grunde Eins; denn eine ganze Zahl und ein Bruch geben allzeit einerley Produkt, man mag jene mit diesem, oder diesen mit jener multipliziren. Z. B. $\frac{2}{3}$ dreymal genommen giebt $\frac{6}{3}$ oder 2 Ganze, und der dritte Theil von 3 zweymal genommen giebt gleichfalls 2 zum Produkte. Demnach schmelzen die zwey allgemeinen Regeln von Nro. 1. und 2. in Eine zusammen.

Nun noch einige Beyspiele, in welchen der Nenner durch den Multiplikator dividirt, und das Produkt auf dem verkürzten Wege der Division gefunden werden kann:

$\frac{3}{16} \times 4$ kr. $= \frac{3}{4}$ Kreuzer.

$\frac{5}{6} \times 3$ fl. $= \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ fl.

$\frac{8}{9} \times 3$ Zt. $= \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ Zentner.

$5 \times \frac{9}{10}$ Ib. $= \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ Ib.

$8 \times \frac{7}{16}$ Ell. $= \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ Elle.

$3 \times \frac{2}{3}$ dl. $= \frac{2}{1} = 2$ Pfennige.

$4 \times \frac{3}{4}$ hl. $= \frac{3}{1} = 3$ Häller.

$\frac{5}{6} \times 6$ Sch. $= \frac{5}{1} = 5$ Schäffel.

$8 \times \frac{7}{8}$ Eim. $= \frac{7}{1} = 7$ Eimer.

3) Wenn ein Bruch durch einen andern Bruch multiplizirt werden soll; so multipliziere man die beyden Zähler mit einander, ingleichen auch die beyden Nenner mit einander; jenes Produkt ist der Zähler, dieses aber der Nenner des gesuchten Bruches. Z. B.

$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.

Einen Bruch mit einem andern Bruche multiplizieren heißt den ersten in so viele Theile theilen, als der Nenner des zweyten anzeigt, und was herauskömmt, so vielmal nehmen, als der Zähler des zweyten Bruches Einheiten enthält, das ist:

$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{3} : 5 \times 4 = \frac{2}{3 \times 5} \times 4 = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$.

Wenn man aber sogleich Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplizirt; so kömmt das nämliche Produkt zum Vorschein.

Wäre hier von Gulden die Rede, so hieß da multipliziren so viel, als zwey Drittel eines Gulden vier fünftelmal nehmen. $\frac{1}{3}$ fl. macht 20 kr., und $\frac{2}{3}$ also 40 kr. Von diesen nun soll ich $\frac{4}{5}$ nehmen. $\frac{1}{5}$ von 40 kr. ist 8. also $\frac{4}{5} = 32$ kr., und diese sind $\frac{8}{15}$ fl.; denn der 15te Theil eines Gulden ist 1 Batzen, und 8 solche Theile also 8 Batzen oder 32 kr.

4) Wenn mehr als zwey Brüche durch einander multiplizirt werden sollen; so multiplizire man zuerst den ersten und zweyten, dann das herausgekommene Produkt mit dem dritten, und das so gefundene neue Produkt wieder mit dem vierten Bruche u. s. f. Z. B.

$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$.

Zuerst $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{6}$; dann $\frac{2}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{24}$; endlich $\frac{6}{24} \times \frac{4}{5} = \frac{24}{120}$.

Man kann auch zuerst sämmtliche Zähler, und dann sämmtliche Nenner durch einander multipliziren, als:

Zähler $2 \times 1 = 2 \times 3 = 6 \times 4 = 24$

Nenner $3 \times 2 = 6 \times 4 = 24 \times 5 = 120$ $\quad \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$.

Es ist auffallend, daß bey der Multiplikation der Brüche das Produkt im Gegensatze mit der Multiplikation in ganzen Zahlen seinem innerlichen Werthe nach allemal kleiner werde, als jeder Faktor insbesondere. Allein man wird sich an dieser Erscheinung nicht mehr stoßen, sobald man betrachtet, daß in eben dem Grade, in welchem **der Multiplikator abnimmt**, auch **das Produkt abnehmen müsse**, und dieß besonders bey Brüchen, wo der Multiplikator keine ganze Einheit ist. Z. B.

Multiplikator		Multiplikand		Produkt
5	×	6	=	30
4	×	6	=	24
3	×	6	=	18
2	×	6	=	12
1	×	6	=	6
$\frac{1}{2}$	×	6	=	3
$\frac{1}{3}$	×	6	=	2
$\frac{1}{4}$	×	6	=	$1\frac{1}{2}$
$\frac{1}{6}$	×	6	=	1
$\frac{1}{8}$	×	6	=	$\frac{3}{4}$

Das Beyspiel $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ wird noch mehr Aufschluß geben; denn multipliziren heißt, wie schon erwähnt, ja nichts anders, als eine Zahl (hier $\frac{2}{3}$) so vielmal nehmen, als Einheiten die andere (hier $\frac{1}{2}$) enthält. Diese andere Zahl aber enthält keine ganze Einheit, sondern nur eine halbe, folglich darf auch $\frac{2}{3}$ nicht ganz, sondern nur halbmal genommen werden, und diese Hälfte ist offenbar $\frac{1}{3}$.

5) Sind gemischte Brüche mit einander zu multipliziren; so verwandle man sie vorher in reine Brüche, und verfahre alsdann nach der dritten Regel. Z. B.

$$\frac{3\frac{1}{2} \times 7\frac{5}{6}}{\frac{7}{2} \times \frac{47}{6}} = \frac{329}{12} = 27\frac{5}{12} \text{ Produkt.}$$

6) Eben so verfährt man auch, wenn ein gemischter Bruch mit einem reinen, oder umgekehrt, ein reiner Bruch mit einem gemischten multiplizirt werden soll. Z. B.

I.

$$\frac{2\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}}{\frac{9}{4} \times \frac{3}{5}} = \frac{27}{20} = 1\frac{7}{20}.$$

II.

$$\frac{\frac{2}{3} \times 4\frac{3}{4}}{\frac{2}{3} \times \frac{19}{4}} = \frac{38}{12} = 3\frac{2}{6}.$$

Ein Vortheil,

der sich nicht selten anwenden läßt, und die Arbeit beträchtlich abkürzet, ist folgender:

Wenn sich in dem einen Bruche der Zähler und in dem andern der Nenner durch eine ausfindig gemachte Zahl ohne Rest theilen läßt; so kann man beyde dadurch

abkürzen oder gar aufheben, wobey man die dividirten Zahlen ausstreicht, und den Quotient des Zählers über den durchstrichenen Zähler; den Quotient des Nenners aber unter den durchstrichenen Nenner schreibt. Z. B.

I.

$$\begin{array}{lll} & 8 & 2 \\ \text{Erwählter Divisor } 5) & \cancel{40} & \cancel{18} \\ \text{Erwählter Divisor } 9) & \cancel{81} & \cancel{35} \\ & 9 & 7 \end{array} \times = \frac{16}{63}.$$

Hier läßt sich im ersten Bruche der Zähler 40 und im zweyten der Nenner 35 durch den erwählten Divisor 5 theilen. Überdieß kann man auch noch im ersten Bruche den Nenner 81 und im zweyten den Zähler 18 durch die erwählte Zahl 9 dividiren. Nach der Abkürzung erhält man anstatt der großen Brüche die viel bequemeren $\frac{8}{9}$ und $\frac{2}{7}$, welche in einander multiplizirt $\frac{16}{63}$ zum Produkte geben. Ohne diese Abkürzung sieht das Beyspiel also aus:

$$\begin{array}{ll} 40 & 18 \\ \cancel{81} & 35 \\ 18 & 81 \\ \hline 320 & 35 \\ 40 & 280 \\ \hline \text{Zähler-Produkt } 720 & 2835 \text{ Produkt d. beyd. Nenner.} \end{array} \times$$

$$\text{Antwort: } \frac{720}{2835} \overset{5}{|} \frac{144}{567} \overset{9}{|} \frac{16}{63}.$$

II.

$12\frac{4}{5} \times 5\frac{5}{8}$

8) $\frac{64}{5} \times \frac{45}{8} = \frac{72}{1} =$ 72 Ganzen.

5)

1 1

III.

$7\frac{3}{4} \times 32$

8

4) $\frac{31}{4} \times \frac{32}{1} = \frac{248}{1} =$ 248 Ganzen.

1

In den Fällen, wo ganze Zahlen mit Brüchen zu multipliziren sind, kürzet man allemal die ganze Zahl und den Nenner des Bruches ab; daher dividirte man in dem letzten Beyspiele den Nenner 4 und die ganze Zahl 32 durch 4.

Wiederhohlung der gegebenen Regeln in ausgearbeiteten Beyspielen.

I. $\frac{1}{6} \times 3$ fl. $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ fl.

oder $\frac{1}{6} \times 3$ fl. $= \frac{1'}{2}$ fl.

II. $7 \times \frac{3}{1}\frac{3}{4}$ Zt. $= \frac{2}{1}\frac{1}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ Zent.

oder $7 \times \frac{3}{1}\frac{3}{4}$ Zt. $= \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ Zentner.

III. $\frac{2}{9} \times \frac{5}{8}$ lb. $= \frac{1}{7}\frac{0}{2} = \frac{5}{3}\frac{}{6}$ lb.

IV. $\frac{3}{4} \times \frac{6}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{7}{8}$ Sch. $= \frac{2}{6}\frac{5}{7}\frac{2}{2} = \overset{84}{\frac{3}{8}}$ Sch.

S

V. $\frac{2\frac{3}{4} \times 6\frac{2}{3} \times 3\frac{1}{2}}{\frac{11}{4} \times \frac{20}{3} \times \frac{7}{2}} = \frac{1540}{24} = 64\frac{4}{24} = 64\frac{1}{6}$ Zoll.

VI. $\frac{8\frac{3}{7} \times \frac{3}{5}}{5\frac{9}{7} \times \frac{3}{5}} = \frac{177}{35} = 5\frac{2}{35}$ Eimer.

Die Probe der Multiplikation

findet man am Ende der Bruch = Division Seite 288.

Aufgaben zur Übung.

1) Bey Mark. Kap. 12. lesen wir: Die arme Wittwe habe 2 Minuta geopfert; wie viel beträgt dieß nach unserm Gelde, da 1 Minutum $\frac{9}{32}$ eines Pfennigs ausmacht?

Ant. $\frac{9}{16}$ pf.

2) Da ein Silberling, um derer 30 unser Heiland vom Judas verrathen wurde, nach unserer Münze einen halben Rthlr werth gewesen; um wie viel Geld ist unser Herr an seine Feinde verkauft worden?

Ant. Um 15 Rthlr.

3) Eine Wiese bringt jährlich 16 Thlr. ein; wie viel kömmt auf $\frac{3}{4}$ derselben Wiese?

Ant. 12 Thlr.

4) Eine Wiese bringt 13 Thlr. Nun will das Dorf $\frac{2}{3}$ davon für sich allein nützen; was muß es geben?

Ant. $8\frac{2}{3}$ Thlr.

5) Einer verkauft einen Eimer Wein für 25 Thlr. Davon will der Käufer einem andern, in eben dem

Preise, den er gehabt, $\frac{1}{3}$ lassen; was hat dieser dafür zu bezahlen?

Ant. $8\frac{1}{3}$ Thlr.

6) Ein Bauer hat ein Vermögen von 524 fl.; er gewinnt in einem glücklichen Jahre den $\frac{3}{4}$ Theil desselben; wie groß ist in diesem Jahre sein Gewinn?

Ant. 393 fl.

7) Ein Bauer muß jährlich $60\frac{1}{2}$ fl. Gülte geben; was beträgt dieß in 6 Jahren?

Ant. 363 fl.

8) Ein Bräuer kauft von 6 Bauern Gerste, von jedem $40\frac{1}{3}$ Sch.; wie viel kauft er in allen?

Ant. 242 Sch.

9) 10 Personen verzehren, jede anderthalb fl.; was war die ganze Verzehrung?

Ant. 15 fl.

10) Bey Luk. Kap. 19. lesen wir: Der fromme und getreue Knecht habe mit 1 ℔., welches bey uns $12\frac{1}{2}$ Rthlr. beträgt, 10 ℔. erworben; was macht dieß nach unserer Münze?

Ant. 125 Rthlr.

11) Eine Rolle Laubthaler hielt 69 Stücke; wie viel machte dieß in Gulden, wenn jeder $2\frac{3}{4}$ fl. galt?

Ant. $189\frac{3}{4}$ fl.

12) Was machen 740 Duk. zu $5\frac{1}{3}$ fl. in Gulden?

Ant. $3946\frac{2}{3}$ fl., oder 3946 fl. 40 kr.

13) Einen Brunnen zu graben wird ein viereckigter Platz ausgesteckt, welcher $\frac{7}{8}$ Klafter lang, und $\frac{3}{5}$ breit ist; was macht dieß im Quadratinhalte?

Ant. $\frac{21}{40}$ beynahe eine halbe Quadratklafter.

14) Ein viereckigtes Hausgärtchen hat in der Länge $\frac{3}{8}$, und in der Breite $\frac{2}{5}$ Ruthen; was ist der Inhalt?

Ant. $\frac{3}{20}$ Quadratruthen.

15) Welches ist der Quadratinhalt einer Tafel, die $\frac{3}{4}$ Fuß lang, und $\frac{2}{3}$ Fuß breit ist?

Ant. $\frac{1}{2}$ Quadratfuß.

16) Wenn man sich in einem Spiegel von der Scheitel bis auf die Fußsohle sehen soll, muß er die Hälfte von unserer Länge haben. Ein Mann ist $6\frac{1}{3}$ Schuh hoch, wie groß muß der Spiegel seyn?

Ant. $3\frac{1}{6}$ Schuh.

17) Ein Krämer verkauft $5\frac{1}{2}$ Stücke Tuch, gewinnt aber an jedem $2\frac{1}{2}$ fl.; was ist sein ganzer Gewinn?

Ant. $13\frac{3}{4}$ fl.

18) $5\frac{1}{2}$ Ellen holländ. Tuch zu $7\frac{3}{5}$ fl.; was ist der Betrag?

Ant. 41 fl. 48 kr.

19) $12\frac{1}{4}$ Ellen engl. Tuch zu $5\frac{3}{5}$ fl.; was ist der Betrag?

Ant. 68 fl. 36 kr.

20) $7\frac{1}{2}$ Dtz Strümpfe zu $24\frac{1}{3}$ fl.; was ist der Betrag?

Ant. 182 fl. 30 kr.

21) $36\frac{2}{3}$ Dtz. seidene Halstücher zu $23\frac{3}{4}$ fl.; was ist der Betrag?

Ant. 870 fl. 50 kr.

22) $278\frac{3}{4}$ Ellen Kamelotte zu $\frac{4}{5}$ fl.; was ist der Betrag?

Ant. 223 fl.

23) Ein viereckigter Saal ist $64\frac{2}{3}$ Fuß lang, und $36\frac{3}{4}$ Fuß breit; wie viele Menschen können darin stehen, wenn man auf Einen 1 Quadratfuß rechnet?

Ant. 2376 Menschen, und $\frac{1}{2}$ Quadratfuß Raum bleibt noch übrig?

24) Ein Förster fand bey der Prüfung eines Klaftermaaßes, daß die Länge nur $5\frac{4}{11}$, die Höhe $5\frac{3}{4}$, und die Scheiterlänge $3\frac{1}{3}$ Schuh baierischen Maaßes habe. Wie viele Kubikschuhe mag wohl so eine Klafter halten?

Ant. $102\frac{5}{6}\frac{3}{6}$ Kubikfuß.

25) Welches ist der Kubikinhalt eines Grabens, der 120 Ruthen lang, $2\frac{1}{2}$ Ruthen breit, und $1\frac{1}{4}$ Ruthe tief ist?

Ant. 375 Kubikruthen.

26) Welches ist der Kubikinhalt einer Mauer, die $80\frac{3}{4}$ Fuß lang, $16\frac{1}{2}$ Fuß hoch, und $2\frac{2}{3}$ Fuß dick ist?

Ant. 3553 Kubikfuß.

Sechzehnter Abschnitt.

Von der Division der Brüche.

Einen Bruch durch einen andern dividiren heißt untersuchen, wie vielmal der eine Bruch (der Divisor) in dem andern Bruche (dem Dividenden) enthalten sey. Man schreibt bey der Verrichtung der Bruchdivision gewöhnlich den Divisor zur Rechten des Dividenden, und setzt das Divisionszeichen (:) dazwischen; wobey man sich aber sehr in Acht nehmen muß, daß man den Divisor nicht mit dem Dividenden verwechsele, indem eine ganz unrichtige Antwort zum Vorschein kommen würde. Den Grund des Verfahrens der Bruch-Division wird man am Beßten einsehen, wenn man den beyden Brüchen gleiche Nenner verschafft, und alsdann die Division bloß mit den Zählern als den eigentlichen Zahlen der Brüche vornimmt. Die folgenden Fälle werden über das Ganze näheren Aufschluß geben:

1) Wenn ein Bruch durch eine ganze Zahl dividirt werden soll; so dividire man mit der-

selben den Zähler des Dividendbruches, und schreibe unter das, was herauskömmt, den unveränderten Nenner: der dadurch erhaltene neue Bruch ist der gesuchte Quotient. Z. B. 2 Personen bekommen für Verrichtung einer gewissen Arbeit $\frac{4}{5}$ fl.; wie viel trifft Eine?

$\frac{4}{5} : 2 = \frac{2}{5}$ fl. Oder: $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4:2}{5} = \frac{2}{5}$ fl.

Da hier 2 Personen 4 **Fünftel** eines Guldens (das ist 4 Zwölfer nach unserer Münze) unter sich gleich zu vertheilen haben; so ist es ganz klar, daß eine jede Person 2 **Fünftel** (oder 2 Zwölfer) treffen.

Diese Art, den Zähler zu dividiren, ist allerdings vortheilhaft; aber nur in dem Falle anwendbar, wenn der Zähler ohne Rest dividirt werden kann; im Gegentheile verfährt man nach folgender Regel, die **allzeit** Statt findet:

Wenn ein Bruch durch eine ganze Zahl dividirt werden soll; so multiplizire man mit derselben bloß den Nenner des gegebenen Dividendbruches, und behalte den Zähler unverändert: der neue gefundene Bruch ist der gesuchte Quotient. Z. B. 2 Personen sollen $\frac{1}{2}$ fl. theilen; was erhält eine?

$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$ fl. Oder: $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$ fl.

Weil sich hier der Zähler 1 durch die ganze Zahl 2 nicht theilen läßt, und man nur wiederum einen unregelmäßigen Bruch finden würde; so multiplizirt man anstatt dessen den Nenner 2 mit der ganzen Zahl 2, und der neue Bruch $\frac{1}{4}$ ist der gesuchte Quotient; denn der Bruch wird durch dieses Verfahren eben so vielmal

kleiner gemacht, als man seinen Nenner vergrößerte, und der so verminderte neue Bruch $\frac{1}{4}$ zeigt den Antheil an, den jede Person erhält.

Daß hier der Quotient kleiner ausfalle, als der Dividend ist, ist ganz natürlich; denn $\frac{1}{2}$ fl. durch 2 theilen, heißt die Hälfte davon nehmen, und die Hälfte von einem halben Gulden ist offenbar $\frac{1}{4}$ fl. oder 1 Fünfzehner, welchen man findet, wenn man entweder den Zähler 2mal kleiner, oder den Nenner 2mal größer macht. Befolgt man das letztere, so heißt es: $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$ fl., und macht man nach dem erstern den Zähler 1 zweymal kleiner; so heißt es: $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1 : 2}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$.

2) Wenn eine ganze Zahl durch einen Bruch dividirt werden soll; so multiplizire man die ganze Zahl mit dem Nenner des Bruches, und dividire das, was herauskömmt, mit des Bruches Zähler. Z. B. Jemand erhält ein Fäßchen Wein von 45 Maß. Wie viel braucht er Dreyquartbouteillen, wenn er selben darein abziehen will?

$$45 : \frac{3}{4} = \frac{45 \times 4}{3} = \frac{180}{3} = 60 \text{ Bouteillen.}$$

Oder: $45 : \frac{3}{4} = \frac{180}{3} = 60.$

Wenn man hier die ganze Zahl 45 mit dem Nenner 4 multiplizirt; so werden diese 45 Maß in 180 Viertelmaß oder Quarte verwandelt; und wenn man dann das Produkt 180 durch den Zähler 3 dividirt; so erhält man den Quotient 60, welcher anzeigt, daß sich 3 Quarte von 180 Quarten 60 mal abziehen lassen, folglich 60 Dreyquartbouteillen nöthig seyen.

3) Soll ein Bruch durch einen andern Bruch dividirt werden; so bringe man vorher beyde unter einerley Benennung (wenn sie nicht ohnehin schon gleich ist), und dividire alsdann des Dividenden Zähler durch den Zähler des Divisors. Z. B. Wie vielmal stecken $\frac{2}{5}$ fl. in $\frac{3}{4}$ fl.?

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{15}{20} : \frac{8}{20} = 15 : 8 = 1\frac{7}{8}.$$

Da man hier durch die Division erfahren will, wie vielmal sich der Bruch $\frac{2}{5}$ fl. von dem Bruche $\frac{3}{4}$ fl. subtrahiren lasse, bey der Subtraktion aber die Nenner (wenn sie gleich nicht in die Rechnung kommen) wegen der Gleichartigkeit der Theile einerley seyn müssen; so sieht man leicht ein, daß man die beyden Brüche vor der Theilung unter einerley Benennung bringen müsse. Hat man nun gleiche Nenner hergestellt, alsdann dividirt man den Zähler des Dividendbruches 15 durch des Divisors Zähler 8, und der Quotient ist $1\frac{7}{8}$, welcher anzeigt, daß sich der Bruch $\frac{2}{5}$ fl. von dem Bruche $\frac{3}{4}$ fl. $1\frac{7}{8}$ mal abziehen lasse, oder daß der Divisor in dem Dividenden $1\frac{7}{8}$ mal enthalten sey. Hätte man die Aufgabe schon mit gleichen Nennern vorgelegt, als: „Wie vielmal stecken $\frac{8}{20}$ fl. in $\frac{15}{20}$ fl.“ so hätte man sogleich des Dividenden Zähler durch des Divisors Zähler dividirt, als: $15 : 8 = 1\frac{7}{8}$; da aber in der Aufgabe ungleiche Nenner waren; so mußte man sie vorher unter eine gleiche Benennung bringen, wenn sie übrigens gleich nicht in die Rechnung kommen.

Da nun der gemeinschaftliche Nenner gar nicht in die Rechnung kömmt, und das Geschäft bloß die Zähler als die eigentlichen Zahlen der Brüche allein

angeht; so ist es vortheilhafter, wenn man nach folgender Regel zu Werke geht:

Man multiplizire kreuzweis des Dividenden Zähler mit des Divisors Nenner, und des Dividenden Nenner mit des Divisors Zähler: das erste Produkt ist der Zähler, das zweyte aber der Nenner des gesuchten Bruches. Das oben angeführte Beyspiel kömmt demnach also zu stehen:

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8} \text{ mal.}$$

Hier wird der Regel gemäß des Dividenden Zähler 3 mit des Divisors Nenner 5 multiplizirt; das Produkt 15 ist der Zähler. Multiplizirt man nun auch des Dividenden Nenner 4 mit des Divisors Zähler 2; so giebt das Produkt 8 den Nenner, und der gesuchte Quotient $\frac{15}{8}$ ist gefunden.

Sollte aber diese einfache Verfahrungsart nicht den verdienten Beyfall finden; so kann diese Regel dahin abgeändert werden:

Man multiplizire den Dividend mit dem umgekehrten Divisor, das heißt, man mache den Zähler des Divisors zum Nenner, und den Nenner zum Zähler, und multiplizire alsdann Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner: das erste Produkt ist der Zähler und das zweyte der Nenner des gesuchten Bruches. Als Muster wollen wir wieder unser altes Beyspiel anführen:

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}.$$

Hier stürzte man zuvörderst den Divisor $\frac{2}{5}$ um, das heißt, man setzte den Nenner 5 hinauf an die Stelle des Zählers und den Zähler 2 herab an die Stelle des Nenners, und multiplizirte alsdann des Dividenden Zähler 3 mit des Divisors Zähler 5: das Produkt 15 ist der neue Zähler. Nun multiplizirte man auch des Dividenden Nenner 4 durch des Divisors Nenner 2, und das Produkt 8 gab den Nenner; und der Quotient des gesuchten Bruches ist wiederum $\frac{15}{8}$ oder $1\frac{7}{8}$.

Da man bey der Multiplikation der Brüche Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplizirt; so darf man bey der Bruch-Division als der entgegengesetzten Rechnungsart nur das Gegentheil beobachten, als:

Ein Bruch wird durch einen Bruch auch dividirt, wenn man Zähler durch Zähler und Nenner durch Nenner dividirt, als:

$$\frac{6}{24} : \frac{3}{8} = \frac{2}{3}.$$

Hier dividirt man des Dividenden Zähler 6 durch des Divisors Zähler 3; und des Dividenden Nenner 24 durch des Divisors Nenner 8: der erste Quotient 2 ist der Zähler, und der zweyte Quotient 3 ist der Nenner des gesuchten Bruches. Sollte aber in diesem Falle die Division irgendwo nicht aufgehen, alsdann ist es am Besten, wenn man den Divisor umstürzt, und nach der oben gegebenen Anleitung verfährt.

Es ist merkmürdig, daß bey der Division eines Bruches oder einer ganzen Zahl mit einem Bruche der Quotient immer größer als der Dividend werde. Die

Ursache dieser Erschcinung rührt daher, weil der Divisor ein Bruch, folglich weniger als Eins ist; denn wäre der Divisor 1, so würde der Quotient dem Dividenden gleich seyn; z. B. 12 : 1 = 12. Da aber der Divisor weniger als 1 ist, so muß auch nothwendig der Quotient größer als der Dividend ausfallen, weil ein kleinerer Divisor in der nämlichen Zahl allemal öfter enthalten ist, als ein größerer; z. B.

$12 : \frac{1}{2} = 24.$

$12 : \frac{1}{3} = 36.$

$12 : \frac{1}{4} = 48.$

Der Grund dieser Erscheinung leuchtet auch aus dem Gegensatze der Bruch-Multiplikation ein, bey welcher allemal das Produkt kleiner wird, als jeder der Faktoren; folglich muß auch bey der Bruch-Division als im entgegengesetzten Falle der Quotient auch immer größer als der Dividend werden.

4) Wenn gemischte Brüche dividirt werden sollen; so verwandle man sie vorher in unächte, und verfahre alsdann nach einer der so eben erläuterten Regeln von Nro. 3. z. B. Wie hoch kömmt eine Elle, wenn $2\frac{3}{4}$ Ellen $23\frac{1}{10}$ fl. kosten?

$23\frac{1}{10} : 2\frac{3}{4}$

231 11

4 10

924 : 110

924 | $8\frac{2}{5}$ fl. Quotient.
110
880
44

$\frac{44}{110} = \frac{2}{5}$

Hier verwandelt man zuerst im Dividenden die 23 Ganzen in einen unächten Bruch, indem man dieselben mit dem Nenner 10 multiplizirt, und den Zähler 1 hinzuzählt. Die Summe ist 231, welche man unter den Querstrich schreibt. Darauf multiplizirt man auch im Divisor die 2 Ganzen mit dem Nenner 4, und addirt den Zähler 3 hinzu. Die Summe ist 11, welche gleichfalls unter den Querstrich gesetzt wird. Nun schreibt man des Divisors Nenner 4 unter des Dividenden Summe 231, und multiplizirt dieselbe damit: das Produkt 924 ist der Zähler. Eben so setzt man auch des Dividenden Nenner 10 unter des Divisors Summe 11, und multiplizirt sie: das Produkt 110 ist der Nenner, und $\frac{924}{110}$ der Quotient, welcher, wenn der Zähler 924 durch den Nenner 110 dividirt, und der gebliebene Bruch $\frac{44}{110}$ abgekürzet wird, $8\frac{2}{5}$ fl. zur Antwort giebt.

5) Soll ein gemischter Bruch durch eine ganze Zahl; oder eine ganze Zahl durch einen gemischten Bruch dividirt werden; so verwandle man vorher sowohl den Dividend als auch den Divisor in einen unächten Bruch, und multiplizire sodann nach umgestürztem Divisor Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Z. B.

I. $\frac{7\frac{1}{3} : 4}{\frac{22}{3} : \frac{4}{1}} = \frac{22}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{22}{12} = 1\frac{10}{12} = 1\frac{5}{6}$.

II. $\frac{9 : 2\frac{2}{3}}{\frac{9}{1} : \frac{8}{3}} = \frac{9}{1} \times \frac{3}{8} = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$.

Wenn ein gemischter Bruch durch eine ganze Zahl dividirt werden soll; so ist es vortheilhafter, wenn man sogleich mit der ganzen Zahl in die Ganzen des gemischten Bruches dividirt, und den allenfalls gebliebenen Rest mit dem Nenner des Bruches multiplizirt, den Zähler hinzuzählt, und nun auch diesen unächten Bruch durch die ganze Zahl dividirt. Z. B.

$7\frac{1}{3} : 4 = 1\frac{10}{12} = 1\frac{5}{6}$. Oder: $\frac{7\frac{1}{3} : 4}{1\frac{10}{12} = 1\frac{5}{6}}$.

Man sagt nämlich: 4 in 7 ist 1mal enthalten, und bleiben 3. Dieser Rest 3 nun mit dem Nenner 3 multiplizirt, giebt 9, und der Zähler 1 dazu, ist 10. Nun heißt es wieder: 4 im Zähler 10 geht nicht auf; ich lasse also den Zähler 10 unverändert, und multiplizire dagegen den Nenner 3: das Produkt 12 ist der Nenner des Bruches $\frac{10}{12}$, und der gefundene Quotient $1\frac{10}{12}$ oder $1\frac{5}{6}$. Noch einige Beyspiele zur Übung.

I. $20\frac{8}{9} : 4$

$5\frac{2}{9}$ Quotient.

II. $12\frac{2}{3} : 3$

$4\frac{2}{9}$ Quotient.

III. $21\frac{3}{4} : 5$

$4\frac{7}{20}$ Quotient.

IV. $9\frac{3}{5} : 2$

$4\frac{4}{5}$ Quotient.

V. $5\frac{1}{2} : 6$

$\frac{11}{12}$ Quotient.

6) Soll ein gemischter Bruch durch einen ächten, oder ein ächter Bruch durch einen gemischten dividirt werden; so erfordert dieß keine besondere Verhaltungsregel, als:

I. $\frac{12\frac{3}{4} : \frac{2}{3}}{5\frac{1}{4} : \frac{2}{3}} = 5\frac{1}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15\frac{3}{8}}{} = 19\frac{1}{8}.$

II. $\frac{\frac{5}{6} : 2\frac{3}{4}}{\frac{5}{6} : \frac{11}{4}} = \frac{5}{6} \times \frac{4}{11} = \frac{20}{66} = \frac{10}{33}.$

Ein Vortheil,

der die Arbeit um Vieles abkürzet, ist folgender:

1) Wenn man sowohl den Zähler des Dividenden als auch den Zähler des Divisors durch eine und die nämliche Zahl ohne Rest dividiren kann; so dividire man beyde, und schreibe die Quotienten über die ausgestrichenen Zähler. Z. B.

Verkleinerungszahl 8) $\frac{\overset{2}{16}}{17} : \frac{\overset{3}{24}}{25} = \frac{10}{51}.$

Hier lassen sich die zwey Zähler 16 und 24 durch 8 verkleinern, und die abgekürzten zwey Brüche heißen jetzt $\frac{2}{17} : \frac{3}{25}$, welche, wenn man nun des Dividenden Zähler 2 durch des Divisors Nenner 25, und des Dividenden Nenner 17 durch des Divisors Zähler 3 multiplizirt, den Bruch $\frac{10}{51}$ zur Antwort geben.

2) Wenn sich im Gegentheile sowohl der Nenner des Dividenden als auch der Nenner des Divisors durch eine Zahl ohne Rest theilen lassen; so dividire man beyde, und schreibe die Quotienten unter die dividirten und nun ausgestrichenen Nenner. Z. B.

9) $\frac{8}{\overset{3}{27}} : \frac{13}{\overset{5}{45}} = \frac{40}{39} = 1\frac{1}{39}.$

Hier lassen sich die beyden Nenner 27 und 45 durch 9 ohne Rest theilen, und die abgekürzten zwey Brüche heißen $\frac{8}{3} : \frac{13}{5}$, welche nach der vorigen Verfahrungsart den Quotient $\frac{40}{39}$, das ist, $1\frac{1}{39}$ geben.

3) Wenn sowohl die beyden Zähler als auch die beyden Nenner sich ohne Rest theilen lassen; so fällt die Bruch-Division äußerst kurz aus. Z. B.

$$\begin{array}{cc} 4 & 6 \\ 9)\ \frac{36}{42} & : \frac{54}{56} = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}. \\ 7) & \\ 6 & 8 \end{array}$$

Ohne Abkürzung fällt die Operation also aus:

$$\begin{array}{rcl} 36 & : & 54 \\ \hline 42 & & 56 \\ 56\text{mal} & & 42\text{mal} \\ \hline 216 & & 108 \\ 180 & & 216 \\ \hline \text{Zähler } 2016 & & 2268 \\ \hline \text{Nenner } 2268 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} \underset{\smile}{4} & \underset{\smile}{7} & \underset{\smile}{9} & \\ \frac{2016}{2268} & \frac{504}{567} & \frac{72}{81} & \frac{8}{9} \text{ Quotient.} \end{array}$$

Die Division und Multiplikation dienen sich als entgegengesetzte Rechnungsarten einander zur Probe.

Probe der Multiplikation.

Die Multiplikation wird geprüft, wenn man das gefundene Produkt durch den Multiplikator dividirt,

wo sodann der Multiplikand wieder zum Vorschein kommen muß. Z. B. Man hat $6\frac{1}{2}$ multiplizirt mit $7\frac{1}{4}$, und $47\frac{1}{8}$ zum Produkt' erhalten. Wenn man nun das Produkt $47\frac{1}{8}$ durch den Multiplikator $7\frac{1}{4}$ dividirt; so muß der Multiplikand $6\frac{1}{2}$ wieder herauskommen, als:

Produkt $47\frac{1}{8}$: $7\frac{1}{4}$ Multiplikator.

$\frac{377}{8} : \frac{29}{4} = \frac{377}{8} \times \frac{4}{29} = \frac{1508}{232} =$

$6\frac{1}{2}$ Multiplikand.

Probe der Division.

Von der Richtigkeit der Division kann man sich überzeugen, wenn man den Quotienten mit dem Divisor multiplizirt, und das Produkt dem Dividenden gleich ist. Z. B. Man hat $5\frac{1}{4}$ durch $2\frac{2}{3}$ dividirt, und $1\frac{3}{3}\frac{1}{2}$ zum Quotienten erhalten. Wenn man nun diesen Quotienten $1\frac{3}{3}\frac{1}{2}$ mit dem Divisor $2\frac{2}{3}$ multiplizirt; so muß der Dividend $5\frac{1}{4}$ wieder zum Vorschein kommen, als:

Quotient $1\frac{3}{3}\frac{1}{2} \times 2\frac{2}{3}$ Divisor

$\frac{63}{32} \times \frac{8}{3} = \frac{504}{96} = 5\frac{1}{4}$ Dividend.

Wiederhohlung der gegebenen Regeln in ausgearbeiteten Beyspielen.

I. $\frac{6}{7} : 3 = \frac{2}{7}$.

oder $\frac{6}{7} : 3 = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$.

II. $8 : \frac{2}{5} = \frac{40}{2} = 20$.

III. $\frac{210}{40} : \frac{3}{8} = \frac{1}{3}\frac{68}{20} : \frac{1}{3}\frac{20}{20} = 168 : 120 = 1\frac{48}{120}$
$= 1\frac{4}{10} = 1\frac{2}{5}$.

oder $\frac{21}{4}0 : \frac{3}{8} = \frac{168}{120} = 1\frac{48}{120} = 1\frac{2}{5}$.

oder $\frac{21}{4}0 : \frac{3}{8} = \frac{21}{4}0 \times \frac{8}{3} = \frac{168}{120} = 1\frac{48}{120} = 1\frac{2}{5}$.

oder $\frac{21}{4}0 : \frac{3}{8} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$.

IV. $5\frac{1}{4} : 2\frac{2}{3} = \frac{21}{4} : \frac{8}{3} = \frac{21}{4} \times \frac{3}{8} = \frac{63}{32} = 1\frac{31}{32}$.

V. $5\frac{2}{3} : 8 = \frac{17}{3} : \frac{8}{1} = \frac{17}{3} \times \frac{1}{8} = \frac{17}{24}$.

VI. $12 : 1\frac{1}{2} = \frac{12}{1} : \frac{3}{2} = \frac{12}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{24}{3} = 8$.

VII. $4\frac{1}{2} : \frac{6}{7} = \frac{9}{2} : \frac{6}{7} = \frac{63}{12} = 5\frac{3}{12} = 5\frac{1}{4}$.

VIII. $\frac{3}{4} : 6\frac{2}{3} = \frac{3}{4} : \frac{20}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{20} = \frac{9}{80}$.

Aufgaben zur Übung.

1) 3 haben $\frac{3}{4}$ Zt. Zucker zu theilen; den wie vielten Theil eines Zentners bekömmt jeder?

Ant. $\frac{1}{4}$ Zt.

2) 5 haben $\frac{1}{3}$ einer Erbschaft zu theilen; den wie vielten Theil der Erbschaft bekömmt jeder?

Ant. $\frac{1}{15}$ der Erbschaft.

3) Math. Kap. 17. befiehlt unser Heiland dem heiligen Petrus, den Angel in das Meer zu werfen, und jenen Stater, den er in des ersten Fisches Munde würde gefunden haben, für sich und ihn zu Kapharnaum Zoll zu geben. Da nun ein solcher Stater so viel Geld, als bey uns ein halber Rthlt. gilt: fragt sich's, wie viel sowohl der Heiland, als der Petrus für sich Zoll bezahlet haben?

Ant. $\frac{1}{4}$ Rthlr.

4) Nach einem berühmten Baumeister soll eine Thüre jederzeit so hoch gemacht werden, daß die Höhe $\frac{12}{21}$ von der Höhe des Zimmers habe. Nun aber macht

man die Thüren insgemein halb so breit, als hoch. Wenn man so diesem nachkäme, wie breit müßten die Thüren gemacht werden?

Ant. $\frac{2}{7}$ von der Höhe des Zimmers.

5) Der $\frac{3}{4}$ Theil des Vermögens ist 393 fl.; wie groß ist das ganze Vermögen?

Ant. 524 fl.

6) Wie viel machen 6000 fl. unsers Geldes in französischen Livers, da der Liver $\frac{11}{24}$ fl. beträgt?

Ant. $13090\frac{10}{11}$ Livers.

7) Eine Glocke wiegt $18\frac{3}{5}$ Zt. Da nun meist beym Glockengute der vierte Theil Zinn seyn muß; wie viel beträgt dieß hier?

Ant. 4 Zt. 65 ℔.

8) Wie viel giebt ein Holzstamm von 63 Sch. Scheiterlängen, wenn sie $3\frac{1}{2}$ Schuh groß werden soll?

Ant. 18 Scheiterlängen.

9) Wie viel Gulden machen $52\frac{1}{2}$ kr.?

Ant. $\frac{7}{8}$ fl.

10) Wie viel ℔. sind $10\frac{2}{5}$ Lt.?

Ant. $\frac{13}{40}$ ℔.

11) Wie viel Zt. sind $87\frac{1}{2}$ ℔.?

Ant. $\frac{7}{8}$ Zt.

12) Ein Dtz. seidene Mayländer-Tücher zu $34\frac{1}{5}$ fl.; was kostet Eines?

Ant. 2 fl. 51 kr.

13) Ein Stück von 33 baierischen Ellen holländischer Sammet zu $140\frac{4}{5}$ fl.; was kostet die Elle? — Ant. 4 fl. 16 kr.

14) 34 ℔. türkisches Garn zu $167\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ fl.; was kostet das ℔.?
Ant. 4 fl. 56 kr.

15) 67 Stäbe französischer Taffet zu $198\frac{2}{3}\frac{3}{0}$ fl.; wie hoch kömmt der Stab?
Ant. 2 fl. 58 kr.

16) Ein fester Körper tauchet sich in einer flüssigen Materie so tief ein, bis das durch den eingetauchten Theil vom Platze gedrungene flüssige Wesen so viel wiegt, als der eingetauchte Körper. Nun wollen wir setzen: Ein Kubikschuh Wasser wäge $65\frac{3}{5}$ ℔.; wie tief würde sich ein Schiff im Wasser eintauchen, welches mit aller auf sich habenden Ladung 5825 ℔. schwer wäre?
Ant. $88\frac{2}{3}\frac{6}{2}\frac{1}{8}$ Kubikschuh.

17) Wie oft muß sich an einem Wagen ein Rad, dessen Umkreis $10\frac{2}{3}$ geometrische Schuh hat, umkehren, bis der Wagen eine teutsche Meile weit kömmt? Es fasset aber eine teutsche Meile 20000 dergleichen Schuhe.
Ant. 1875 mal.

18) Eine Tafel hat $\frac{1}{2}$ Quadratfuß. Die Länge davon ist $\frac{3}{4}$ Fuß; was ist die Breite?
Ant. $\frac{2}{3}$ Fuß.

19) Ein viereckigtes Hausgärtchen hat $\frac{3}{2}\frac{}{0}$ Quadratruthen. Die Breite davon ist $\frac{2}{5}$ Ruthen; was ist die Länge?
Ant. $\frac{3}{8}$ Ruthen.

20) Wie viel Achteleimer lassen sich aus einem Fasse abzapfen, welches gerade $\frac{5}{6}$ Eimer hält? — Ant. $6\frac{2}{3}$ Achteleimer.

21) Wenn in verfinsterten Zimmern ein hereingelassener Sonnenstrahl durch ein Glasprisma auf weiße Wände hingebrochen wird, so entwirft er ein großes Farbenbild von sieben verschiedenen Koloritstreifen, wovon der violetblaue $\frac{2}{9}$ von der ganzen Bildeslänge hält; der orangenfarbe hingegen $\frac{3}{40}$ desselben Bildes; um wie viel ist der erstere Streif größer, als der letztere?

Ant. Um $2\frac{2}{2}\frac{6}{7}$, fast dreymal.

22) Jemand hatte mit seinem Gläubiger den Vertrag gemacht, daß er ihm jedes Jahr den 20sten Theil des Kapitals heimzahlen wolle. Nun war bereits auf diese Art das Kapital bis auf $\frac{2}{5}$ herabgeschmolzen; wie lange wird er noch zu zahlen haben?

Ant. 8 Jahre.

23) Man sieht sich in einem Spiegel von der Scheitel bis auf die Fußsohle, wenn er die Hälfte von unserer Länge hat. Wenn sich nun ein Mann in einem Spiegel, der $3\frac{1}{6}$ Schuh hoch ist, sieht; wie groß ist er?

Ant. $6\frac{1}{3}$ Schuh.

24) Man kann schwere im Wasser versunkene Körper auf folgende Art wieder in die Höhe bringen: Man bindet so viele aufgeblasene Blasen an den versunkenen Körper, bis das Wasser, welches alle zugleich fassen würden, so viel ja etwas mehr wiegt, als die Schwere des versunkenen Körpers im Wasser ist. Nun wollen wir setzen, es sey ein Stück, dessen Schwere im Wasser auf $13\frac{2}{7}$ Zt. geschätzt wird, versunken; wie viele Rindblasen müßte man daran binden, deren jede $\frac{1}{2}\frac{3}{0}$ eines Zentners fassen könnte, damit das Stück in die Höhe getrieben werde? Ant. $20\frac{4}{9}\frac{0}{1}$ Blasen.

25) $189\frac{3}{4}$ fl.; wie viel sind's Laubthaler, jeden zu $2\frac{3}{4}$ fl.?

Ant. 69 Lthlr.

26) $3946\frac{2}{3}$ fl.; wie viel sind's Dukaten, jeden zu $5\frac{1}{3}$ fl.?

Ant. 740 Duk.

27) Ein Kaufmann gewinnt an $15\frac{1}{2}$ Stück Tuch $151\frac{9}{10}$ fl.; wie viel gewinnt er an jedem einzeln?

Ant. 9 fl. 48 kr.

28) Um $41\frac{4}{5}$ fl. wurde Tuch verkauft, die Elle zu $7\frac{3}{5}$ fl; wie viel waren es Ellen?

Ant. $5\frac{1}{2}$ Ellen.

29) Um $182\frac{1}{2}$ fl. wurden Strümpfe verkauft, das Dtz. zu $15\frac{5}{2\,4}$ fl.; wie viel waren es Dtz.?

Ant. 12 Dutzend.

30) Um 294 fl. wurde Saffran verkauft, das Pfd. zu $16\frac{4}{5}$ fl.; wie viel waren es Pfd.?

Ant. $17\frac{1}{2}$ Pfd.

Siebenzehnter Abschnitt.

Von den Verhältnissen und Proportionen.

Ein Verhältniß ist nichts anders, als die Vergleichung zweyer gleichartiger Zahlen in Ansehung ihrer gegenseitigen Größe. Es ist entweder arithmetisch oder geometrisch.

Arithmetisch heißt ein Verhältniß, wenn man zwey Zahlen durch die **Subtraktion** mit einander vergleicht, und dadurch bestimmt, **um wie viele Einheiten** die eine größer oder kleiner als die andere ist. Die gefundene dritte Zahl, welche anzeigt, um wie viel die eine Zahl von der andern unterschieden ist, heißt wie bey der Subtraktion der **Unterschied**, oder die **Differenz**, und das Verhältniß selbst wird durch das Subtraktionszeichen (—) bezeichnet, als: 8 — 3. Da aber die arithmetischen Verhältnisse in dem gemeinen Leben äußerst selten vorkommen; so halte ich es für unnöthig, mehr davon anzuführen.

Geometrisch heißt im Gegentheile ein Verhältniß, wenn man zwey Zahlen durch die **Division** mit einander vergleicht, und dadurch bestimmt, **wie vielmal** die eine größer oder kleiner als die andere ist; oder **wie oft** die eine in der andern enthalten ist. Der gefundene Quotient, der anzeigt, wie oft die kleinere Zahl des Verhältnisses in der größeren enthalten ist, heißt der **Exponent** oder der **Verhältnißzeiger**, und das Verhältniß selbst wird durch das Divisions-Zeichen (:) bezeichnet, als: 12 : 6.

Die Zahlen, welche man mit einander vergleicht, werden die **Glieder** des Verhältnisses genannt, wovon das erste oder voranstehende Glied, welches man vergleicht, das **Vorderglied**, das zweyte oder nachstehende, mit dem es verglichen wird, das **Hinterglied** heißt. Z. B. In dem Verhältnisse 3 : 15 ist die erste Zahl 3 das Vorderglied, die Zahl 15 aber das Hinterglied, und wird also gelesen: 3 verhält sich zu 15.

Ein Verhältniß heißt **zunehmend**, wenn das Vorderglied kleiner ist als das Hinterglied. Z. B. 4 : 8. **Abnehmend** heißt es im Gegentheile, wenn das Vorderglied größer ist als das Hinterglied. Z. B. 8 : 4.

In jedem geometrischen zunehmenden Verhältnisse ist das Hinterglied gleich dem Vordergliede, multiplizirt mit dem Exponenten. Ist z. B. das Vorderglied 3 und der Exponent 5; so heißt das Verhältniß: 3 : 3 × 5, oder 3 : 15. Soll man demnach in einem zunehmenden geometrischen Verhältnisse das Hinterglied suchen; so darf man nur das Vorderglied mit dem Exponenten multipliziren.

Eben so ist auch in einem geometrischen abnehmenden Verhältnisse das Hinterglied gleich dem Vorderglede, dividirt durch den Exponenten. Ist z. B. das Vorderglied 10 und 5 der Exponent; so heißt das Verhältniß 10 : $\frac{10}{5}$, oder 10 : 2. Aus diesem folget nun, daß man in jedem geometrischen abnehmenden Verhältnisse das Hinterglied finden kann, wenn man das Vorderglied durch den Exponenten dividirt.

Ein geometrisches Verhältniß ist einem andern **gleich**, wenn sowohl dieses als jenes den nämlichen Exponenten (Quotient) hat; oder was Eins ist, wenn in dem einen Verhältnisse die kleinere Zahl in der größern **eben so oft** enthalten ist, wie in dem andern. So ist z. B. zwischen 2 und 4 eben dasselbe geometrische Verhältniß, wie zwischen 6 und 12; weil sowohl in diesem als in jenem nach der Division eben derselbe Exponent, nämlich 2 zum Vorschein kömmt; denn in dem ersten Verhältnisse 2 : 4 ist das Vorderglied 2 in dem Hintergliede 4 zweymal enthalten, und in dem zweyten Verhältnisse 6 : 12 ist das Vorderglied 6 in dem Hintergliede 12 ebenfalls zweymal enthalten, folglich sind diese beyden Verhältnisse einander vollkommen gleich.

Zwey gleiche geometrische Verhältnisse nennt man eine geometrische Proportion. Um in einer Proportion die beyden gleichen Verhältnisse zu bemerken, setzt man das angenommene Zeichen der Gleichheit (=) dazwischen. Z. B.

$$3 : 9 = 5 : 15.$$

Diese Proportion hier wird also gelesen: 3 verhält sich zu 9, wie sich 5 zu 15 verhält. In den bey-

den Verhältnissen dieser Proportion ist der Exponent 3; denn 3 ist in 9 so oft enthalten, als 5 in 15, nämlich 3mal; oder 9 ist 3mal größer als 3, und 15 ist auch 3mal größer als 5. Die Gleichheit zweyer geometrischen Verhältnisse erfährt man also allemal durch die Division; kömmt beyderseits einerley Exponent zum Vorschein; so sind auch die Verhältnisse einander gleich.

Eine vollständige geometrische Proportion besteht also aus zwey Paar Zahlen oder 4 Gliedern, wovon das erste und vierte die **äußeren**, die zweyte und dritte die **mittleren** heißen. Z. B. In der Proportion

7 : 14 = 6 : 12

sind 7 und 12 die zwey äußeren, und 14 und 6 die zwey mittleren Glieder.

Sind in einer Proportion die zwey mittleren Glieder einerley; so heißt die Proportion **stettig oder zusammenhängend**. Z. B.

3 : 6 = 6 : 12.

Hier heißt das zweyte Glied 6, welches zweymal vorkömmt, das **mittlere**, und wird daher auch also ausgedrückt: 3 : 6 : 3. Sind aber im Gegensatze die Glieder verschieden; so heißt die Proportion **unstettig oder abgesondert**. Z. B.

1 : 5 = 4 : 20.

Bey einer geometrischen Proportion heißen die beyden vorhergehenden Glieder, und die beyden nachfolgenden, jedes Paar unter sich, **gleichnamige**, und sie müssen auch gleichnamig oder gleichartig seyn; weil man nur gleichartige Dinge mit einander vergleichen kann. Z. B.

Ellen Ellen fl. fl.
4 : 8 = 6 : 12.

Hier können allerdings 4 Ellen mit 8 Ellen, und 6 fl. mit 12 fl.; aber nie 4 Ellen mit 6 fl. u. s. w. verglichen werden; denn Ellen können ja nicht in Gulden enthalten seyn, oder Ellen aus Gulden herausgenommen werden. **Unbenannte** Zahlen aber kann man allemal mit einander vergleichen; denn man kann sie als gleichartig betrachten, und sich unter ihren Einheiten, aus denen sie zusammengesetzt sind, Dinge von einerley Art vorstellen.

Wenn in einer Proportion beyde Verhältnisse zunehmend, oder beyde abnehmend sind; so heißt die Proportion eine **gerade.** Z. B.

6 : 18 = 5 : 15 zunehmend gerade, oder
18 : 6 = 15 : 5 abnehmend gerade.

Ist aber im Gegentheile in einer Proportion das eine Verhältniß zunehmend und das andere abnehmend; alsdann heißt die Proportion eine **verkehrte.** Z. B.

2 : 4 = 10 : 5, oder
4 : 2 = 5 : 10.

Eine verkehrte Proportion kann aber leicht in eine gerade umgeschaffen werden. Man darf nur die Glieder des ersten Verhältnisses oder die des zweyten verwechseln. So ist z. B. 2 : 4 = 10 : 5 eine verkehrte Proportion; sie wird aber eine gerade, wenn man sie auf folgende Weise versetzt:

2 : 4 = 5 : 10 zunehmend gerade, oder
auch so 4 : 2 = 10 : 5 abnehmend gerade.

In jeder geometrischen geraden Proportion ist das Produkt der beyden äußeren Glieder dem Produkte der beyden mittleren gleich. Z. B. Es sey die geometrische unstettige Proportion

3 : 6 = 4 : 8

so ist das Produkt der beyden äußeren Glieder = 3 × 8 = 24, und das Produkt der beyden mittleren = 6 × 4 = 24. Die nämliche Eigenschaft hat auch die stettige Proportion. Z. B.

2 : 4 = 4 : 8

Hier ist das Produkt der äußeren Glieder, nämlich 2mal 8, dem Produkte der mittleren, 4mal 4, gleich; denn beyde betragen 16. Eben diese Beschaffenheit nimmt man auch an der abnehmenden Proportion wahr. Z. B.

4 : 2 = 8 : 4

Hier ist das Produkt der äußeren Glieder 16, und eben so groß ist auch das Produkt der beyden mittleren.

Der Grund der Gleichheit der Produkte beruht darauf: Jede vier Glieder einer geometrischen Proportion bestehen eigentlich aus drey gleichen Faktoren; und wo gleiche Faktoren sind, da müssen auch nothwendig gleiche Produkte herauskommen; denn wenn man z. B. in der Proportion 5 : 20 = 3 : 12 nach Angabe des gemeinschaftlichen Exponenten das zweyte Glied 20 in 4mal 5, und das vierte Glied 12 in 4mal 3 zerfällt; so erhält man dadurch in den beyden

äußeren Gliedern 5, 4, 3, und in den beyden mittleren Gliedern auch 5, 4, 3 zu Faktoren. Die Proportion 5 : 20 = 3 : 12 ist nach der Zerfällung des zweyten und vierten Gliedes also anzusehen:

$$5 : (4 \times 5) = 3 : (4 \times 3)$$

Schreibt man nun die äußeren Glieder auf die eine, und die mittleren Glieder auf die andere Seite; so kommen die Faktoren also zu stehen:

1stes 4tes 3tes 2tes Glied

$$5 \times (4 \times 3) = 3 \times (4 \times 5)$$

oder: $60 = 60$.

Da nun die Faktoren einerley Zahlen sind; so muß auch nothwendig auf beyden Seiten die Zahl 60 als Produkt herauskommen.

Aus diesem so eben angeführten Lehrsatze läßt sich nun folgender Schluß machen, der in der Regel Detri von großer Wichtigkeit ist, und worauf sich das ganze Verfahren derselben gründet, nämlich:

Wenn drey Glieder einer Proportion bekannt sind; so kann man das vierte unbekannte Glied finden. Man darf nur die zwey mittleren Glieder mit einander multipliziren, und das gefundene Produkt durch das erste dividiren: der Quotient ist das gesuchte vierte Glied.

Z. B. Zu den drey Gliedern 2, 8 und 3 soll das vierte unbekannte Glied, welches wir indessen mit G bezeichnen wollen, gesucht werden.

$$2 : 8 = 3 : G$$
$$2 \times G = 8 \times 3$$
$$G = \frac{8 \times 3}{2} = \frac{24}{2} = 12.$$

Weil hier in dieser Proportion das Produkt der mittleren Glieder 24 ist; so weiß ich, daß das Produkt der äußeren auch 24 seyn muß. Wenn ich nun mit dem ersten bekannten Gliede 2 in das Produkt 24 dividire, so muß nothwendig das unbekannte Glied, nämlich 12 herauskommen, weil allzeit, wenn man mit dem einen Faktor in das Produkt dividirt, der andere zum Vorschein kommen muß. Setzt man nun das gefundene Glied an die Stelle G; so heißt die Proportion $2 : 8 = 3 : 12$.

Wenn man nun das vierte Glied einer geometrischen Proportion nach der gegebenen Regel gefunden hat, und sich dann überzeugen will, daß die gefundene Zahl auch wirklich das richtige vierte Glied sey; so darf man nur das gefundene Glied in die Proportion setzen, und dann die Exponenten untersuchen, ob sie einerley sind. Einerley sind sie aber, wenn das erste Glied in dem zweyten eben so oft enthalten ist, als das dritte im vierten. Überdieß kann man sich auch noch dadurch überzeugen, wenn das Produkt der zwey äußeren Glieder dem Produkte der zwey mittleren gleich ist. Daß nun in obiger Proportion das gefundene vierte Glied 12 das richtige Glied sey, beweiset erstens die Gleichheit der Exponenten; denn 2 in 8 ist 4mal enthalten, so wie 3 in 12 4mal enthalten ist. Überdieß ist auch zweytens das Produkt der äußeren Glieder gleich dem Produkte der beyden mittleren; denn $2 \times 12 = 24$, und $8 \times 3 = 24$.

Das unbekannte vierte Glied wird auch gefunden, wenn man den Exponenten des ersten Verhältnisses sucht, und mit diesem das dritte Glied multiplizirt: das gefundene Produkt ist das gesuchte vierte Glied. Z. B. 3 : 18 = 7 : G. Wenn man hier das zweyte Glied 18 durch das erste dividirt; so findet man den Exponenten 6. Multiplizirt man nun damit das dritte Glied 7; so ist das Produkt 42 das gesuchte vierte Glied.

Noch ein Beyspiel: Es soll zu 8 : 2 = 16 : G das vierte Glied gefunden werden. Wenn ich hier das zweyte Glied durch das erste dividire; so erhalte ich $\frac{2}{8}$ oder $\frac{1}{4}$ zum Exponenten. Multiplizire ich nun mit diesem Exponenten $\frac{1}{4}$ das dritte Glied, indem ich sage: $\frac{1}{4}$mal 16 ist 4; so ist das Produkt 4 das gefundene vierte Glied, und die Proportion heißt: 8 : 2 = 16 : 4. Denn da das zweyte Glied 2 viermal kleiner ist, als das erste; so muß auch das vierte viermal kleiner seyn, als das dritte, und es ist auch viermal kleiner; denn 4mal 4 macht 16.

In einer verkehrten geometrischen Proportion ist das Produkt aus dem ersten und dritten Gliede dem Produkte aus dem zweyten und vierten Gliede gleich. Z. B. Es sey die verkehrte Proportion 3 : 6 = 4 : 2; so ist das Produkt aus dem ersten und dritten Gliede = 12; denn 3 × 4 = 12, und eben so groß ist auch das Produkt aus dem zweyten und vierten Gliede; denn 6 × 2 = 12.

Soll zu drey bekannten Gliedern das vierte unbekannte gefunden werden, welches mit den gegebenen eine verkehrte Proportion macht; so multiplizire man

das erste und dritte Glied mit einander, und dividire das Produkt durch das zweyte: der Quotient ist das gesuchte vierte Glied. Z. B. Es soll zu 15 : 5 = 4 : G das vierte Glied gesucht werden.

$$15 : 5 = 4 : G$$
$$5 \times G = 15 \times 4$$
$$G = \frac{15 \times 4}{5} = \frac{60}{5} = 12.$$

Das erste Glied 15 mit dem dritten Gliede 4 multiplizirt, giebt das Produkt 60. Wenn man nun dieses durch das zweyte Glied 5 dividirt; so ist der Quotient 12 das vierte Glied, und die verkehrte Proportion heißt nun 15 : 5 = 4 : 12.

Will man sich nun von der Richtigkeit des gefundenen vierten Gliedes überzeugen; so darf man nur das erste und dritte Glied mit einander multipliziren, das Produkt muß dem Produkte aus dem zweyten und vierten gleich seyn, als: 15 × 4 = 5 × 12, oder 60 = 60.

Das vierte Glied einer verkehrten Proportion wird auch richtig gefunden, wenn man das erste Verhältniß umkehrt, das heißt, wenn man das erste Glied an die Stelle des zweyten, und das zweyte an die Stelle des ersten setzet, sodann die zwey mittleren Glieder mit einander multiplizirt, und das Produkt durch das erste dividirt. Das vorige verkehrte Beyspiel kömmt demnach also zu stehen; 5 : 15 = 4 : G

$$G = \frac{15 \times 4}{5} = \frac{60}{5} = 12.$$

Jede geometrische Proportion kann auf mancherley Weise in eine andere richtige Proportion verwandelt

werden. Richtig bleibt aber eine Proportion so lange, als das Produkt der beyden äußeren Glieder dem Produkte der beyden mittleren noch gleich bleibt. Es sey z. B. die geometrische Proportion 2 : 4 = 3 : 6; so kann sie auf folgende Arten verändert werden:

A. Durch Multiplikation:

I. Wenn man die Glieder des **ersten** Verhältnisses mit 2 (oder einer andern beliebigen Zahl) multiplizirt:

Aufgabe 2 : 4 = 3 : 6
Verändert 4 : 8 = 3 : 6
Probe 4 × 6 = 8 × 3, oder 24 = 24.

II. Wenn man die Glieder des **zweyten** Verhältnisses mit 5 multiplizirt:

Aufgabe 2 : 4 = 3 : 6
Verändert 2 : 4 = 15 : 30
Probe 2 × 30 = 4 × 15, oder 60 = 60.

III. Wenn man die **zwey Vorderglieder** (das ist, das 1ste und 3te) mit 3 multiplizirt:

Aufgabe 2 : 4 = 3 : 6
Verändert 6 : 4 = 9 : 6
Probe 6 × 6 = 4 × 9, oder 36 = 36.

IV. Wenn man die **zwey Hinterglieder** (das ist, das 2te und 4te) mit 7 multiplizirt:

Aufgabe 2 : 4 = 3 : 6
Verändert 2 : 28 = 3 : 42
Probe 2 × 42 = 28 × 3, oder 84 = 84.

V. Wenn man alle Glieder der Proportion mit 4 multiplizirt:

Aufgabe 2 : 4 = 3 : 6

Verändert 8 : 16 = 12 : 24

Probe $8 \times 24 = 16 \times 12$, oder $192 = 192$.

VI. Wenn man die Vorderglieder mit 3 und die Hinterglieder mit 6 multiplizirt:

Aufgabe 2 : 4 = 3 : 6

Verändert 6 : 24 = 9 : 36

Probe $6 \times 36 = 24 \times 9$, oder $216 = 216$.

B. Durch Division.

I. Wenn man die Glieder des ersten Verhältnisses durch 4 dividirt:

Aufgabe 4 : 8 = 12 : 24

Verändert 1 : 2 = 12 : 24

Probe $1 \times 24 = 2 \times 12$, oder $24 = 24$.

II. Wenn man die Glieder des zweyten Verhältnisses durch 6 dividirt:

Aufgabe 4 : 8 = 12 : 24

Verändert 4 : 8 = 2 : 4

Probe $4 \times 4 = 8 \times 2$, oder $16 = 16$.

III. Wenn man die beyden Vorderglieder durch 4 dividirt:

Aufgabe 4 : 8 = 12 : 24

Verändert 1 : 8 = 3 : 24

Probe $1 \times 24 = 8 \times 3$, oder $24 = 24$.

IV. Wenn man die beyden Hinterglieder durch 8 dividirt:

Aufgabe 4 : 8 = 12 : 24
Verändert 4 : 1 = 12 : 3
Probe 4 × 3 = 1 × 12, oder 12 = 12.

V. Wenn man alle Glieder der Proportion durch 4 dividirt:

Aufgabe 4 : 8 = 12 : 24
Verändert 1 : 2 = 3 : 6
Probe 1 × 6 = 2 × 3, oder 6 = 6.

VI. Wenn man die Vorderglieder mit 4 und die Hinterglieder mit 8 dividirt:

Aufgabe 4 : 8 = 12 : 24
Verändert 1 : 1 = 3 : 3
Probe 1 × 3 = 1 × 3, oder 3 = 3.

Aus diesen angeführten Divisionsfällen geht nun für die einfache wie auch für die zusammengesetzte Regel Detri der wichtige Vortheil hervor, daß man, so oft es angeht, ohne Nachtheil der Proportion mit einer erwählten Zahl das erste Glied gegen das zweyte oder dritte aufheben, und sich dadurch die Arbeit nicht nur sehr erleichtern, sondern auch um ein Beträchtliches abkürzen kann.

C. Durch Versetzung und Umkehrung der Glieder

kann eine geometrische Proportion achtmal verändert werden, und das Produkt der äußeren Glieder wird dessen ungeachtet allemal noch dem Pro-

dukte der beyden mittleren gleich bleiben. Nur muß man dabey die Ordnung beobachten, nämlich, wenn das erste Verhältniß zunehmend ist, so muß es auch das andere seyn, als:

2 : 8 = 4 : 16
8 : 2 = 16 : 4
2 : 4 = 8 : 16
4 : 2 = 16 : 8
4 : 16 = 2 : 8
16 : 4 = 8 : 2
8 : 16 = 2 : 4
16 : 8 = 4 : 2

Wenn man in zwey Proportionen die Glieder der einen durch die gleichnamigen Glieder der andern multiplizirt; so geben die Produkte eine neue richtige Proportion. Z. B.

Die Proportion 1 : 3 = 2 : 6 multiplizirt durch
die Proportion 2 : 4 = 5 : 10, giebt die neue
Proportion 2 : 12 = 10 : 60
das ist: 1 × 2 : 3 × 4 = 2 × 5 : 6 × 10,
oder 2 : 12 = 10 : 60
denn 2 × 60 = 12 × 10, oder 120 = 120.

Eben so kann man auch im Gegensatze in zwey Proportionen die Glieder der einen durch die gleichnamigen Glieder der andern dividiren, und die dadurch erhaltenen Quotienten geben ebenfalls wieder eine neue Proportion, als:

Die Proportion $1 : 3 = 2 : 6$ dividirt

durch $2 : 4 = 5 : 10$ giebt

$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{2}{5} : \frac{6}{10}$

denn $\frac{1}{2} \times \frac{6}{10} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$, oder $\frac{6}{20} = \frac{6}{20}$.

Wenn in zwey Proportionen die Hinterglieder der einen den Vordergliedern der andern gleich sind; so verhält sich das erste Glied der ersten Proportion zum zweyten Gliede der zweyten, wie sich verhält das dritte Glied der ersten zum vierten Gliede der zweyten. Z. B.

$3 : 4 = 9 : 12$

$4 : 5 = 12 : 15$

$3 : 5 = 9 : 15$

denn $3 \times 15 = 5 \times 9$, oder $45 = 45$.

Sind aber in zwey Proportionen die Hinterglieder der einen, den Hintergliedern der andern gleich; so verhält sich das erste Glied der ersten Proportion zum ersten Gliede der zweyten, so wie sich verhält das dritte Glied der ersten zum dritten Gliede der zweyten. Z. B.

$1 : 3 = 2 : 6$

$2 : 3 = 4 : 6$

$1 : 2 = 2 : 4$

denn $1 \times 4 = 2 \times 2$, oder $4 = 4$.

Sind ferner in zwey Proportionen die Vorderglieder der einen den Vordergliedern der andern gleich; so verhält sich das zweyte Glied der ersten Proportion zum zweyten Gliede der zweyten, wie sich verhält das

vierte Glied der ersten zum vierten Gliede der zweyten. Z. B.

4 : 7 = 8 : 14
4 : 9 = 8 : 18
---
7 : 9 = 14 : 18

denn 7 × 18 = 9 × 14, oder 126 = 126.

Haben zwey Proportionen die Beschaffenheit, daß das zweyte Glied der ersten dem ersten Gliede der zweyten, und das dritte Glied der ersten dem vierten Gliede der zweyten gleich ist; so verhält sich das erste Glied der ersten zum zweyten Gliede der zweyten, wie sich verhält das dritte Glied der zweyten zum vierten Gliede der ersten. Z. B.

8 : 12 = 10 : 15
12 : 5 = 24 : 10
---
8 : 5 = 24 : 15

denn 8 × 15 = 5 × 24, oder 120 = 120.

Sind in zwey Proportionen die mittleren Glieder der einen den mittleren Gliedern der andern gleich; so verhält sich das erste Glied der ersten zum ersten Gliede der zweyten, wie sich verhält das vierte Glied der zweyten zum vierten Gliede der ersten. Z. B.

2 : 5 = 12 : 30
4 : 5 = 12 : 15
---
2 : 4 = 15 : 30

denn 2 × 30 = 4 × 15, oder 60 = 60.

Die Proportionslehren werden im bürgerlichen Leben, beym Handel und in andern Geschäften überaus oft angewendet, und sind daher von der größten Wichtigkeit und dem ausgebreitetsten Nutzen. Eine der vorzüglichsten Anwendungen derselben ist die Regel Detri, welche zu drey Gliedern das vierte unbekannte zu finden lehret. Man darf aber bey der Anwendung derselben die Glieder oder Zahlen nicht setzen, wie es einem in den Sinn kömmt, sondern man muß sie so ordnen, daß sie mit einander ein Verhältniß haben. Ellen zu Ellen, oder fl. zu fl. haben allerdings ein Verhältniß mit einander; nicht aber Ellen zu fl., oder fl. zu Ellen; daher muß man von den drey vorgelegten bekannten Gliedern jene zwey Zahlen, welche von **einerley Art** sind, so anschreiben, daß sie die Glieder des ersten Verhältnisses ausmachen, und zwar so, daß **jene Zahl**, welcher die **Frage** angehängt ist, den **zweyten Platz** einnehme; jene Zahl hingegen, welche von einer ganz **andern Art** ist, auf die **dritte** Stelle zu stehen komme. Gesetzt, es wäre Folgendes die Aufgabe: „Wenn 2 Ellen 8 fl. gelten; was kosten 4 Ellen?“ so müßte man sagen: Wie sich 2 Ellen zu 4 Ellen verhalten, eben so verhalten sich die 8 fl. (der Werth der zwey Ellen) zu den gesuchten fl. (dem Werthe von vier Ellen). Die Gliederordnung und die Berechnung sind demnach folgende:

Ellen	Ellen	fl.	fl.
2	: 4	= 8	: G

$$G = \frac{4 \times 8}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ fl. das vierte Glied.}$$

Wenn man nun hier die mittleren zwey Glieder 4 und 8 mit einander multiplizirt, und das Produkt 32

durch das erste Glied 2 dividirt; so ist der gefundene Quotient 16 fl. das gesuchte vierte Glied, oder der Werth der 4 Ellen, und die vollständige Proportion heißt:

Ellen Ellen fl. fl.
2 : 4 = 8 : 16.

Hieraus läßt sich nun folgender Satz ableiten: **Die Werthe der Dinge verhalten sich eben so zu einander, wie sich die Dinge selbst verhalten;** oder auch umgekehrt: **Die Dinge verhalten sich zu einander eben so, wie ihre Werthe.** So vielmal nämlich 4 Ellen mehr als 2 Ellen sind, so vielmal sind auch 16 fl. mehr als 8 fl.

So und nicht anders sollen eigentlich die Glieder der Proportion allzeit geordnet, und das vierte Glied gesucht werden. Da man aber im gemeinen Leben nicht zu sagen pflegt: „2 Ellen verhalten sich zu 4 Ellen, wie 8 fl. zu den gesuchten Gulden;“ überdieß auch aus angeführten Gründen die mittleren Glieder ohne Nachtheil der Proportion verwechseln darf, und sich während des Rechnens die Zahlen als unbenannte (das ist so viel, als gleichbenannte) vorstellen kann: so hat es nichts zu bedeuten, wenn man sie auch so ansetzt, wie man allgemein zu sagen pflegt:

2 Ellen gelten 8 fl.; was kosten 4 Ellen?

Oder ohne Namen: 2 : 8 = 4 : G

$$G = \frac{8 \times 4}{2} = \frac{32}{2} = 16.$$

Auf diese Art findet man also auch das richtige vierte Glied. Was noch weiter dabey zu beobachten ist, wird der folgende Abschnitt enthüllen.

Achtzehnter Abschnitt.

Von der Regel Detri, Dreyglieder- oder Dreyzahlen-Regel.

Die Regel Detri ist eine Anleitung, zu drey gegebenen Zahlen die vierte Proportionalzahl zu finden. Sie hat ihre Benennung von den drey Zahlen oder Gliedern einer geometrischen Proportion erhalten, zu welchen sie das vierte Glied finden lehret, und heißt ihres großen und allgemeinen Nutzens wegen auch die goldene Regel.

Unter den drey gegebenen Zahlen müssen allemal **zwey** seyn, die **einerley Namen** haben, oder doch wenigstens auf einerley Namen gebracht werden können; die dritte noch übrige von den gegebenen Zahlen muß mit der gesuchten von **einerley Art** seyn. Eine von den ersten zwey gleichnamigen Zahlen ist gewöhnlich mit einer Frage verbunden, und heißt deßwegen die **Fragezahl.**

Um die drey gegebenen Zahlen gehörig anzusetzen, suche man **erstens** die so eben erwähnte **Fragezahl,**

das ist jene Zahl, wegen welcher eigentlich um etwas gefragt, und worauf die Antwort gesucht wird, und setze sie rechter Hand als das dritte Glied an; zweytens die Zahl aber, welche mit dem dritten Gliede einen **gleichen** oder **ähnlichen Namen** hat, schreibe man linker Hand als das erste Glied an; und **drittens** kömmt die noch übrige Zahl in die Mitte, mit der die **Antwortzahl**, welche man sucht, gleichen Namen erhält. Z. B. Wie hoch kommen 6 Ellen Band, wenn 1 Elle 4 kr. kostet?

Ansatz:

1stes	=	2tes	=	3tes Glied.
Elle		kr.		Ellen?
1		4		6

In vorstehender Aufgabe wird gefragt: **Wie hoch kommen 6 Ellen?** 6 ist also die Fragezahl, und steht zur Rechten als das dritte Glied, mit welchem das erste Glied (1 Elle) gleichen Namen hat; denn beyde haben den Namen: **Ellen**; und in der Mitte steht die noch übrige Zahl 4 kr. Da nun im zweyten Gliede **Kreuzer** stehen; so muß das gesuchte vierte Glied, die Antwortzahl, auch Kreuzer enthalten.

Die allgemeine Regel,

nach welcher nun alle richtig angeschriebenen Aufgaben ohne Unterschied aufgelöset werden, heißt:

Multiplizire das zweyte und dritte Glied mit einander, und dividire das Produkt durch

das erste: der Quotient giebt das gesuchte vierte Glied, oder die verlangte Antwort.

Bevor wir aber zur Auflösung der Regel Detri-Aufgaben schreiten, müssen wir noch das Nöthige von der Eintheilung derselben anführen.

Die Regel Detri wird eingetheilt in die einfache und zusammengesetzte, dann in die gerade und verkehrte. **Einfach** ist die Regel Detri, wenn zu drey gegebenen Gliedern einer geometrischen Proportion das vierte gesucht wird; **zusammengesetzt** aber, wenn sie es mit fünf, sieben oder noch mehreren Gliedern zu thun hat.

Gerade ist eine Regel Detri-Aufgabe, wenn man sagen kann:

Je **größer** die Fragezahl, desto **größer** die Antwortzahl; oder: Je **kleiner** die Fragezahl, desto **kleiner** die Antwortzahl.

Verkehrt ist im Gegentheile eine Regel Detri-Aufgabe, wenn man sagen kann:

Je **größer** die Fragezahl, desto **kleiner** die Antwortzahl, oder: Je **kleiner** die Fragezahl, desto **größer** die Antwortzahl.

Bey dem Gebrauche der Regel Detri kömmt es also hauptsächlich auf die richtige Beurtheilung an, ob eine Aufgabe gerade oder verkehrt sey. Dieses einzusehen, ist eben nicht gar schwer. **Mehr** Waare kostet **mehr** Geld, und **weniger** Waare **weniger** Geld. Wenn aber einerley Arbeit in **kürzerer** Zeit zu Stande kommen soll; so muß man **mehr** Leute an-

stellen, und wenn man längere Zeit darauf verwenden kann; so braucht man weniger Leute. In Fällen dieser Art muß man also die drey gegebenen Zahlen in umgekehrter Ordnung ansetzen, das ist, die Frage-zahl voran, und was mit ihr von einerley Art ist, auf die dritte Stelle.

Da sich aber die Aufgaben der verkehrten, wie auch der zusammengesetzten Regel Detri bequemer nach der Kettenregel, als nach der Regel Detri, auflösen lassen; so wollen wir dieselben bis zum nächsten Abschnitte verschieben, und hier also bloß die einfache gerade Regel Detri abhandeln.

Unter den Aufgaben der einfachen geraden Regel Detri kommen Multiplikations- Divisions- und gemischte Beyspiele vor. Das, was bey jeder dieser Gattung Beyspiele sonderheitlich zu beobachten ist, soll an seinem Orte angeführt werden.

A. Multiplikations-Beyspiele,

wo aus dem Betrage Eines Stückes der Betrag mehrerer Stücke gesucht werden soll. Hierher gehören solche Beyspiele, wo im ersten Gliede 1 ist, und wo man nur das zweyte und dritte Glied mit einander zu multipliziren hat, um das vierte unbekannte zu finden. Das gefundene vierte Glied erhält allzeit die nämliche Benennung, welche das zweyte Glied hat. Sind z. B. in der Mitte Kreuzer; so ist nach der Multiplikation auch die Antwort Kreuzer; sind Pfennige in der Mitte, so enthält die Antwort Pfennige; stehen Stücke in der Mitte, so ist nach der Multiplikation die Antwort Stücke, und so fort.

Z. B. Ein Stück kostet 4 kr.; was gelten 6 Stücke?

Ansatz und Berechnung:

a) Stück kr. Stücke?

1 4 6

4 mal

Antwort 24 kr.

Oder auch so:

b) Stück : kr. Stücke?

1 4 6

6 mal

Antwort 24 kr.

Bey der Berechnung a) wurde das dritte Glied 6 durch das zweyte Glied 4; und bey b) das zweyte durch das dritte multiplizirt, welches aber gleichviel ist; denn es ist 4 mal 6 eben so viel, wie 6 mal 4, nämlich 24. Der Bequemlichkeit wegen setzt man aber allemal die kleinere Ziffer unter die größere. Der Beweis hievon ist: Hätte ich 1 Stück genommen, so hätte ich 1 mal 4 kr. bezahlen müssen; hätte man 2 Stücke genommen, so wäre 2 mal so viel zu bezahlen gewesen; da man aber 6 Stücke nahm, so mußte auch ganz natürlich 6 mal so viel bezahlt werden, nämlich 24 kr., und so bey allen übrigen.

Wie hoch kommen 8 Maß Bier; wenn 1 Maß 5 kr. kostet?

Ant. 40 kr.

Wenn 1 Elle 14 kr. kostet; wie theuer sind 4 Ellen?

Elle	kr.	Ellen?
1	14	4
	4	

Antwort 56 kr.

Wenn 1 Bogen Regalpapier 16 kr. kostet; wie theuer sind 3 solcher Bogen?

Ant. 48 kr.

Wenn 1 Loth 5 kr. kostet; wie hoch kommen 11 Loth?

Loth	kr.	Loth?
1	5	11
		5

Antwort 55 kr.

Wenn 1 Quintel Saffran 18 kr. kostet; wie hoch kommen 3 Quintel?

Ant. 54 kr.

Was gelten 8 ℔; wenn 1 ℔. 24 kr. kostet?

℔.	kr.	℔.?
1	24	8
	8	

Antwort 192 kr.

Da man aber 192 kr. im gemeinen Leben nicht zu sagen pflegt, indem die Anzahl Kreuzer schon mehrere Gulden ausmacht; so müssen hier, und so in allen andern Fällen, die Kreuzer mit 60 dividirt, das ist, zu Gulden gemacht werden, als:

192 kr. | 3 fl. 12 kr.
60
180
—12 kr.

Was gelten 12 Paar junge Tauben, wenn Eine 12 kr. kostet?

Ant. 4 fl. 48 kr.

Um 14 kr. bekömmt man 1 Loth; was gelten 23?

Loth	kr.	Loth?
1	14	23

14
92
23

322 kr. | 5 fl. 22 kr.
60
300
—22

Um 40 kr. bekömmt man 1 lb. französisch. Schweizerkäs; was gilt ein Laib, der 18 lb. wiegt? Ant. 12 fl.

Wenn man für Einen Gulden 8 Ellen kauft; wie viel erhält man um 17 fl.?

fl.	Ellen	fl.
1	8	17

8

Antwort 136 Ellen.

Um Einen Gulden bekömmt man 12 Ellen Band; wie viel für 12 fl.?

Ant. 144 Ellen.

Es wurden 57 ℔. Zinn verkauft, das Pfund zu 42 kr.; wie hoch kömmt das Ganze?

℔.	kr.	℔.
1	42	57
		42
		114
		228
	2394 kr.	39 fl. 54 kr.
	6 0	
	18	
	59	
	6	
	54	
	54 kr.	

Es wurden 5 kupferne Pfannen, welche zusammen 63 ℔. wogen, verkauft, das Pfund zu 56 kr.; was ist der Betrag? Ant. 58 fl. 48 kr.

Sind die Namen des ersten und dritten Gliedes nicht gleich, sondern nur ähnlich; so muß man sie noch vor der Berechnung durch die Multiplikation gleich machen, indem man die größere Sorte in die vorhandene kleinere verwandelt. Wenn z. B. im ersten Gliede Lothe und im dritten Gliede Pfunde wären; so müßte man im dritten Gliede die Pfunde mit 32 multipliziren, d. i., zu Lothen machen: stünden aber im ersten Gliede Kreuzer und im dritten Gliede Gulden; so hätte man die Gulden mit 60 in Kreuzer zu verwandeln. Z. B. Wie viel kosten 41 ℔.; wenn das Loth 4 kr. gilt?

Loth	kr.	℔.
1	4	41
		32
		82
		123
		1312 Loth.
		4
		5248 kr. | 87 fl. 28 kr.
		6 0
		48
		—44.
		6
		42
		—28 kr.

Was kosten 6 Rieß Schreibpapier; wenn das Buch für 9 kr. bezahlt wird, und der Rieß 20 Buch hat?
Ant. 18 fl.

Kommen in einem der drey Glieder verschiedene Gattungen von Münzen, oder Maaße, oder Gewichte, als: Gulden, Kreuzer, Pfennige; oder: Zentner, Pfunde, Lothe, Quintel u. dgl. vor; so verwandle man alle diese Sorten in Eine, und zwar in die vorhandene kleinste. Z. B. Es kauft jemand 9 Zentner Waare, den Zentner für 21 fl. 16 kr. 3 pf.; wie hoch beläuft sich das Ganze?

Zt.	fl.	kr.	pf.	Zent.
1	21	16	3	9

60

1276 kr.

4

5107 pf.

9

45963 pf. | 11490 kr. | 191 fl. 30 kr. 3 pf.

4 | 6 0

4 | 6

-5 | 54

4 | 6

4 | 54

19 | —9

4 | 6

16 | 6

-36 | 30 kr.

4

36

—3

4

0

3 pf.

Hier machte man zuerst die 21 fl. durch die Multiplikation mit 60 zu Kreuzern, zu welchen auch die daneben-stehenden 16 kr. gezählt wurden; dann wurden die heraus-gekommenen 1276 kr. wieder mit 4 multiplizirt, d. i., in Pfennige verwandelt, und die vorhandenen 3 pf. hinzugezählt, und so fand man, was der Zentner in Pfennigen betrage. Da nun 9 Zentner berechnet wer-

den mußten, so wurden die 5107 pf. auch noch mit dem dritten Gliede 9 multiplizirt, und so erschienen zur Antwort 45963 pf., welche dann endlich durch die Division mit 4 zu Kreuzern, und die 11490 kr. mit 60 zu Gulden gemacht wurden.

Wenn 1 Stück 13 fl. 23 kr. 2 pf. kostet; wie hoch kommen 16 Stück?

Ant. 214 fl. 16 kr.

Ein Handelsmann giebt das Loth Zucker für Einen Kreuzer und zwey Pfennige; wie hoch kömmt eine Lieferung von 14 Zentnern 16 Pfund 13 Loth?

Loth kr. pf. Zent. ℔. Loth?

1 1 2 14 16 13

4 100

6 pf. 1416 ℔.

32

2845

4248

45325 Loth.

6

271950 pf. | 67987 | 1133 fl. 7 kr. 2 pf.

4 | 6 0

24 | 6

-31 -7

4 6

28 6

-39 19

4 6

36 18

-3 -1

35	18
4	6
32	18
–30	–
4	
28	
–2 pf.	

Um mit dem ersten Gliede gleichen Namen herzustellen, wurde hier im dritten Gliede alles in Lothe verwandelt; die 14 Zentner wurden nämlich mit 100 multiplizirt, und die danebenstehenden 16 ℔. eingezählt. Die herausgekommenen 1416 ℔. wurden hierauf wieder mit 32 multiplizirt, und die 13 Loth dazu gerechnet, und so erhielt man 45325 Loth, welche endlich auch noch mit dem zweyten Gliede 6 multiplizirt wurden, wo sodann 271950 pf. zur Antwort erschienen, diese zu Kreuzern und dann zu Gulden gemacht, giebt 1133 fl. 7 kr. 2 pf.

Was kosten 24 Loth, 2 Quintel und 3 Pfenniggewicht Saffran; wenn das Pfenniggewicht auf 4 kr. 2 pf. kömmt?

Ant. 29 fl. 37 kr. 2 pf.

B. Divisions-Beyspiele,

wo aus dem Betrage mehrerer Stücke der Betrag Eines Stückes gesucht werden soll. Hierher gehören solche Beyspiele, wo das dritte Glied 1 enthält. Da nun 1 nicht multiplizirt; so darf man nur das zweyte Glied durch das erste dividiren: der Quotient giebt die verlangte Antwort. Z. B.

Wenn 2 Stück 12 fl. kosten; was gilt Eines?

Stück	fl.	Stück?
2	12	1
	2 | 6 fl.	
	12	
	—	

Es wurden Ein Paar Ochsen verkauft für 154 fl.; was kostete Einer?

Ant. 77 fl.

Wenn 3 Ellen 17 fl. kosteten; wie hoch kömmt Eine?

Ellen	fl.	Elle?
3	17 |	1
	3 | 5 fl.	
	15 |	
	–2	
	60	
	120 | 40 kr.	
	3	
	12 |	
	—	

Hier wurden die von der ersten Division übrig gebliebenen 2 fl. mit 60 zu Kreuzern gemacht, und die Division fortgesetzt.

Wenn 5 Zentner Waare 277 fl. kosten; wie hoch kömmt Ein Zentner?

Ant. 55 fl. 24 kr.

Wenn 4 ℔. um 9 fl. 46 kr. gekauft wurden; wie hoch kam 1 ℔.?

℔	fl.	kr.	℔.?
4	9	46	1
	4	2 fl.	
	8		
	1 fl.		
	60		
	106 kr.	26 kr.	
	4		
	8		
	26		
	4		
	24		
	−2 kr.		
	4		
	8 pf.	2 pf.	
	4		
	8		
	−		

In diesem Beyspiele wurde der nach der ersten Division gebliebene Gulden mit 60 zu Kreuzern gemacht, zu welchen auch die 46 kr. gezählt wurden. Die herausgekommenen 106 kr. wurden dann wieder durch das erste Glied 4 dividirt, und die gebliebenen 2 kr. mit 4 zu Pfennigen gemacht, welche dann endlich auch noch mit dem ersten Gliede dividirt wurden.

Die Probe

vom obigen und allen andern Regel Detri-Beyspielen wird gemacht, wenn man das Beyspiel umkehrt, das ist, wenn man das dritte Glied an die Stelle des ersten, und das erste an die Stelle des dritten Gliedes schreibt, und die herausgebrachte Antwort in die Mitte setzt. Kömmt nun nach der Berechnung der Betrag des vorigen

zweyten Gliedes wieder heraus; so ist die Rechnung richtig. Das vorstehende und berechnete Beyspiel wird demnach auf folgende Weise angeschrieben:

℔.	fl.	kr.	pf.	℔.?
1	2	26	2	4

60

140 kr.

4

586 pf.

4

2344	586 kr.	9 fl. 46 kr.
4	60	
20	54	
–34	–46 kr.	
4		
32		
–24		
4		
24		
—		

Wenn 3 Rieß Schreibpapier auf 6 fl. kommen; was kostet der Bogen?

Rieß	fl.	Bogen?
3	6	1
20	60	

60 Buch — 360 kr.

24 — 4

240 — 1440 pf. | 1 pf.

120 — 1440

1440 Bogen — 1440

—

Im ersten Gliede wurden die 3 Riß mit 20 zu Büchern, diese aber dann mit 24 zu Bogen gemacht. Im zweyten Gliede wurden die 6 fl. zu Kreuzern und Pfennigen gemacht, und durch das erste Glied dividirt.

Probe.

Bogen	pf.	Rieß?		
1	1	3		
		20		
		60 Buch		
		24		
		240		
		120		
Bogen		1440	360	6 fl.
		4	60	
		12	36	
		-24	—	
		4		
		24		
		—		

Da der Bogen 1 pf. kostet, so kommen die 1440 Bogen auf 1440 pf.; diese, zu Kreuzern und Gulden gemacht, geben 6 fl. zur Antwort.

Wenn 4 Eimer Bier 17 fl. kosteten; wie theuer kömmt die Maß zu stehen?

Ant. 4 kr. 1 pf.

C. Gemischte Beyspiele,

wo aus dem Betrage mehrerer Stücke der Betrag von mehr anderen gesucht werden soll. Hieher gehören jene

Beyspiele, wo in keinem der drey Glieder eine Einheit vorkömmt. Die allgemeine Regel, die man dabey befolgt, heißt: **Multiplizire das zweyte und dritte Glied mit einander, und dividire das Produkt durch das erste: der gefundene Quotient ist die gesuchte Antwort.** Z. B.

Wenn 3 Pf. 5 fl. kosten; wie hoch kommen 17 Pf.?

Pf.	fl.	Pf.
3	5	17

5

85 | 28 fl.
3
6

25
3
24

1 fl.
60

60 kr. | 20 kr.
3
6

—

Probe.

Pf.	fl.	kr.	Pf.?
17	28	20	3

60

1700 kr.
3

5100 | 300 | 5 fl.
17 | 60
51 | 30

—

Wenn 5 Paar Strümpfe auf 6 fl. 40 kr. kommen; wie hoch kömmt 1 Dutzend?

Ant 16 fl.

Wenn 9 Ellen um 38 fl. 15 kr. gekauft wurden; wie hoch kommen 15 solcher Ellen?

Ellen	fl.	kr.	Ellen?
9	38	15	15

60

2295 kr.

15

11475

2295

34425 kr.	3825 kr.	63 fl. 45 kr.
9	60	
27	36	
–74	–22	
9	6	
72	18	
–22	–45 kr.	
9		
18		
–45		
9		
45		
—		

Probe.

Ellen	fl.	kr.	Ellen?
15	63	45	9

60

3825 kr.

9

34425 kr.	2295 kr.	38 fl. 15 kr.
15	60	
30	18	
—44	—49	
15	6	
30	48	
142	—15 kr.	
15		
135		
—75		
15		
75		
—		

Wenn 12 Männer für eine gewisse Arbeit überhaupt 30 fl. 40 kr. bekommen; was trifft 3 Arbeiter?

Ant. 7 fl. 40 kr.

Wenn 2 Schäffel 36 fl. 48 kr. kosten; wie hoch kommen 5 Mäßlein?

Schäffel	fl.	kr.	Mäßlein?
2	36	48	5
6	60		
12 Metzen	2208 kr.		
2	5		
24 Viertel	11040 kr.		57 kr. 2 pf.
8	192		
192 Mäßlein	960		
	1440		
	192		
	1344		
	96		
192	: 8 = $\frac{12}{24}$: 12 = $\frac{1}{2}$ kr. = 2 pf.		

Probe.

Mäßlein	kr.	pf.	Schäffel?
5	57	2	2
	4		6
230 pf.			12 Metzen.
			2
			24 Viertel.
			8
			192 Mäßlein.
			230
			5760
			384
			44160

44160	8832 pf.	2208 kr.	36 fl. 48 kr.
5	4	60	
40	8	18	
−41	−8	−40	
5	4	6	
40	8	36	
−16	−3	−48 kr.	
5	4		
15	0		
−10	32		
5	4		
10	32		

Wenn 1 Schäffel und 3 Metzen Korn 36 fl. gelten; wie hoch kömmt der Dreyßiger?

Ant. $7\frac{1}{2}$ kr.

Wenn 2 ℔. und 1 Loth 1 fl. 37 kr. 2 pf. kosten; wie hoch kommen 7 Zentner und 77 ℔.

℔.	Loth.	fl.	kr.	pf.	Zent.	℔.
2	1	1	37	2	7	77
32		60			100	
65 Loth.		97 kr.			777 ℔.	
		4			32	
		390 pf.			1554	
					2331	
					24864 Loth.	
					390	
					2237760	
					74592	
					9696960 pf.	

9696960	149184 pf.	37296 kr.	621 fl. 36 kr.
65	4	6 0	
319	12	36	
65	−29	−12	
260	4	6	
−596	28	12	
65	−11	−9	
585	4	6	
−119	8	36 kr.	
65	38		
546	4		
65	36		
520	−24		
−260	4		
65	24		
260	—		
—			

Probe.

Zent.	℔.	fl.	kr.	℔.	Loth?
7	77	621	36	2	1
100		60		32	
777 ℔.		37296 kr.		65 Loth.	
32		65			
1554		186480			
2331		223776			
24864 Loth		2424240	97 kr.	1 fl. 37 kr. 2 pf.	
		24864	60		
		223776	37 kr.		

186480
24864
174048

$\frac{12432}{24864} = \frac{1}{2}$ kr. = 2 pf.

Wenn der Zähler gerade halb so groß ist, als der Nenner, so ist der Bruch gleich einem Halben, und dieß ist hier der Fall; denn der Zähler 12432 ist vom Nenner 24864 gerade die Hälfte.

Wenn 3 Loth und 2 Quintel auf 2 fl. 27 kr. kommen; was kosten 4 ℔. und 8 Loth?

Ant. 95 fl. 12 kr.

Wenn 5 Metzen und 3 Dreyßiger Weizen auf 20 fl. 22 kr. 2 pf. kommen; was kosten 15 Schäffel 4 Metzen und 7 Mäßlein?

Metz.	Dreyßg.	fl.	kr.	pf.	Schfl.	Mtz.	Mäßl.
5	3	20	22	2	15	4	7
2		60			6		
10 Viertel.		1222 kr.			94 Metzen.		
8		4			2		
80 Mäßlein.		4890 pf.			188 Viertel.		
2					8		
163 Dreyßiger.					1511 Mäßlein.		
					2		
					3022 Dreyßiger.		
					4890		
					271980		
					24176		
					12088		
					14777580 pf.		

14777580 pf.	90660 pf.	22665 kr.	377 fl. 45 kr.
163	4	6 0	
1467	8	18	
—107	10	-46	
163	4	6	
000	8	42	
1075	26	-46	
163	4	6	
978	24	42	
-978	-26	-45 kr.	
163	4		
978	24		
—	-20		
	4		
	20		
	—		

Probe.

Schfl.	Mtz.	Mäßl.	fl.	kr.	Mtz.	Dr. ?
15	4	7	377	45	5	3
6			60		2	
94 Mtz.			22665 kr.		10 Viertel.	
2			4		8	
188 Viertel			90660 pf.		80 Mäßl.	
8			163		2	
1511 Mäßl.			271980		163 Dreyßg.	
2			54396			
3022 Dr.			9066			
			14777580 pf.			

14777580 pf.	4890 pf.	1222	20 fl. 22 kr. 2 pf.
3022	4	6 0	
12088	−8	12	
−26895	4	−2	
3022	8	6	
24176	−9	0	
−27198	4	22 kr.	
3022	8		
27198	10		
	4		
	8		
	2 pf.		

4 Metzen und 1 Dreyßiger Erbsen kommen auf 22 fl. 34 kr. 2 pf.; was kosten 4 Schäffel?

Ant. 134 fl. 24 kr.

Enthält das erste Glied einen Bruch; so streiche man desselben Nenner aus, setze ihn unter das dritte Glied, und multiplizire selbes damit.

Dieses Verfahren muß aus dem Grunde beobachtet werden, damit zwischen dem ersten und dritten Gliede die Gleichheit der Namen hergestellt werde; denn die Zähler sind die Zahlen, und die Nenner benennen diese Zahlen, ob's Halbe, Drittel, Viertel und dergleichen sind. Wenn nun im ersten Gliede Viertel stehen, so muß auch das dritte Glied in Viertel verwandelt werden, und dieß geschieht, wenn der Nenner vom ersten zum dritten Gliede geschrieben, und die Zahl des dritten Gliedes mit dem versetzten Nenner multiplizirt wird.

Z. B. Wenn $\frac{1}{4}$ Elle auf 1 fl. 12 kr. kömmt; wie hoch kommen 11 solcher Ellen?

Elle	fl.	kr.	Ellen?
$\frac{1}{4}$ Viertelelle.	1	12	11
	60		4
	72 kr.		44 Viertelellen
	44		
	288		
	288		
	3168 kr.		52 fl. 48 kr.
	60		
	30		
	−16		
	6		
	12		
	−48 kr.		

Der Nenner 4 vom ersten Gliede wurde unter das dritte Glied 11 gesetzt, und dnrch Multiplikation die 11 Ellen in lauter Viertel verwandelt, wo sodann die Aufgabe mit gleichen Namen in folgender Gestalt erscheint:

Viertelelle	fl.	kr.	Viertelellen?
1	1	12	44

Wenn man für 2 fl. 32 kr. $\frac{1}{3}$ Elle bekömmt; was kosten 9 solcher Ellen?

Ant. 68 fl. 24 kr.

Kömmt im dritten Gliede ein Bruch vor; so setze man den Nenner dieses Bruches unter das erste Glied, und stelle wieder durch die

Multiplikation die Gleichheit der Namen her.

Z. B. Wenn 21 Stück um 152 fl. 36 kr. gekauft wurden; wie hoch kömmt $\frac{1}{4}$ Stück zu stehen?

Stück	fl.	kr.	Stück?
21	152	36	1
4	60		$\frac{1}{4}$
84 Viertelstück.	9156 kr.		
	84	109 kr.	1 fl. 49 kr.
	—75	60	
	84	49 kr.	
	00		
	756		
	84		
	756		

Um 68 fl. 24 kr. kaufte man 9 Ellen; wie hoch kömmt das Drittel einer Elle?

Ant. 2 fl. 32 kr.

Steht im zweyten Gliede ein Bruch; so schreibe man dieses Bruches Nenner unter das erste Glied, multiplizire selbes damit, und dividire dann mit dem Produkte des ersten Gliedes das Produkt des zweyten und dritten Gliedes. Z. B. 2 ℔. kosten $\frac{3}{4}$ fl.; wie hoch kömmt 1 ℔.?

Kb.	fl.	Kb.?
2	3	1
4	4	
8	60	
180 kr.	22 kr.	
8		
16		
20		
8		
16		
−4 kr.		
4		
16 pf.	2 pf.	
8		
16		

Hier sollten im zweyten Gliede die $\frac{3}{4}$ fl. durch die 2 Ganzen vom ersten Gliede dividirt werden; man dividirt aber einen Bruch durch Ganze, wenn man entweder den Nenner des Bruches durch die Ganzen multiplizirt, und den Zähler unverändert behält; oder wenn man durch die Ganzen den Zähler ohne Rest dividirt, und den Nenner unverändert läßt. Da aber die letzte Art zu dividiren nicht angeht, indem sich der Zähler 3 durch 2 nicht genau dividiren läßt; so wurde nach der ersten Art verfahren, man setzte nämlich den Nenner 4 unter das erste Glied, und multiplizirte ihn durch die 2 Ganzen, und die Antwort wäre $\frac{3}{8}$ fl. gewesen, wenn man den Zähler dieses Bruches nicht durch die Multiplikation mit 60 in Kreuzer aufgelöset, und das Produkt 180 durch den Nenner 8 dividirt hätte. Die nach der Division als Rest gebliebenen 4 kr.

wurden dann auch durch die Multiplikation mit 4 in Pfennige verwandelt, und durch den nämlichen Nenner 8 dividirt.

Was kostet 1 Elle; wenn 5 Ellen auf $\frac{2}{3}$ fl. kommen? Ant. 8 kr.

Was muß man für $\frac{7}{8}$ Ellen Pers bezahlen; wenn $\frac{2}{3}$ Ellen $\frac{4}{5}$ fl. kosten?

Ellen	fl.	Ellen?
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{8}$
5mal		3mal
10		21
8mal		4mal
80		84 | 1 fl.
		80
		4
		60
		240 | 3 kr.
		80
		240
		—

Hier setzte man die Nenner vom zweyten und dritten Gliede unter das erste, und multiplizirte es damit. — Darauf schrieb man auch den Nenner vom ersten Gliede unter das dritte, und beobachtete das Nämliche. — Sodann dividirte man im dritten Gliede das Produkt 84 durch das Produkt 80 vom ersten Gliede, lösete den Gulden-Rest 4 durch die Multiplikation mit 60 in Kreuzer auf, und dividirte endlich auch diese durch 80, und die Antwort war 1 fl. 3 kr.

Wenn $\frac{1}{4}$ Pf. auf $\frac{2}{3}$ fl. kömmt; wie hoch kommen $\frac{5}{8}$ Pf.? Ant. 1 fl. 40 kr.

Wenn in einem der drey Glieder ein gemischter Bruch vorkömmt, das ist, eine ganze Zahl und ein Bruch zugleich; so werden die Ganzen mit dem Nenner multiplizirt, der Zähler hinzugezählt, und der Nenner versetzt. Die übrige Behandlungsart ist wie bey den vorhergehenden Beyspielen. Z. B. Wenn 4 Ellen $22\frac{2}{5}$ fl. kosten; wie theuer ist die Elle?

Ellen	fl.	Elle?
	2	1
4	$22\frac{}{5}$	
5		
20	112	5 fl.
	20	
	100	
	-12	
	60	
	720 kr.	36 kr.
	2 0	
	6	
	12	
	2	
	12	

In diesem Beyspiele wurden im zweyten Gliede die 22 fl. mit dem Nenner 5 multiplizirt, d. i., in Fünftel-Gulden verwandelt, und der Zähler 2 hinzugezählt; das Produkt 112 aber unter den Querstrich herabge-

setzt, und der Nenner 5 unter das erste Glied geschrieben, mit welchem dann auch das erste Glied 4 multiplizirt, und mit dem Produkte 20 in der Mitte 112 dividirt wurden.

Jemand verdiente sich in 6 Tagen $4\frac{1}{2}$ fl.; was war das Tagelohn? Ant. 45 kr.

Wenn 2 ℔. $17\frac{1}{2}$ kr. kosten; was werden 21 ℔. betragen?

℔.	kr.	℔.?
	$17\frac{1}{2}$	21
2	1	
2	35	
	21	
	35	
4	70	
	735 | 183	3 fl. 3 kr. 3 pf.
	4 | 60	
	33 | 180	
	4 —3 kr.	
	32	
	—15	
	4	
	12	
	—3 kr.	
	4	
	12 pf. | 3 pf.	
	4	
	12	
	—	

Was ist der Betrag von 1 Lb.; wenn 3 Loth auf $12\frac{3}{4}$ kr. zu stehen kommen? Ant. 2 fl. 16 kr.

Es wurden 6 Lb. und 1 Vierling gekauft, 4 Lb. zu $1\frac{1}{3}$ fl.; wie hoch kömmt das Ganze zu stehen?

Lb. fl. Lb.?

4 $1\frac{1}{3}$ $6\frac{1}{4}$

4 4 25

16 4 4

3 4

48 100 | 2 fl.

48

96

-4

60

240 kr. | 5 kr.

48

240

Bey den letzten zwey Gliedern wurden die Ganzen mit ihren Nennern multiplizirt, die Zähler hinzugezählt, die Summen herabgeschrieben, und die 2 Nenner unter das erste Glied gesetzt, mit welchen es multiplizirt wurde. Weiter wurde die Summe 25 vom dritten Gliede multiplizirt durch die Summe 4 vom zweyten Gliede, und das Produkt 100 durch das Produkt 48 vom ersten Gliede dividirt. Der gebliebene Rest 4 wurde alsdann in Kreuzer aufgelöset, und die Division fortgesetzt.

6 Ellen kamen auf $37\frac{1}{5}$ fl.; was werden 4 Ellen betragen? Ant. 24 fl. 48 kr.

Wenn $8\frac{1}{3}$ Ellen auf $21\frac{1}{2}$ fl. kommen; wie hoch kommen $12\frac{3}{4}$ Ellen?

Ellen fl. Ellen?

$8\frac{1}{3}$ $21\frac{1}{2}$ $12\frac{3}{4}$

25 43 51
4 3
100 153
2 43
200 459
612
6579 | 32 fl.
2 00
6
−5
2
4
179
60
10740 kr. | 53 kr.
2 00
10
−7
2
6
140 kr.
8
1120 hl. | $5\frac{120}{200} : 10 = \frac{12}{20} : 4 = \frac{3}{5}$ hl.
200
1000
−120

Probe.

Ellen	fl.	kr.	hl.	Ellen?
$12\frac{3}{4}$	32	53	$5\frac{3}{5}$	$8\frac{1}{3}$
51	60			25
5	1973 kr.			4
255	8			100
3	15789 hl.			
765	5			
	78948 Fünftelhäller.			
	100			
7894800	10320 hl.	1290 kr.		$21\frac{1}{2}$ fl.
765	8	60		
−244	23	12		
765	8	−9		
000	16	6		
2448	−72	30		
765	8	60		: 30 = $\frac{1}{2}$
2295	72			
−1530				
765				
1530				

Was kosten $7\frac{2}{3}$ Ellen; wenn man für $34\frac{1}{5}$ fl. $4\frac{1}{2}$ Ellen bekömmt? Ant. 58 fl. 16 kr.

Einige Vortheile,

die sich bey der Regel Detri nicht selten anwenden lassen, und die Arbeit beträchtlich abkürzen.

Multiplikations-Beyspiele.

1) Wenn das zweyte Glied aus zwey oder mehreren Sorten besteht, das dritte Glied aber eine einstellige Zahl enthält; so multiplizire man die verschiedenen Sorten des zweyten Gliedes mit dem dritten, und schreibe die herausgekommenen Produkte da an, wo selbe herausgekommen sind. Z. B.

Zentner	fl.	kr.	pf.	Zentner?
1	27	15	1	3
Antw.	81	45	3	

Hier multiplizirte man mit dem dritten Gliede das zweyte, indem man sagte: 3mal 1 pf. sind 3 pf. Nachdem man nun diese 3 pf. unter die Pfennig-Sorte gesetzt hatte, sagte man weiter: 3mal 15 kr. sind 45 kr. Und als man auch diese 45 kr. unter die Kreuzer-Sorte geschrieben hatte, hieß es noch: 3mal 27 fl. sind 81: und die gesuchte Antwort ist 81 fl. 45 kr. 3 pf.

Wenn aber in der Multiplikation viele kleine Sorten als Produkt herauskommen; so muß man dieselben im Sinne in die nächsthöhere verwandeln, und während der Multiplikation hinzuzählen, als:

Stück	fl.	kr.	pf.	Stück?
1	6	45	2	4
Antw.	27	–2	–	

Hier sage ich: 4mal 2 pf. sind 8 pf. — 8 Pfennige machen 2 kr., und bleibt kein Pfennig. Ferner spreche ich: 4mal 5 kr. sind 20 kr., und die aus den acht Pfennigen erhaltenen 2 kr. dazu, sind 22 kr. Ich schreibe die 2 kr. an, und behalte die 2 Zehner. Nun sage ich: 4mal 4 Zehner sind 16, und die im Sinne behaltenen 2 Zehner dazu, geben 18 Zehner. 18 Zehner aber machen gerade 3 fl., und bleibt kein Zehner. Endlich sage ich: 4mal 6 fl. sind 24 fl., und die aus den achtzehn Zehnern entsprungenen 3 fl. dazu, geben 27 fl.; und die verlangte Antwort ist 27 fl. 2 kr.

Wenn das dritte Glied eine zwey- oder dreystellige Zahl enthält, die sich leicht und genau zerfällen läßt; so multiplizire man die verschiedenen Sorten des zweyten Gliedes mit dem einen Faktor, und das, was dadurch herauskömmt, mit dem andern: das letzte Produkt giebt die gesuchte Antwort. Z. B.

Elle	fl.	kr.	pf.	Ellen?
1	4	32	1	24
	18	9	—	4
Antw.	108	54	—	6

Nachdem man hier das dritte Glied 24 in 4mal 6 zerfället hatte, multiplizirte man nach der vorigen Art die 4 fl. 32 kr. 1 pf. zuerst mit dem einen Faktor 4, und dann die herausgekommenen 18 fl. 9 kr. mit dem andern Faktor 6. Das letzte Produkt 108 fl. 54 kr. ist die verlangte Antwort. Noch ein Beyspiel, wo mit 3 Faktoren multiplizirt wird:

Stück	fl.	kr.	pf.	Stück?
1	3	42	2	480
	22	15	–	6
	178	—	–	8
Antw.	1780	—	–	10

Wenn das dritte Glied aus einer zweyſtelligen Primzahl *), als: aus 13, 17, 19 und dergleichen beſteht; ſo muß man ſelbe in Eins weniger zerfällen, und nach der vorigen Art verfahren, wobey aber zu merken iſt, daß man während der Multiplikation des zweyten Faktors die verſchiedenen Sorten des zweyten Gliedes hinzuzählen muß. Z. B.

Elle	fl.	kr.	pf.	Ellen?
1	5	34	2	13
	22	18	–	4
Antw.	72	28	2	3 und 1

Hier multiplizirte man zuerſt das zweyte Glied mit dem Faktor 4; darauf multiplizirte man das gefundene Produkt 22 fl. 18 kr. auch mit dem zweyten Faktor 3, und zählte während dieſer zweyten Multiplikation die obenſtehenden 5 fl. 34 kr. 2 pf. hinzu, indem man bey der Pfennigſtelle ſagte: 3mal nichts iſt nichts, aber die obenſtehenden 2 pf. dazu ſind 2 pf. Man ſetzte dieſe 2 Pfennige unter den Querſtrich, und ſagte bey der Kreuzerſtelle: 3mal 8 ſind 24 kr., und die oben-

*) Primzahlen oder einfache Zahlen heißen ſolche, die nicht aus andern durch Multiplikation entſtanden ſind; ſo wie im Gegentheile jene Zahlen, die durch Multiplikation aus andern einfachen Zahlen entſtanden ſind, zuſammengeſetzte Zahlen heißen.

stehenden 4 kr. dazu, sind 23 kr. Man schreibt die 3 Einheiten an, und behält 2 Zehner. Weiter spricht man: 3mal 1 Zehner sind 3, und die im Sinne behaltenen 2 Zehner dazu, sind 5, mit den obigen 3 Zehnern aber 8 Zehner. 8 Zehner geben 1 fl. und 2 Zehner. Man setzt die 2 Zehner an, und behält 1 fl. zur nächsten Sorte. Nun heißt es endlich auch noch: 3mal 22 fl. sind 66, mit dem im Sinne behaltenen 1 fl. und mit den obenstehenden 5 fl. aber 72 fl.

Wenn das dritte Glied aus einer solchen Zahl besteht, die sich in Eins weniger nicht zerfallen läßt; so zerfälle man dieselbe in Eins mehr, multiplizire alsdann nach der vorigen Art, und ziehe am Ende das einmal zu viel genommene zweyte Glied vom letzten zu großen Produkte ab: der Rest ist die gesuchte Antwort. Z. B.

Stück	fl.	kr.	pf.	Stück?
1	7	15	2	23
	43	33	–	6
	174	12	–	4 weniger 1
	166	56	2	

Hier wurden nach der zweyten Multiplikation die obenstehenden 7 fl. 15 kr. 2 pf. von dem letzten Produkte 174 fl. 12 kr. abgezogen, und der Rest gab die gesuchte Antwort.

Wenn aber nach der Zerfällung mehr als 1 übrig bleibt; so multiplizire man mit dem gebliebenen Reste das zweyte Glied, und zähle am Ende die beyden Produkte zusammen: die Summe giebt die verlangte Antwort. Z. B.

Elle	fl.	kr.	pf.	Ellen?
1	9	27	3	78
	75	42	—	8
	681	18	—	9 und 6
	56	46	2	
Antw.	738	4	2	

Hier wurde das zweyte Glied zuerst mit dem einen Faktor 8, und dann das herausgekommene Produkt mit dem andern Faktor 9 multiplizirt: das gefundene zweyte Produkt 681 fl. 18 kr. ist der Betrag von 72 Ellen. Da nun hier nicht 72, sondern 78 Ellen berechnet werden müssen; so muß auch noch mit dem seitwärts bemerkten Reste 6 oben multiplizirt, und das Produkt 56 fl. 46 kr. 2 pf. zu dem vorhin gefundenen Produkte 681 fl. 18 kr. addirt werden. Die Summe dieser beyden Produkte giebt die verlangte Antwort.

2) Läßt sich das dritte Glied nicht wohl zerfällen, und besteht das zweyte Glied aus einer solchen Kreuzerzahl, die sich leicht in einen Guldenbruch verwandeln läßt, der zum Zähler 1 hat; so darf man nur mit desselben Nenner das dritte Glied dividiren: der Quotient giebt die verlangte Antwort. Z. B.

℔.	kr.	Zent.	℔.
1	30	8	58
	= $\frac{1}{2}$	100	
		858	

$\frac{858}{2}$ = 429 fl. Antw.

Nachdem man hier zwischen dem ersten und dritten Gliede gleiche Benennung hergestellt hatte, sagte man: 1 ℔. kostet 30 kr. oder $\frac{1}{2}$ fl.; folglich kosten die 858 ℔.

auch 858mal 30 kr. oder $\frac{858}{2}$ fl. Dividirt man nun den Zähler 858 durch den Nenner 2; so ist der Quotient 429 fl. die gesuchte Antwort.

Will man also wie in dem letzten Beyspiele vortheilhaft zu Werke gehen; so muß man wissen, welche Kreuzer-Summen solche Brüche geben, die zum Zähler 1 haben. Man kann zwar jede Anzahl Kreuzer leicht in einen Gulden-Bruch verwandeln; denn man darf nur die vorhandenen Kreuzer als den Zähler annehmen, die Reduktionszahl 60 darunter setzen, und den Bruch abkürzen. Allein, da aber nicht jede Anzahl Kreuzer einen Einheitsbruch giebt; so will ich nun jene Kreuzer-Summen anführen, die diese Eigenschaft haben. Sie sind folgende:

30 kr. sind $\frac{1}{2}$ fl. oder Ein halber Gulden, 2 machen 1 fl.

20 kr. sind $\frac{1}{3}$ fl. oder 1 Zwanziger, 3 machen 1 fl.

15 kr. sind $\frac{1}{4}$ fl. oder 1 Fünfzehner, 4 machen 1 fl.

12 kr. sind $\frac{1}{5}$ fl. oder 1 Zwölfer, 5 machen 1 fl.

10 kr. sind $\frac{1}{6}$ fl. oder 1 Zehner, 6 machen 1 fl.

$7\frac{1}{2}$ kr. sind $\frac{1}{8}$ fl. oder 1 Schilling, 8 machen 1 fl.

6 kr. sind $\frac{1}{10}$ fl. oder 1 Sechser, 10 machen 1 fl.

5 kr. sind $\frac{1}{12}$ fl. oder 1 Fünfer, 12 machen 1 fl.

4 kr. sind $\frac{1}{15}$ fl. oder 1 Batzen, 15 machen 1 fl.

$3\frac{3}{4}$ kr. sind $\frac{1}{16}$ fl. oder 1 Batzen weniger 1 pf., 16 machen 1 fl.

3 kr. sind $\frac{1}{20}$ fl. oder 1 Groschen, 20 machen 1 fl.

$2\frac{1}{2}$ kr. sind $\frac{1}{24}$ fl. oder 1 Landmünze, 24 machen 1 fl.

2 kr. sind $\frac{1}{30}$ fl. oder $\frac{1}{2}$ Batzen, 30 machen 1 fl.

$1\frac{7}{8}$ kr. sind $\frac{1}{32}$ fl. oder $\frac{1}{4}$ Batzen weniger 1 hl., 32 machen 1 fl.

$1\frac{1}{2}$ kr. sind $\frac{1}{40}$ fl. oder $\frac{1}{2}$ Groschen, 40 machen 1 fl.

$1\frac{1}{4}$ kr. sind $\frac{1}{48}$ fl. oder $\frac{1}{2}$ Landmünze, 48 machen 1 fl.

1 kr. ist $\frac{1}{60}$ fl., 60 machen 1 fl.

Nun wollen wir, um durch Übung einige Fertigkeit zu erlangen, die angeführten sehr vortheilhaften Einheitsbrüche auch in dem Falle betrachten, wenn im zweyten Gliede neben den Kreuzern auch Gulden vorkommen; wobey aber weiter nichts zu merken ist, als daß man zuerst mit den vorhandenen Gulden das dritte Glied multipliziren, sodann eben dieses Glied auch mit dem Nenner des Einheitsbruches dividiren, und das Produkt und den Quotienten am Ende zusammen in eine Summe bringen muß. Z. B.

I.

Stück	fl.	kr.	Stück?
1	3	30	124
=		$\frac{1}{2}$	372 Produkt.
			62 Quotient.
			434 fl. Antwort.

Man denkt sich hier: 1 Stück gilt 3 fl. und $\frac{1}{2}$ fl.; also kosten die 124 Stück gerade 124mal 3 fl. und 124 halbe Gulden. 124mal 3 fl. geben 372 fl., und $\frac{124}{2}$ fl. machen 62 ganze Gulden. Bringt man nun das Produkt 372 fl. und den Quotienten 62 fl. zusammen in eine Summe; so kommen 434 fl. zur Antwort heraus.

II.

Elle	fl.	kr.	Ellen?
1	9	20	371
	= $\frac{1}{3}$		3339
			123 40
			Antw. 3462 fl. 40 kr.

Nach der Division des Nenners 3 in den Zähler 371 bleiben noch $\frac{2}{3}$ fl. Da nun $\frac{1}{3}$ fl. = 20 kr. oder 1 Zwanziger ist; so machen die gebliebenen $\frac{2}{3}$ fl. zweymal 20 kr. oder 2 Zwanziger, und diese geben 40 kr.

III.

Zentner	fl.	kr.	Zentner?
1	48	15	251
	8	= $\frac{1}{4}$	2008
	6		12048
			62 45
			Antw. 12110 fl. 45 kr.

Hier wurden im zweyten Gliede die 48 fl. in 8mal 6 zerfällt, darauf das dritte Glied mit dem einen Faktor 8, und dann das herausgekommene Produkt 2008 mit dem andern Faktor 6 multiplizirt; das letzte Produkt war 12048 fl. Nun wurde endlich auch mit dem Nenner 4 in das dritte Glied 251 dividirt, und der Quotient 62 fl. 45 kr. zu dem vorher gefundenen Produkte 12048 fl. addirt. Der nach der Division gebliebene Rest beträgt 45 kr.; denn $\frac{1}{4}$ fl. ist 1 Fünfzehner, $\frac{3}{4}$ fl. also sind 3 Fünfzehner oder 45 kr.

IV.

Stück	fl.	kr.	Stück?
1	11	12	97
		= $\frac{1}{5}$	97
			19 24

Antw. 1086 fl. 24 kr.

Hier wurde zuerst das dritte Glied mit 11 multiplizirt, das ist, man betrachtete die 97 sogleich als das Produkt der Einheit, und schrieb diese 97 auch zugleich als das Zehnfache um eine Stelle weiter gegen die Linke. Darauf dividirte man mit dem Nenner 5 noch in das dritte Glied, und brachte die beyden Produkte wie auch den Quotienten 19 fl. 24 kr. zusammen in eine Summe. Der nach der Division gebliebene Rest $\frac{2}{5}$ fl. macht 24 kr.; denn $\frac{1}{5}$ fl. ist 1 Zwölfer; $\frac{2}{5}$ fl. also geben 2 Zwölfer oder 24 kr.

V.

Zentner	fl.	kr.	Zentner?
1	21	10	67
		= $\frac{1}{6}$	134
			11 10

Antw. 1418 fl. 10 kr.

Hier wurde zuerst das dritte Glied nach der — Seite 92. unter Nro. VI. angeführten Regel multiplizirt, und sodann mit dem Nenner 6 in das dritte Glied dividirt. Die Summe gab die verlangte Antwort.

VI.

Elle	fl.	kr.	Ellen?
1	13	$7\frac{1}{2}$	33
	$= \frac{1}{8}$		99
			4 $7\frac{1}{2}$
			Antw. 433 fl. $7\frac{1}{2}$ kr.

In diesem Beyspiele multiplizirte man das dritte Glied nach der — Seite 92. unter Nro. VII. gegebenen Regel, und dividirte darauf das dritte Glied mit 8, weil 7 kr. 2 pf. gerade $\frac{1}{8}$ fl. geben.

VII.

Lb.	fl.	kr.	Zentner	Lb.?
1	1	6	5	34
	$= \frac{1}{10}$		100	
			534	
			53 24	
			Antw. 587 fl. 24 kr.	

Da hier 1 Lb. 1 fl. und 1 Sechser oder $\frac{1}{10}$ fl. gilt; so kosten die 534 Lb. auch 534 fl. und 534 Sechser oder $\frac{534}{10}$ fl. Diese Sechser oder Zehntelgulden werden nun durch die Division mit 10 in ganze Gulden verwandelt. Man dividirt aber mit 10, wenn man die letzte Ziffer 4 an der Einheiten-Stelle absondert, und sie durch die Multiplikation mit 6 in Kreuzer auflöset; die zur Linken stehenden Ziffern stellen schon Gulden vor.

VIII.

Stück	fl.	kr.	Stück?
1	26	5	52
	=	1/12	312
			104
			4 20

Antw. 1356 fl. 20 kr.

Hier wurde das dritte Glied durch das zweyte nach der gewöhnlichen Art multiplizirt, und dann mit dem Nenner 12 dividirt; der Rest war $\frac{4}{12}$ fl. oder 20 kr.; denn $\frac{1}{12}$ fl. ist 5 kr. oder 1 Fünfer; $\frac{4}{12}$ fl. also 4 Fünfer, oder 4mal 5 kr., das ist, 20 kr.

IX.

Ib.	fl.	kr.	Ib.?
1	3	4	67
	=	1/15	201
			4 28

Antw. 205 fl. 28 kr.

Der gebliebene Rest $\frac{7}{15}$ fl. beträgt 28 kr.; denn $\frac{1}{15}$ fl. ist 1 Batzen; $\frac{7}{15}$ also 7 Batzen oder 28 kr.

X.

Elle	fl.	kr.	pf.	Ellen?
1	10	3	3	34
	=	1/16		340
				2 $7\frac{1}{2}$

Antw. 342 fl. $7\frac{1}{2}$ kr.

Der Rest $\frac{2}{16}$ fl. macht $7\frac{1}{2}$ kr.; denn $\frac{1}{16}$ fl. ist 3 kr. 3 pf.; folglich machen $\frac{2}{16}$ fl. zweymal 3 kr. 3 pf., und dieß sind $7\frac{1}{2}$ kr.

XI.

Stück	fl.	kr.	Stück?
1	5	3	133
	=	$\frac{1}{20}$	665
			6 39

Antw. 671 fl. 39 kr.

Hier bleiben nach der Division $\frac{13}{20}$ fl.; und diese machen 39 kr.; denn $\frac{1}{20}$ fl. ist 1 Groschen, folglich sind $\frac{13}{20}$ fl. dreyzehn Groschen oder 39 kr.

XII.

Elle	fl.	kr.	pf.	Ellen?
1	7	2	2	52
		=	$\frac{1}{24}$	364
				2 10

Antw. 366 fl. 10 kr.

Der Rest $\frac{4}{24}$ fl. macht 10 kr.: denn $\frac{1}{24}$ fl. ist 2 kr. 2 pf., folglich machen $\frac{4}{24}$ fl. viermal 2 kr. und viermal 2 pf. — 4mal 2 kr. sind 8 kr., und 4mal 2 pf. sind 8 pf. oder 2 kr., und 8 kr. und 2 kr. geben zusammen 10 kr. Man könnte hier auch den Bruch $\frac{4}{24}$ fl. durch 4 abkürzen, wo sodann $\frac{1}{6}$ fl. oder 10 kr. herauskommen.

XIII.

Ib.	fl.	kr.	Ib.?
1	22	2	68
	=	$\frac{1}{30}$	136
			136
			2 16

Antw. 1498 fl. 16 kr.

Der gebliebene Rest ist hier $\frac{8}{30}$ fl. oder 8 halbe Batzen, und diese geben 16 kr.

XIV.

Stück	fl.	kr.	pf.	hl.	Stück?	
1	14	1	3	1	38	
					152	
		= $\frac{1}{32}$			1	$11\frac{1}{4}$

Antw. 533 fl. $11\frac{1}{4}$ kr.

Der nach der Division gebliebene Rest $\frac{6}{32}$ fl. macht 11 kr. 1 pf.; denn $\frac{1}{32}$ fl. ist 1 kr. 7 hl.; folglich sind $\frac{6}{32}$ fl. = 6mal 1 kr., und 6mal 7 hl. — 6mal 7 hl. aber machen 42 hl. oder 5 kr. 1 pf. Bringt man nun die 6 kr. und die 5 kr. 1 pf. in eine Summe; so erhält man 11 kr. 1 pf.

XV.

Elle	fl.	kr.	pf.	Ellen?	
1	4	1	2	88	
		= $\frac{1}{40}$		352	
				2	12

Antw. 354 fl. 12 kr.

Der Rest $\frac{8}{40}$ fl. beträgt 12 kr.; denn $\frac{1}{40}$ fl. ist 1 kr. und 2 pf., folglich sind $\frac{8}{40}$ fl. = 8mal 1 kr. und 8mal 2 pf.; achtmal 2 pf. geben 16 pf. oder 4 kr., und 4 kr. und 8 kr. geben zusammen 12 kr. — Kürzt man den Bruch $\frac{8}{40}$ fl. mit 8 ab; so erhalt man $\frac{1}{5}$ fl., und $\frac{1}{5}$ fl. ist auch 12 kr. oder 1 Zwölfer.

XVI.

Loth	kr.	pf.	℔.	Loth?
1	1	1	3	12

$= \frac{1}{48}$ 32

108 Loth

18

Antw. 2 fl. 15 kr.

Da hier der Nenner 48 der Größe wegen zum Dividiren etwas unbequem ist; so hat man selben in 6mal 8 zerfällt, und die 108 Loth zuerst durch 6, dann den dadurch erhaltenen Quotienten 18 durch 8 dividirt. Der nach der zweyten Division gebliebene Rest $\frac{2}{8}$ fl. giebt 15 kr.; denn $\frac{1}{8}$ fl. ist $7\frac{1}{2}$ kr., folglich machen $\frac{2}{8}$ fl. zweymal 7 kr. und $\frac{2}{2}$ kr. oder zusammen 15 kr.

XVII.

Loth	kr.	℔.	Loth?
1	1	21	7

$= \frac{1}{60}$ 32

49

63

679 Loth.

Antw. 11 fl. 19 kr.

3) Wenn die Kreuzerzahl im zweyten Gliede keinen Einheitsbruch giebt, diese Eigenschaft aber das dritte Glied hätte; so betrachte man dieses als die Kreuzer-Zahl, verwandle es in einen Einheitsbruch, und dividire mit desselben Nenner das zweyte Glied: der Quotient giebt die verlangte Antwort. Z. B.

I.

Stück	kr.	Stück?
1	53	30

Antw. 26 fl. 30 kr. = $\frac{1}{2}$

Diese Aufgabe wurde so angesehen, als wenn sie folgende Stellung hätte:

St.	kr.	St.
1	30	53
	= $\frac{1}{2}$	26 fl. 30 kr.

Denn es ist beym Multipliziren immer einerley, ob man mit dem zweyten das dritte, oder mit dem dritten das zweyte Glied multiplizirt, das Produkt bleibt immer das Nämliche, und die Antwort wird allzeit 26 fl. 30 kr. seyn.

II.

Lb.	kr.	Lb.?
1	57	$7\frac{1}{2}$

Antw. 7 fl. $7\frac{1}{2}$ kr. = $\frac{1}{8}$

III.

Elle	kr.	Ellen?
1	44	$3\frac{3}{4}$

Antw. 2 fl. 45 kr. = $\frac{1}{16}$

Der nach der Division gebliebene Rest $\frac{12}{16}$ = $\frac{3}{4}$ fl. oder 45 kr.

4) Ist das dritte Glied gerade 60; so ist die Antwort so viele Gulden, als die Kreuzerzahl im zweyten Gliede Einheiten enthält; und auch so viele Fünfzehner als Pfennige vorhanden sind. Z. B.

I.

Stück	kr.	Stück?
1	47	60

Antw. 47 fl.

II.

Maß	kr.	pf.	Eimer?
1	4	3	1

Antw. 4 fl. 3 Fünfzehner oder 45 kr.

III.

Schaub	kr.	pf.	Schober?
1	11	2	1

Antw. 11 fl. 30 kr.

IV.

Zoll	kr.	pf.	Klafter?
1	7	1	1

Antw. 7 fl. 15 kr.

5) Ist das dritte Glied mehr als 60; so sehe man zu, ob nicht der Überschuß einen Einheitsbruch giebt. Ist dieses der Fall; so dividire man mit desselben Nenner das zweyte Glied, und zahle nun die dividirten Kreuzer, die jetzt als Gulden anzusehen sind, und den darunter gesetzten Quotienten zusammen: die Summe giebt die verlangte Antwort. Z. B.

I.

Stück	kr.	Stück?
1	56	61

Antw. 56 fl. 56 kr. = 1 fl. und $\frac{1}{60}$ fl.

II.

Stück	kr.		Stück?
1	34		$67\frac{1}{2}$
	4	15	$= 1$ und $\frac{1}{8}$ fl.

Antw. 38 fl. 15 kr.

Hier zerstreute man die $67\frac{1}{2}$ in 60 und $7\frac{1}{2}$. 60 kr. $=$ 1 fl. und $7\frac{1}{2}$ kr. $= \frac{1}{8}$ fl.

III.

℔.	kr.		℔.
1	33		75
	8	15	$= 1$ und $\frac{1}{4}$ fl.

Antw. 41 fl. 15 kr.

6) Geben die geringeren Sorten des zweyten oder dritten Gliedes keinen Einheitsbruch; so muß man dieselben so zerfällen, daß sie Brüche dieser Art geben. Z. B.

I.

℔.	fl.	kr.		℔.?	
1	3	27		51	
		15	$= \frac{1}{4}$	153	
		12	$= \frac{1}{5}$	12	45
				10	12

Antw. 175 fl. 57 kr.

Da hier die 27 kr. keinen Einheitsbruch geben; so muß man diese in 15 kr. und 12 kr. zerfällen, und also schließen: 1 ℔. kostet 3 fl., $\frac{1}{4}$ fl. und $\frac{1}{5}$ fl.: folglich kosten die 51 ℔. 51mal 3 fl., $\frac{51}{4}$ fl. und $\frac{51}{5}$ fl.

51mal 3 fl. geben 153 fl.;
$5\frac{1}{4}$ fl. machen 12 = 45 kr. und
$5\frac{1}{5}$ fl. betragen 10 = 12 kr.

im Ganzen also: 175 fl. 57 kr.

II.

Elle	fl.	kr.		Ellen?	
1	1	45		38	
		30	= $\frac{1}{2}$	19	
		15	= $\frac{1}{4}$	9	30

Antw. 66 fl. 30 kr.

III.

Stück	fl.	kr.	pf.		Stück?	
1	11	17	2		93	
		10	= $\frac{1}{5}$		93	
		$7\frac{1}{2}$	= $\frac{1}{8}$		15	30
					11	$37\frac{1}{2}$

Antw. 1050 fl. $7\frac{1}{2}$ kr.

IV.

Zentner	fl.	Zentner	Pfd.?
1	43	7	45
	301		25 = $\frac{1}{4}$ Zent.
	10	45	20 = $\frac{1}{5}$ Zent.
	8	36	

Antw. 320 fl. 21 kr.

V.

Eimer	fl.	Eimer Maß?	
1	26	7	24
	182		12 = $\frac{1}{5}$ Eim.
	5	12	12 = $\frac{1}{5}$ Eim.
	5	12	

Antw. 192 fl. 24 kr.

VI.

℔.	kr.	℔.	Loth?
1	44	5	12
	3 fl. 40 kr.		8 = $\frac{1}{4}$ ℔.
	11		4 = $\frac{1}{8}$ ℔.
	$5\frac{1}{2}$		

Antw. 3 fl. $56\frac{1}{2}$ kr.

Aus diesen wenigen Beyspielen ist es schon einleuchtend, daß man im Zerfällen unbequemer Gulden-Theile Fertigkeit besitzen müsse, wenn man von dieser Art Vortheile Gebrauch machen will. Da sich aber Anfänger in das Zerfällen ohne alle Anleitung nicht so leicht zu fügen wissen; so will ich nun in folgender Tabelle zeigen, wie jede unbequeme Kreuzerzahl zerfällt werden muß, daß sie bequeme Gulden-Theile oder Einheitsbrüche gebe.

Zerfällungs-Tafel der Kreuzerzahlen.

7 kr. zerfälle man in 6 und 1.
8 kr. zerfälle man in 6 und 2.
9 kr. zerfälle man in 6 und 3.
11 kr. zerfälle man in 10 und 1.

13 kr. zerfälle man in 10, 2 und 1; oder 6, 6 und 1; oder 10 und 3.

14 kr. zerfälle man in 12 und 2.

16 kr. zerfälle man in 12 und 4; oder 10 und 6.

17 kr. zerfälle man in 12, 4 und 1; oder 10, 6 u. 1.

18 kr. zerfälle man in 12 und 6.

19 kr. zerfälle man in 12, 6 und 1.

21 kr. zerfälle man in 12, 6 und 3; oder 15 und 6.

22 kr. zerfälle man in 20 und 2; oder 12 und 10.

22½ kr. zerfälle man in 15 und 7½.

23 kr. zerfälle man in 20, 2 und 1; oder 20 und 3.

24 kr. zerfälle man in 12 und 12.

25 kr. zerfälle man in 20 und 5; oder 15 und 10.

26 kr. zerfälle man in 20 und 6.

27 kr. zerfälle man in 12, 12 und 3; oder 15 u. 12.

28 kr. zerfälle man in 12, 12 und 4.

29 kr. zerfälle man in 12, 12, 4 und 1; oder 20, 6 und 3.

31 kr. zerfälle man in 20, 10 und 1; oder 30 und 1.

32 kr. zerfälle man in 20, 10 und 2; oder 20 und 12.

33 kr. zerfälle man in 30 und 3.

34 kr. zerfälle man in 30, 3 und 1; oder 12, 12 und 10.

35 kr. zerfälle man in 30 und 5; oder 20 und 15.

36 kr. zerfälle man in 30 und 6.

37 kr. zerfälle man in 30, 6 und 1.

37½ kr. zerfälle man in 30 und 7½

38 kr. zerfälle man in 30, 6 und 2.

39 kr. zerfälle man in 30, 6 und 3.

40 kr. zerfälle man in 20 und 20.

41 kr. zerfälle man in 30, 10 und 1.

42 kr. zerfälle man in 30, 10 und 2; oder 30 und 12.

43 kr. zerfälle man in 30, 10 und 3.

44 kr. zerfälle man in 20, 20 und 4.

45 kr. zerfälle man in 30 und 15.

46 kr. zerfälle man in 20, 20, 4 und 2; oder 20, 20 und 6.

47 kr. zerfälle man in 30, 10, 5 und 2; oder 30, 10, 6 und 1; oder 20, 15 und 12.

48 kr. zerfälle man in 30, 15 und 3; oder 30, 12 und 6.

49 kr. zerfälle man in 30, 10, 6 und 3.

$49\frac{1}{2}$ kr. zerfälle man in 30, 12 und $7\frac{1}{2}$.

50 kr. zerfälle man in 30 und 20.

51 kr. zerfälle man in 30, 15, 5 und 1; oder 30, 15 und 6.

52 kr. zerfälle man in 20, 20, 10 und 2; oder 20, 20 und 12.

$52\frac{1}{2}$ kr. zerfälle man in 30, 15 und $7\frac{1}{2}$.

53 kr. zerfälle man in 20, 20, 10 und 3; oder 30, 20 und 3.

$53\frac{1}{2}$ kr. zerfälle man in 20, 20, 6 und $7\frac{1}{2}$.

54 kr. zerfälle man in 30, 20 und 4; oder 30, 12 und 12.

55 kr. zerfälle man in 30, 20 und 5; oder 20, 20 und 15.

56 kr. zerfälle man in 30, 20 und 6; oder 12, 12, 12 und 20.

57 kr. zerfälle man in 30, 20, 6 und 1; oder 30, 15 und 12.

$57\frac{1}{2}$ kr. zerfälle man in 30, 20 und $7\frac{1}{2}$.

58 kr. zerfälle man in 30, 20, 4 und 4.

59 kr. zerfälle man in 30, 20, 6 und 3.

$59\frac{1}{2}$ kr. zerfälle man in 20, 20, 12 und $7\frac{1}{2}$.

So wie hier oben die Kreuzer, eben so werden auch die Maße, die Zolle und die Schaube zerfällt. Z. B.

I.

Eimer	fl.	kr.	Eimer	Maß?
1	36	24	9	35
	327	36		20 = $\frac{1}{3}$ Eimer.
	12	8		15 = $\frac{1}{4}$ Eimer.
	9	6		

Antw. 348 fl. 50 kr.

II.

Klafter	fl.	Klafter	Zoll?
1	9	3	25
	27		15 = $\frac{1}{4}$ Klafter.
	2	15	10 = $\frac{1}{6}$ Klafter.
	1	30	

Antw. 30 fl. 45 kr.

III.

Schober	fl.	kr.	Schober	Schaub?
1	9	48	5	40
	49			20 = ½ Schober.
	3	16		20 = ⅓ Schober.
	3	16		

Antw. 55 fl. 32 kr.

7) Man pflegt auch nicht selten die Kreuzer so zu zerfällen, daß der erste Theil einen Einheitsbruch aus der ganzen Zahl giebt, der zweyte aus dem ersten, der dritte aus dem zweyten, und der vierte aus dem dritten. Z. B.

Stück	kr.		Stück?	
1	51		151	
	30 =	½	75	30
	15 =	½ ½	37	45
	5 =	½ ⅓	12	35
	1 M	½ ⅓ ⅕	2	31

Antw. 128 fl. 21 kr.

Hier zerfällte man die 51 kr. in vier Theile. 30 Kreuzer ist ½ fl.; 15 Kreuzer ist ½ von 30 Kreuzern; 5 Kreuzer ist ⅓ von 15 Kreuzern, und 1 Kreuzer ist ⅕ von 5 Kreuzern. Man dividirt also mit dem ersten Nenner 2 das dritte Glied 151: der Quotient ist 75 fl. 30 kr. — Dieser gefundene Quotient wird nun durch den zweyten Nenner 2 dividirt: der Ertrag ist 37 fl. 45 kr. oder die Hälfte des Vorigen. Es kann aber bey 15 krn. auch nur halb so viel herauskommen, als es bey 30 krn. macht, weil 15 kr. von 30 krn. auch nur die Hälfte ist. — Ferner wird der so eben

gefundene zweyte Quotient 37 fl. 45 kr. mit dem dritten Nenner 3 dividirt, und man erhält 12 fl. 35 kr. oder den dritten Theil des Vorigen. Der dritte Theil des vorigen Quotienten aber muß es deßwegen seyn, weil 5 kr. aus 15 krn. auch der dritte Theil ist; oder weil 5 kr. 3mal weniger sind als 15 kr.; so muß auch der Quotient 3mal kleiner ausfallen, als vorher. — Endlich dividirt man die 12 fl. 35 kr. durch den noch übrigen Nenner 5: der Quotient ist 2 fl. 31 kr. oder der fünfte Theil aus 12 fl. 35 kr. Der Quotient ist hier 5mal kleiner als der Vorige, und er muß auch 5mal kleiner seyn, weil 1 kr. auch 5mal weniger ist als 5 kr.

℔.	fl.	kr.	℔.	Loth?
1	4	36	13	26
	13	48		16 = $\frac{1}{2}$ ℔.
	2	18		8 = $\frac{1}{2}$ aus 16.
	11	9		2 = $\frac{1}{4}$ aus 8.
	9	17$\frac{1}{4}$		

Antw. 17 fl. 32$\frac{1}{4}$ kr.

Nachdem wir oben die bequemen Kreuzerzahlen, welche Einheitsbrüche geben, alle kennen und anwenden lernten; so wollen wir nun zu einer geschwindern Übersicht in einer Tabelle auch diejenigen noch anführen, welche solche Guldenbrüche geben, deren Zähler mehr als 1 beträgt; dabey aber alle jene Zahlen, wobey keine Abkürzung möglich ist, weglassen.

Kreuzer	Guldenbrüche
8	$\frac{2}{15}$
9	$\frac{3}{20}$
14	$\frac{7}{30}$
16	$\frac{4}{15}$
18	$\frac{3}{10}$
21	$\frac{7}{20}$
22	$\frac{11}{30}$
$22\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$
24	$\frac{2}{5}$
25	$\frac{5}{12}$
26	$\frac{13}{30}$
27	$\frac{9}{20}$
28	$\frac{7}{15}$
32	$\frac{8}{15}$
33	$\frac{11}{20}$
34	$\frac{17}{30}$

Kreuzer	Guldenbrüche
35	$\frac{7}{12}$
36	$\frac{3}{5}$
$37\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$
38	$\frac{19}{30}$
39	$\frac{13}{20}$
40	$\frac{2}{3}$
42	$\frac{7}{10}$
44	$\frac{11}{15}$
45	$\frac{3}{4}$
48	$\frac{4}{5}$
50	$\frac{5}{6}$
51	$\frac{17}{20}$
$52\frac{1}{2}$	$\frac{7}{8}$
54	$\frac{9}{10}$
55	$\frac{11}{12}$
57	$\frac{19}{20}$

Die Anwendung dieser Brüche werden nun folgende Regeln und Beyspiele zeigen:

8) Enthält das zweyte Glied eine Kreuzerzahl, die einen solchen Bruch giebt, dessen Zähler mehr als 1 ist; so multiplizire man das dritte Glied mit dem Zähler,

und dividire das Produkt durch den Nenner: der Quotient giebt die Antwort. Z. B.

I.

Stück	kr.	Stück?
1	50	123
	= $\frac{5}{6}$ fl.	615 Produkt.

Antw. 102 fl. 30 kr. Quot.

II.

℔.	kr.	℔.?
1	42	321
	= $\frac{7}{10}$ fl.	Ant. fl. 224|7 Sechser oder 42 kr.

III.

Elle	kr.	Ellen?
1	$37\frac{1}{2}$	71
	= $\frac{5}{8}$ fl.	355

Antw. 44 fl. $22\frac{1}{2}$ kr.

9) Eben dieser Vortheil hat auch Statt, wenn das dritte Glied einen Bruch giebt, dessen Zähler mehr als 1 beträgt; denn man darf in diesem Falle nur das zweyte Glied mit dem Zähler multipliziren, und das Produkt durch den Nenner dividiren: der Quotient giebt die verlangte Antwort. Z. B.

I.

℔.	kr.	℔.?
1	49	54
	Antw. fl. 44|1 Sechser	= $\frac{9}{10}$ fl.

II.

Ellen		fr.	Ellen?
1		51	45
		153	= $\frac{3}{4}$ fl.

Antw. 38 fl. 15 kr.

III.

Stück		fr.	Stück?
1		43	44
		43	= $\frac{11}{15}$ fl.
		473	

Antw. 31 fl. 32 kr.

Kommen im zweyten Gliede neben den Kreuzern auch noch Gulden zu stehen; so verfahre man wie oben; nur muß man nach gefundenem Quotienten das dritte Glied oben durch die ganzen Gulden multipliziren, und am Ende den Quotienten und das zuletzt gesuchte Produkt zusammen in eine Summe bringen. Z. B.

I.

Mb.	fl.	kr.	Mb.?
1	3	48	232
	= $\frac{4}{5}$		928
			185 fl. 36 kr. Quot.
			696 — Prod.

Antw. 881 fl. 36 kr.

II.

Zent.	fl.	kr.	Zentner?
1	13	35	73
		= $\frac{7}{13}$	511
			42 35
			219
			73
			Antw. 991 fl. 35 kr.

III.

Stück	fl.	kr.	Stück?
1	41	55	235
		= $1\frac{1}{2}$ fl.	235
			2585
			215 25
			235
			940
			Antw. 9850 fl. 25 kr.

Daß mit Beyspielen, wo man nicht erst die Kreuzer in Brüche zu verwandeln hat, sondern wo der Bruch selbst schon in der Aufgabe liegt, eben so, wie in den oben erläuterten Beyspielen, verfahren werden müsse, wird von selbst einleuchten.

I.

Pf.	fl.	Pf.?
1	$4\frac{1}{5}$	53
		212
		10 36
		Antw. 222 fl. 36 kr.

II.

Zentner	fl.	Zentner?
1	46	$9\frac{1}{2}$
	414	
	23	
	Antw. 437 fl.	

III.

Stück	fl.	Stück?
1	$5\frac{4}{5}$	127
	508	
	101 36	
	635	
	Antw. 736 fl. 36 kr.	

10) Ist im zweyten Gliede eine solche Zahl enthalten, wo nur 1 mangelt, um die höhere Sorte zu erreichen; so kann man gleich das dritte Glied für so viel Ganze der höheren Sorte annehmen, und den Betrag des einen noch mangelnden davon abziehen. Z. B.

Stück	kr.	Stück?
1	59	96
	= 1 fl. — 1 kr.	weniger 1 36
		Antw. 94 fl. 24 kr.

Da 1 Stück 59 kr. gilt; so kosten die 96 Stück 96 fl. weniger 96 kr. — 96 kr. aber machen 1 fl. 36 kr., diese von 96 fl. abgezogen, bleiben 94 fl. 24 kr.

Elle	fl.	kr.		Ellen?
1	3	59		103
		4 fl. — 1 kr.		412
			weniger 1	43
			Antw. 410 fl.	17 kr.

Man betrachtet hier die 3 fl. 59 kr. als 4 ganze Gulden, und multiplizirt damit das dritte Glied: das Produkt ist 412 fl. — Zieht man nun die zu viel genommenen 103 kr., die 1 fl. 43 kr. geben, von dem Produkte ab; so giebt der Rest die gesuchte Antwort.

Diese Verkürzung hat auch bisweilen Statt, wenn zu einem Ganzen mehr als 1 fehlt. Z. B.

Lb.	kr.		Zent.	Lb?
1	50		3	45
		1 fl. — 10 kr.	100	
		$\frac{1}{6}$ fl.	345	
			weniger 57	30
			Antw. 287 fl.	30 kr.

Die 345 Lb. werden hier gleich als Gulden angesehen; da aber 50 kr. Einen Gulden weniger 10 kr. betragen, und 10 kr. gerade $\frac{1}{6}$ fl. ist; so wurden die 345 durch 6 dividirt, und der Quotient 57 fl. 30 kr. von der angenommenen Gulden-Summe abgezogen: die Antwort ist 287 fl. 30 kr.

Stück	kr.		Stück?
1	57		71
	1 fl. — 3 kr.		— 3 33
	$\frac{1}{20}$ fl.	Antw. 67 fl.	27 kr.

Da hier die 57 kr. Einen Gulden weniger 1 Groschen geben; so kosten die 71 Stück 71 fl. weniger 71 Groschen. 71 Groschen aber machen 3 fl. 11 Groschen oder 33 kr.; diese von den angenommenen 71 fl. abgezogen, lassen 67 fl. 27 kr. als Antwort übrig.

Elle	fl.	kr.	pf.	Ellen?
1	5	52	2	23
	= 6 fl. — $\frac{1}{8}$ fl.			138
				— 2 52 kr. 2 pf.
				Antw. 135 fl. 7 kr. 2 pf.

Die 52 kr. 2 pf. geben hier $\frac{7}{8}$ fl. oder 1 fl. weniger $\frac{1}{8}$. Daher sagt man gleich: 1 Elle kostet 6 fl. weniger $\frac{1}{8}$ fl., folglich kosten 23 Ellen 23mal 6 fl. weniger $\frac{23}{8}$ fl. oder 2 fl. 52 kr. 2 pf. Diese nun von 138 fl. abgezogen, geben 135 fl. 7 kr. 2 pf. zur Antwort.

Divisions-Beyspiele.

1) Wenn das zweyte Glied zwey oder mehrere Sorten enthält, das erste Glied aber aus einer einstelligen Zahl besteht; so dividire man im zweyten Gliede die verschiedenen Sorten von der größten bis zur kleinsten durch das erste Glied, und schreibe die Quotienten unter einem gezogenen Querstriche da an, wo selbe herauskamen. Z. B.

Ellen	fl.	kr.	pf.	Elle?
3	15	42	3	1
	Antw. 5	14	1	

Man sagt hier: 3 in 15 ist 5mal enthalten; 3 in 4 ist 1mal enthalten, und bleibt 1, 3 in 12 ist 4mal enthalten; 3 in 3 ist 1mal enthalten.

Stück	fl.	kr.	Stück?
4	16	36	1
Antw.	4	9	

Wenn bey einer der größern Sorten ein Rest bleibt; so wird derselbe im Sinne in die nächst niedrigere verwandelt, mit derselben in eine Summe gebracht, und so gemeinschaftlich dividirt. Z. B.

℔.	fl.	kr.	pf.	℔.?
5	16	56	1	1
Antw.	3	23	1	

Hier sagt man: 5 in 16 ist 3mal enthalten, und bleibt 1 fl. — Dieser gebliebene Gulden hat 6 Zehner, und giebt mit den 5 Zehnern, die in der Kreuzerzahl 56 enthalten sind, zusammen 11 Zehner. Nun heißt es: 5 in 11 ist 2mal enthalten, und bleibt 1 Zehner, der mit den 6 Einheiten 16 giebt. Nun sagt man: 5 in 16 ist 3mal enthalten, und bleibt 1 kr. Dieser gebliebene 1 kr. hat 4 pf., und giebt mit dem noch vorräthigen 1 pf. im Ganzen 5 pf. Nun heißt es noch: 5 in 5 ist 1mal enthalten: und die verlangte Antwort ist 3 fl. 23 kr. 1 pf.

Ellen	fl.	kr.	pf.	Ellen?
2	25	37	2	1
Antw.	12	48	3	

Bleibt nach der Division der kleinsten Sorte noch ein Rest; so ist dieser der Zähler, der den Divisor zu seinem Nenner hat. Z. B.

Zentner	fl.	kr.	pf.	Zentner?
9	256	45	2	1
Antw.	28	31	$2\frac{8}{9}$	

℔.	fl.	kr.	pf.	℔. ?
7	4	43	3	1
Antw.	—	40	$2\frac{1}{7}$	

Besteht das erste Glied aus einer zusammengesetzten Zahl; so muß man selbe in die Faktoren zerfällen, aus welchen sie durch die Multiplikation entstanden ist. Ist nun die Zahl gehörig zerfällt; so dividirt man mit dem einen Faktor das zweyte Glied, und das, was herauskömmt, durch den andern: der letzte Quotient ist die verlangte Antwort. Z. B.

Stück	fl.	kr.	pf.	Stück?
14	47	32	2	1
7	6	47	2	
2 Antw.	3	23	3	

Nachdem man hier das erste Glied 14 in 7mal 2 zerfällt hatte, dividirte man das zweyte Glied durch den Faktor 7, und den dadurch erhaltenen Quotienten 6 fl. 47 kr. 2 pf. durch den zweyten Faktor 2: der gefundene zweyte Quotient 3 fl. 23 kr. 3 pf. gab die verlangte Antwort.

Ellen	fl.	kr.	pf.	Elle?
21	120	13	2	1
7	17	10	2	
3 Antw.	5	43	2	

Bleibt nach der zweyten Division ein Rest; so setzt man selben bruchweise an. Z. B.

Pf.	fl.	kr.	pf.	Pf.?
24	50	7	2	1
6	8	21	1	
4	Ant. 2	5	$1\frac{1}{4}$	

Stück	fl.	kr.	pf.	Stück?
45	79	34	2	1
9	8	50	2	
5	Antw. 1	46	$\frac{2}{5}$	

Bleibt schon nach der ersten Division ein Bruch; so muß derselbe bey der zweyten durch den andern Faktor nach der — Seite 278. unter Nro. 1. gegebenen Regel auch mit dividirt werden. Z. B.

I.

Zentner	fl.	kr.	pf.	Zentner?
18	364	35	2	1
6	60	45	$3\frac{4}{6}$	
3	Antw. 20	15	$1\frac{4}{18}$ oder $\frac{2}{9}$	

II.

Pf.	fl.	kr.	pf.	Loth?
1	3	45	2	1
8	—	28	$\frac{6}{8}$	
4	Antw. —	7	$\frac{6}{32} = \frac{3}{16}$	

Bleibt in der Division des zweyten Faktors von der kleinsten Sorte eines oder mehrere Ganze, die nebst dem in der ersten Division gebliebenen Bruche auch noch dividirt werden müssen; so muß man die gebliebenen Ganzen mit dem Nenner des Bruches multiplizi-ren, den Zähler zum Produkt' hinzuzählen, und die

Summe durch den Faktor gemeinschaftlich dividiren. Geht die Division ohne Rest auf; so ist der Quotient der Zähler, der den Faktor zu seinem Nenner hat; läßt sich aber die Summe durch den Faktor nicht genau ohne Rest theilen; so behalte man sie unverändert als Zähler, und multiplizire dagegen den Nenner. Z. B.

I.

Stück	fl.	kr.	pf.	Stück?
45	257	41	1	1
9	28	37	$3\frac{6}{9}$	
5	Antw. 5	43	$2\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.	

II.

Ellen	fl.	kr.	pf.	Elle?
36	345	35	2	1
6	57	35	$3\frac{4}{6}$	
6	Antw. 9	35	$3\frac{34}{36} = \frac{17}{18}$.	

III.

Lb.	fl.	kr.	pf.	Loth?
1	5	15	1	1
8	—	39	$1\frac{5}{8}$	
4	Antw. —	9	$3\frac{1}{3}\frac{3}{2}$.	

Wenn 1 Schäffel Korn 16 fl. 36 kr. gilt; wie hoch kömmt demnach 1 Metzen, 1 Viertel, 1 Mäßlein und 1 Dreyßiger.

Schäffel	fl.	kr.	
1	16	36	
6	2	46	kostet der Metzen.
2	1	23	kostet das Viertel.
3	—	10	$1\frac{4}{8}$ pf. kostet das Mäßlein.
2	—	5	$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ kostet der Dreyßg.

Da 1 Metzen von dem Schäffel der sechste Theil ist; so wurde zuerst der Preis des Schäffels durch 6 dividirt: der Quotient 2 fl. 46 kr. ist der Werth des Metzens. — Ferner: Weil 1 Viertel oder $\frac{1}{2}$ Metzen aus dem ganzen Metzen die Hälfte ist; so mußte der Werth des Metzens halb genommen, das ist, durch 2 dividirt werden: der Quotient 1 fl. 23 kr. gab die verlangte Antwort. — Weiter: Da 1 Mäßlein aus dem sogenannten Viertel der achte Theil ist; so muß der Werth des Viertels durch 8 dividirt werden: der Quotient 10 kr. $1\frac{4}{8}$ pf. ist der Preis des Mäßleins. — Endlich: Da 1 Dreyßiger von einem Mäßlein die Hälfte ist; so wurde der Werth des Mäßleins durch 2 dividirt, oder halb genommen.

Was kosten 1 Viertel und 1 Dreyßiger Weizen; wenn das Schäffel 25 fl. 15 kr. gilt?

Schäffel	fl.	kr.	pf.	
1	25	15	—	
	4	12	2	
2	6	1		das Viertel.
$\frac{1}{8}$	15		$3\frac{1}{8}$	
	7		$3\frac{9}{16}$	der Dreyßiger.

2) Besteht das erste Glied aus 10, 100 oder 1000; so schneidet man im zweyten Gliede von der größten Sorte zur Rechten so viele Ziffern ab, als das erste Glied Nullen enthält, verwandelt darauf durch die Multiplikation den zur Rechten abgeschnittenen Rest in die nächst kleinere Sorte, und zählt die von der Art im zweyten Gliede vorhandenen Theile mit ein; stellt aber die Ziffern der Summe so, daß zur Rechten des Senkstriches nie mehr Ziffern zu stehen kommen, als Ziffern abge-

schnitten wurden, was daher über diese Anzahl hinaus ist, muß zur Linken des Striches gesetzt werden. Z. B.

fl.	kr	pf.	fl.?
100 fl. 6	75	36	1	1
kr. 45	36		
hl. 2	$\frac{90}{100} = \frac{9}{10}$ hl.		

Man schneidet hier im zweyten Gliede von den 675 fl. die letzten zwey Ziffern 75 durch einen Senkstrich ab: die zur Linken stehende Ziffer 6 giebt 6 Gulden zur Antwort; die zur Rechten abgesonderten zwey Ziffern (75 fl.) aber werden nun durch die Multiplikation mit 60 in Kreuzer verwandelt, und die im zweyten Gliede stehenden 36 kr. hinzugezählt. Das Verfahren dabey ist folgendes: Man schreibt vor allem die 6 Einheiten von den 36 Kreuzern unter die 5 Einheiten der abgeschnittenen 75 fl., an deren Stelle man die Nulle von der Reduktionszahl 60 setzen müßte, wenn im zweyten Gliede keine Kreuzer vorhanden wären. Nun werden die abgesonderten 75 fl. mit 6 von der Reduktionszahl 60 multiplizirt, und die im zweyten Gliede noch vorräthigen 3 Zehner hinzugezählt, indem man sagt: 6mal 5 ist 30, und die von den 36 kru. noch vorhandenen 3 Zehner dazu, giebt 33. Ich schreibe die 3 Zehner an, und behalte die 3 Hunderter. Nun sage ich wieder: 6mal 7 ist 42, und die im Sinne behaltenen 3 Hunderter dazu, sind 45. Ich schreibe diese beyden Ziffern, die 45 kr. zur Antwort geben, jenseits des Senkstriches an. — Nun werden die noch im Reste gebliebenen unter 75 fl. stehenden 36 kr. durch die Multiplikation mit 8 in Häller verwandelt, und der oben im zweyten Gliede stehende 1 pf. als 2

Häller hinzugezählt. Man sagt dabey: 8mal 6 ist 48, und die im obigen Pfennig enthaltenen 2 hl. dazu, sind 50. Ich schreibe die Nulle an, und behalte 5. Jetzt heißt es noch: 8mal 3 ist 24, und die im Sinne behaltenen 5 dazu, ist 29. Ich schreibe von diesem Produkte 29 die 9 diesseits, 2 aber jenseits des Senkstriches an. Zur Linken erscheinen 2 ganze Häller und zur Rechten $\frac{90}{100}$ Häller, die, wenn sie abgekürzet werden, $\frac{9}{10}$ hl., und im Ganzen also 6 fl. 45 kr. $2\frac{9}{10}$ hl. zur Antwort geben. Wollte man die Reduktionszahlen jedes Mal ansetzen, und von den herausgekommenen Produkten die letzten zwey Zahlen sonderheitlich abschneiden; so würde die obige Aufgabe also aussehen:

Zentner	fl.	kr.	pf.	Lb.?
1	fl. 6 | 75	36	1	1
	60			
	kr. 45 | 36			
	8			
	hl. 2 | $\frac{90}{100}$ = $\frac{9}{10}$ hl.			

Noch einige Beyspiele zur Übung:

I.

Ellen	fl.	kr.	Elle?
10	fl. 7 | 6	45	1
	kr. 40 | 5		
	hl. 4 | 0		

II.

Zentner	fl.	kr.	pf.	Lb.?
1	fl. 7 | 50	25	2	1
	kr. 30 | 25			
	hl. 2 | $\frac{04}{100}$ = $\frac{1}{25}$ hl.			

III.

Zentner		fl.	kr.	Hb. ?
10	fl. 6	906	15	1
	kr. 54	375		
	hl. 3	000		

Wenn 1 Zentner Zucker 146 fl. 40 kr. gilt; wie hoch kömmt das Pfund, der Vierling und das Loth?

Zentner		fl.	kr.	Hb. ?
1	fl. 1	46	40	1
	kr. 28	00		

Hb.	fl.	kr.	
1	1	28	
4		22	kostet der Vierling.
8		2	3. pf kostet das Loth.

Nachdem man hier zuerst den Werth des Pfundes nach der vorigen Art gesucht hatte, stellte man sich die Sache also vor: Da 1 Vierling von dem Pfunde der vierte Theil ist; so muß man, um den Preis des Vierlings zu finden, den Werth des Pfundes $\frac{1}{4}$mal nehmen, oder mit 4 dividiren: der Quotient, oder der Preis des Vierlings ist 22 kr. — Ferner: Weil 1 Loth von dem Vierlinge der achte Theil ist; so kostet das Loth den achten Theil des Vierlings; den achten Theil des Vierlings findet man aber, wenn man den Werth des Vierlings, die 22 kr., durch 8 dividirt: der Quotient ist 2 kr. 3 pf.

Gemischte Beyspiele.

1) Man versuche, ob sich das dritte Glied durch das erste ohne Rest dividiren lasse. Geht dieses an; so

dividire man es, und multiplizire das zweyte durch den erhaltenen Quotienten (eigentlich Exponenten): das Produkt giebt die richtige Antwort. Z. B.

Zent.	fl.	kr.	Zentner?
9	923	45	54
Antw.	5542	30	6 Quotient.

Hier läßt sich das dritte Glied durch das erste genau dividiren; denn 9 in 54 ist 6mal enthalten. Multiplizirt man nun das zweyte Glied 923 fl. 45 kr. mit dem erhaltenen Quotienten 6; so kommen 5542 fl. 30 kr. zur Antwort heraus. Daß man ohne Nachtheil der Proportion das erste Glied gegen das dritte aufheben, oder die beyden Vorderglieder durch eine und die nämliche Zahl ohne Rest dividiren darf, ist aus dem klar, was Seite 304 bis 307 angeführt wurde. Durch die Aufhebung des ersten Gliedes gegen das dritte wurde die gemischte Aufgabe in ein einfaches Multiplikations-Beyspiel verwandelt, so, daß nach der Abkürzung die Aufgabe also erscheint:

Zent.	fl.	kr.	Zentner?
1	923	45	6

Noch einige Beyspiele zur Übung.

I.

℔.	fl.	kr.	℔.?
5	7	30	40
Antw.	60	—	8

II.

Ellen	fl.	kr.	Ellen?
11	95	33	55
Antw.	477	45	5

III.

Zent.	fl.	kr.	Zentner?
15	2316	45	45
			3
Antw.	6950	15	

IV.

Stück	fl.	kr.	Stück?
3	25	35	54
	153	30	18
			6
Antw.	460	30	3

Da hier im dritten Gliede der erhaltene Quotient 18 zum Multipliziren zu groß ist; so wurde selber in 6mal 3 zerfällt, und mit diesen beyden Faktoren das zweyte Glied multiplizirt.

V.

Ellen	fl.	kr.	Ellen?
$3\frac{1}{2}$	26	36	21
			6
Antw.	159	36	

$3\frac{1}{2}$ Ellen ist hier von 21 Ellen der sechste Theil, oder $3\frac{1}{2}$ ist in 21 gerade 6mal enthalten; denn 6mal $3\frac{1}{2}$ ist 21.

VI.

Stück.	fl.	kr.	Stück?
100	75	25	700
			7
Antw.	527	55	

2) Läßt sich das dritte Glied durch das erste nicht ohne Rest dividiren; so sehe man, ob dieses nicht beym zweyten geschehen könne. Ist dieses der Fall; so theile

man es, und multiplizire den Quotienten mit dem dritten. Z. B.

Stück	fl.	kr.	Stück?
5	35	40	9
	7	8	
Antw.	64	12	

Da sich hier das dritte Glied 9 durch das erste Glied 5 nicht dividiren läßt; so dividirt man das zweyte, und multiplizirt den Quotienten 7 fl. 8 kr. durch das dritte: die Antwort ist 64 fl. 12 kr. Noch einige Beyspiele zur Übung:

I.

Zentner	fl.	Zentner?
4	52	7
	13	
Antw.	91	

II.

Ellen	fl.	kr.	Ellen?
11	88	55	5
	8	5	
Antw.	40	25	

III.

Stück	fl.	kr.	Stück?
15	90	45	4
	6	3	
Antw.	24	12	

IV.

Zentner	fl.	Zentner?
4	100	13
	25	
	75	
Antw.	325	

V.

Stück	fl.	Stück?
30	4800	11
	160	
	160	
Antw.	1760 fl.	

3) Läßt sich durch das erste Glied weder das zweyte noch das dritte ohne Rest theilen; so habe man Acht, ob nicht der umgekehrte Fall möglich ist, das ist, ob sich durch das dritte oder zweyte Glied nicht das erste genau theilen lasse. Hebt sich demnach das dritte Glied im ersten auf; so dividire man mit dem dadurch erhaltenen Quotienten das zweyte Glied: der jetzt gefundene Quotient giebt die richtige Antwort. Z. B.

Stück	fl.	kr.	Stück?
15	74	36	5
3	Antw. 24	52	

Hier ist das dritte Glied 5 in dem ersten Gliede 15 gerade 3mal enthalten. Dividirt man nun das zweyte Glied durch den gefundenen Quotienten 3; so kommen 24 fl. 52 kr. als Antwort heraus. Durch die Aufhebung des dritten Gliedes gegen das erste wurde die gemischte Aufgabe in ein Divisions-Beyspiel

verwandelt, so zwar, daß nach der Aufhebung die Aufgabe also anzusehen ist:

Stück	fl.	kr.	Stück?
3	74	36	1

Den Grund dieses Verfahrens wird man aus der Proportionslehre einsehen. Beyspiele zur Übung:

I.

Ellen	fl.	kr.	Ellen?
36	379	12	9
4	Antw. 94	48	

II.

℔.	fl.	kr.	℔.
100	139	50	4
25	27	58	
5	Antw. 5	$35\frac{3}{5}$	
5			

Da hier der erhaltene Quotient 25 zum Dividiren etwas unbequem ist; so hat man ihn in 5mal 5 zerfällt, und darauf das zweyte Glied damit dividirt.

III.

Ellen	fl.	kr.	Ellen?
12	185	42	$1\frac{1}{3}$
9	Antw. 20	38	

Hier ist $1\frac{1}{3}$ in dem ersten Gliede genau 9mal enthalten. Dividirt man nun mit diesem Quotienten 9 das zweyte Glied; so kommen 20 fl. 38 kr. als Antwort zum Vorschein.

IV.

Stück	fl.	kr.	Stück?
1200	745	48	200
6	Antw. 124	18	

4) Wenn sich das dritte Glied im ersten nicht aufhebt; so versuche man es mit dem zweyten. Geht in diesem Falle die Division auf; so dividire man mit dem erhaltenen Quotienten das dritte; der jetzt gefundene Quotient giebt die verlangte Antwort. Z. B.

Ellen	fl.	Ellen?
75	15	34
5		6 fl. 48 kr.

Hier hebt sich das zweyte Glied im ersten auf; denn 15 in 75 ist 5mal enthalten. Dividirt man nun mit dem Quotienten 5 das dritte Glied; so erhält man 6 fl. 48 kr. zur Antwort. Beyspiele zur Übung.

I.

℔.	fl.	℔.?
8	4	13
2		6 fl. 30 kr.

II.

Stück	fl.	Stück?
36	12	79
3		26 fl. 20 kr.

III.

Ellen	fl.	Ellen?
42	$10\frac{1}{2}$	53
4		13 fl. 15 kr.

IV.

℔.	fl.	℔.		
21	7	$17\frac{1}{2}$	30 kr.	
3				
			5 fl.	50 kr.

Hier wurden im dritten Gliede die $17\frac{1}{2}$ ℔. gleich für 17 fl. 30 kr. angenommen, und durch den Quotienten 3 vom ersten Gliede dividirt.

5) Hebt sich kein Glied in dem andern auf; so forsche man nach einer Verkleinerungszahl, mit der sich die beyden Glieder des ersten Verhältnisses, oder auch das erste und dritte Glied ohne Rest theilen lassen. Hat man nun so eine Zahl ausfindig gemacht; so dividire man, und schreibe die Quotienten herab, streiche aber die dividirten Ziffern aus. Nach diesem multiplizire man das zweyte Glied mit dem dritten, und dividire das Produkt durch das erste: der Quotient *ist* die verlangte Antwort. Z. B.

Stück	fl.	kr.	pf.	Stück?
45	13	35	1	20
9	54	21	–	4
Antw.	6	2	$1\frac{3}{9}$ od. $\frac{1}{3}$.	

Beym ersten Anblicke sieht man, daß sich hier im ersten Gliede 45 und im dritten 20 durch 5 ohne Rest theilen lassen. Man sagt also beym ersten Gliede: 5 in 45 ist 9mal enthalten. Man schreibt den Quotienten 9 herab, und streicht die 45 aus. Beym dritten Gliede heißt es: 5 in 20 ist 4mal enthalten. Man schreibt den Quotienten 4 an, und streicht die 20 aus. Nun multiplizirt man das zweyte Glied 13 fl. 35 kr. 1 pf.

mit dem Quotienten 4 vom dritten Gliede, und dividirt das dadurch erhaltene Produkt 54 fl. 21 kr. durch den Quotienten 9 vom ersten Gliede: der jetzt gefundene Quotient 6 fl. 2 kr. $1\frac{1}{3}$ pf. ist die gesuchte Antwort.
Beyspiele zur Übung:

I.

	Stück	fl.	kr.	Stück?
6)	12	13	11	18
	2	39	33	3
	Antw.	19	$46\frac{1}{2}$	

Die zur Linken bemerkte Zahl 6 ist die Verkleinerungszahl, womit das erste und dritte Glied abgekürzet wurden.

II.

	Zent.	fl.	kr.	Zent.?
8)	40	432	23	16
	5	864	46	2
	Antw.	172	$57\frac{1}{5}$	

III.

	Lb.	fl.	kr.	pf.	Lb.?
12)	96	112	10	3	60
	8	560	53	3	5
	Antw.	70	6	$2\frac{7}{8}$	

IV.

	Ellen	fl.	kr.	Ellen?
6)	30	48	18	7
	5	8	3	
		56	21	
	Antw.	11	$16\frac{1}{5}$	

Hier ließ sich das erste und zweyte Glied durch 6 ohne Rest theilen. Nachdem dieses geschehen war, multiplizirte man im zweyten Gliede den Quotienten 8 fl. 3 kr. mit dem dritten Gliede 7, und dividirte das Produkt 56 fl. 21 kr. durch den Quotienten 5 vom ersten Gliede.

V.

	Stück	fl.	kr.	Stück?
5)	35	16	15	9
	7	3	15	
		29	15	

Antw. 4 $10\frac{5}{7}$

VI.

	Lb.	fl.	kr.	Lb.?
2)	18	25	40	5
	9	12	50	
		64	10	

Antw. 7 fl. 7 kr. $3\frac{1}{9}$ pf.

Bisweilen läßt sich nach der Verkleinerung auch noch mit einer andern Verkleinerungszahl abkürzen, oder ein Glied gegen das andere aufheben. Z. B.

	Stück	fl.	kr.	Stück?
5)	35	60	40	21
7)	7	12	8	3

Antw. 36 24

Hier ließen sich die 35 Stück und die 60 fl. 40 kr. durch 5 verkleinern: die Quotienten waren im ersten Gliede 7 und im zweyten Gliede 12 fl. 8 kr. Nun konnte man auch noch im ersten Gliede den Quotienten

7 und das dritte Glied 21 durch 7 ohne Rest theilen. Im ersten Gliede war der Quotient 1, man setzte ihn aber nicht an, weil 1 nicht dividirt; im dritten Gliede hingegen war der Quotient 3, weil 7 in 21 3mal enthalten ist. Nun wurden mit dem Quotienten 3 die im zweyten Gliede stehenden 12 fl. 8 kr. multiplizirt: das Produkt 36 fl. 24 kr. gab die verlangte Antwort.

	Pf.	fl.	kr.	Pf.?
6)	18	24	42	30
3)	3	4	7	10
	Antw.	41	10	

Hier verkleinerte man das erste Glied, die 18 Pf., und das zweyte Glied, die 24 fl. 42 kr., durch 6; man hätte aber auch das erste und dritte Glied verkleinern können, weil auch diese durch 6 theilbar sind. — Ferner kürzte man noch im ersten Gliede den Quotienten 3 und das dritte Glied 30 durch 3 ab: die dadurch erhaltenen Quotienten waren im ersten Gliede 1 und im dritten 10. Mit dem Quotienten 10 vom dritten Gliede wurde nun der im zweyten Gliede stehende Quotient 4 fl. 7 kr. multiplizirt: die Antwort war 41 fl. 10 kr.

	Zent.	fl.	kr.	Zent.?
15)	60	2342	48	105
4)	4	635	42	7
	Antw.	4449	54	

Hier heben sich das erste und dritte Glied durch 15 auf; man könnte aber diese beyden Glieder auch durch 5, und dann die dadurch erhaltenen Quotienten wieder mit 3 abkürzen. — Nach der vorgenommenen ersten Verkleinerung lassen sich dann auch noch durch 4

abkürzen der Quotient 4 vom ersten Gliede und die 2542 fl. 48 kr. im zweyten Gliede. Multiplizirt man nun die 635 fl. 42 kr. mit dem Quotienten 7 vom dritten Gliede; so kommen 4449 fl. 54 kr. zur Antwort heraus.

	Stück	fl.	kr.	Stück?
12)	1200	156	24	700
		13	2	
Antw.	91	14		

In diesem Beyspiele strich man im ersten und dritten Gliede zwey Nullen weg. Darauf dividirte man die im ersten Gliede noch übrig gebliebenen 12 und das zweyte Glied selbst durch 12. Endlich multiplizirte man die im zweyten Gliede stehenden 13 fl. 2 kr. durch die undurchstrichene 7 vom dritten Gliede, und die Antwort war gefunden.

Besoldungs-Rechnung.

1) Wenn man wissen will, wie viel von der jährlichen Besoldung oder dem eingenommenen Zinse auf 1, 2, 3 oder mehrere Monate trifft; so muß man Acht haben, der wievielste Theil des Jahres die zu berechnenden Monate sind, und dann damit die Einnahme dividiren. So sind nämlich

6 Monate aus 12 der halbe Theil Eines Jahres,
4 Monate aus 12 der dritte Theil Eines Jahres,
3 Monate aus 12 der vierte Theil Eines Jahres,
2 Monate aus 12 der sechste Theil Eines Jahres.

Nun zur Anwendung dieser Jahres-Theile:

I. Jemand hat jährlich 573 fl.; wie viel trifft ihn in 6 Monaten?

Jährlich	573 fl.
6 Monate	286 fl. 30 kr.

Da 6 Monate aus 12 Monaten gerade die Hälfte sind; so durfte man nur die Besoldung halbiren, und die Antwort war gefunden.

II. Wie viel erhält man in 4 Monaten; wenn man jährlich 657 fl. Einkommen hat?

Jährlich	657 fl.
4 Monate	219 fl.

Da 4 Monate aus 12 Monaten der dritte Theil, oder $\frac{1}{3}$ Jahr sind; so wurde das jährliche Einkommen mit 3 dividirt.

III. Wie viel nimmt man in 3 Monaten ein; wenn man jährlich 1750 fl. bezieht?

Jährlich	1750 fl.
3 Monate	437 fl. 30 kr.

Da 3 Monate aus 12 Monaten der vierte Theil, oder $\frac{1}{4}$ Jahr sind; so mußte mit 4 dividirt werden.

IV. Wie viel bezieht man in 2 Monaten; wenn man jährlich 3213 fl. Einkommen hat?

Jährlich	3213 fl.
2 Monate	535 fl. 30 kr.

Weil 2 Monate aus 12 Monaten der sechste Theil, oder $\frac{1}{6}$ Jahr sind; so mußte, um die Antwort zu finden, mit 6 dividirt werden.

Aus den angeführten 6, 4, 3 und 2 Monaten entspringen nun alle übrigen; denn 11 Monate entspringen aus 6, 3 und 2 Monaten;

10 Monate aus 6 und 4;
9 Monate aus 6 und 3;
8 Monate aus 4 und 4;
7 Monate aus 4 und 3;
5 Monate aus 3 und 2;
1 Monat aus 2.

Will man nun z. B. das Einkommen von 10 Monaten finden; so darf man nur 6 und 4 Monate berechnen, und die beyden Quotienten zusammenzählen: die Summe giebt die Antwort, als:

Jährlich	573 fl.	
6 Monate	286	30
4 Monate	191	
10 Monate	477 fl.	30 kr.

Die nämliche Antwort wird aber auch gefunden, wenn man zuerst 2 Monate sucht, und dann den Quotienten von der Jahresbesoldung abzieht, als:

Jährlich	573 fl.	
2 Monate	95	30
10 Monate	477 fl.	30 kr.

Auf eine ähnliche Weise kann man auch bey der Berechnung von 8 und 9 Monaten verfahren.

Wie viel trifft auf 1 Monat; wenn man jährlich 573 fl. einnimmt?

Jährlich	573 fl.	
2 Monate	95	30
1 Monat	47 fl.	45 kr.

Hier wurden zuerst 2 Monate gesucht, und dann der Quotient 95 fl. 30 kr. halbirt.

2) Soll man bestimmen, was auf 1 Tag trifft; so suche man zuerst wieder, was auf 2 Monate kömmt. Hat man dieses gefunden, so weiß man auch schon, was auf den Tag trifft; denn so viele Gulden man in 2 Monaten oder 60 Tagen bekömmt, eben so viele Kreuzer macht es in einem Tage. Man darf demnach die Kreuzer nur durch die Division mit 60 in Gulden verwandeln. Z. B.

Jährlich 573 fl.
2 Monat $95\frac{1}{2}$ fl.

1 Tag $95\frac{1}{2}$ kr. oder 1 fl. $35\frac{1}{2}$ kr.

Verlangt man aber zu wissen, wie viel Gehalt man in mehreren Tagen bezieht; so darf man nur wieder zuerst 2 Monate berechnen, darauf den gefundenen Quotienten mit der Anzahl der Tage multipliziren, und das Produkt durch 60 dividiren: der Quotient giebt Gulden und der Rest Kreuzer zur Antwort. Z. B. Was trifft auf 14 Tage; wenn man jährlich 573 fl. hat?

Jährlich 573 fl.
2 Monat 95 fl. 30 kr. 14 Tage
191 — 2
60) 1337 7

14 Tage 22 fl. 17 kr.

Zinsrechnung.

1) Will man erfahren, wie viel ein Kapital *) jährlich Zins eintrage; so darf man nur die hergeliehe-

*) Kapital oder Darlehen heißt die Summe Geldes, welche ausgeliehen wird, um Zinse oder Interesse zu erhalten.

ne Summe mit dem Zinse, welchen man jährlich für jedes Hundert fordert, vervielfältigen, und an dem Produkte zur Rechten zwey Ziffern absondern: die zur Linken stehenden Ziffern geben Gulden zur Antwort; die zur Rechten stehenden 2 Ziffern aber werden mit 60 vervielfältiget, und an dem Produkte abermal zwey Ziffern abgeschnitten: zur Linken kommen Kreuzer zum Vorschein; die zur Rechten noch vorhandenen Ziffern aber werden auch noch durch 8 vervielfältiget, und an dem Produkte zur Rechten wieder zwey Ziffern abgesondert: zur Linken erscheinen ganze Häller und zur Rechten ein Hällerbruch, der den Rest zum Zähler und 100 zum Nenner hat. Z. B.

Wie viel Zins tragen 8937 fl. Kapital in Einem Jahre; wenn 100 fl. Kapital 4 f. Interesse geben?

8937 fl. Kap. 4mal

Zins { fl. 537 \| 48
kr. 28 \| 80
hl. 6 \| $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ hl.

Oder: 8937 fl. Kap. 4mal

fl. 357 \| 48
\| 60

kr. 28 \| 80
\| 8

hl. 6 \| $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ hl.

Hier multiplizirte man der Regel gemäß das Kapital 8937 fl. mit 4, dem für das Hundert geforderten Zinse, und dividirte dann das Produkt 35748 durch 100, indem man zur Rechten zwey Ziffern durch einen Senkstrich abschnitt, und die gebliebenen Reste in die nächst niedrigern Sorten auflösete.

2) Will man den Zins eines Kapitals von mehreren Jahren finden; so vervielfältige man das Kapital zuerst

mit dem Prozent, sodann das zum Vorschein gekommene Produkt mit den Jahren, und verfahre übrigens, wie bereits gelehret wurde. Z. B.

Wie viel Zins bringen 9182 fl. Kapital zu 3 Prozent *) in 9 Jahren?

9182 fl. Kap.
3 Prozent
27546
9 Jahre

fl. 2479	14
kr. 8	40
hl. 3	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ hl.

Oder:

9182 fl. Kap.
3mal
27546
9mal

fl. 2479	14
	60
kr. 8	40
	8
hl. 3	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ hl.

Soll man den Zins auch auf einige Monate, oder auf Einen Tag u. dgl. ausrechnen; so verfahre man nach den nämlichen Regeln, die oben bey der Besoldungs-Rechnung S. 396. angeführt wurden. Was dort gesagt wurde, gilt auch hier.

Gemischte Aufgaben mit Brüchen.

1) Enthält das erste Glied einen Bruch; so wird das Produkt, das aus der Multiplikation des zweyten und dritten Gliedes entspringt, mit dem Nenner multiplizirt, und durch den Zähler dividirt, als:

*) Der Ausdruck: »3 Prozent (oder 3 pro cento, 3 Gulden Zins vom Hundert)« heißt nichts anders, als daß 100 fl. Kapital in Einem Jahre 3 fl. Zins tragen.

Ellen	fl.	kr.	pf.	Ellen?
$\frac{3}{4}$	5	36	2	5
	28	2	2	
	112	10	–	
Antw.	37	23	$1\frac{1}{3}$	

Man multiplizirte hier die 5 fl. 36 kr. 2 pf. mit 5 vom dritten Gliede. Nun sollte das gefundene Produkt 28 fl. 2 kr. 2 pf. durch das erste Glied dividirt werden. Da aber das erste Glied, der Divisor, ein Bruch ist; so mußte das Produkt 28 fl. 2 kr. 2 pf. mit dem Nenner 4 multiplizirt und durch den Zähler 3 dividirt werden.

2) Enthält das dritte Glied einen Bruch; so wird das zweyte mit dem Zähler multiplizirt, und das Produkt durch den Nenner dividirt. Ist dieses geschehen, dann muß man das, was herauskam, auch noch durch das erste Glied dividiren, als:

Zentner	fl.	kr.	pf.	Zentner?
3	132	16	2	$\frac{4}{5}$
	529	6	–	
	105	49	$\frac{4}{5}$	
Antw.	35	16	$\frac{8}{5}$ oder $1\frac{3}{5}$ pf.	

Nachdem man hier das zweyte Glied mit dem Zähler 4 multiplizirt, und das Produkt 529 fl. 6 kr. durch den Nenner 5 dividirt hatte; mußte man die durch die Bruch-Multiplikation herausgekommenen 105 fl. 49 kr. $\frac{4}{5}$ pf. auch noch durch das erste Glied 3 dividiren.

3) Sind die Ganzen im dritten Gliede den Zähler vom ersten gleich; so werden beyde ausgestrichen, und man darf nur das zweyte Glied mit dem Nenner des Bruches multipliziren. Z. B.

Ellen	fl.	kr.	pf.	Ellen?
3	4	35	2	3
4 Antw.	18	22	–	

Wollte man hier das zweyte Glied mit 3 vom dritten Gliede multipliziren, und dann das Produkt durch den Zähler 3 vom ersten Gliede wieder dividiren: so würde man sich eine ganz unnöthige Arbeit machen; denn wenn man eine Summe durch einerley Zahl multiplizirt und dividirt, bleibt die Summe unverändert.

Lb.	fl.	kr.	pf.	Lb.?
$3\frac{1}{2}$	2	15	2	7
7 Antw.	4	31	–	
2				

Hier wurde im ersten Gliede der gemischte Bruch in einen unächten, nämlich in $\frac{7}{2}$ verwandelt, und dann wie oben verfahren.

4) Sind im Gegensatze die Ganzen im ersten Gliede dem Zähler vom dritten gleich; so werden beyde ausgestrichen, und das zweyte Glied durch den Nenner des Bruches dividirt. Z. B.

I.

Ellen	fl.	kr.	Ellen?
7	35	42	7
Antw.	4 fl.	27 kr. 3 pf.	8

II.

Stück	fl.	kr.	Stück?
15	7	36	$7\frac{1}{2}$
Antw.	3	48	15
			2

5) Nicht selten lassen sich die Ganzen im dritten und der Zähler im ersten Gliede; oder umgekehrt, die Ganzen im ersten und der Zähler im dritten Gliede durch eine Verkleinerungszahl dividiren, als:

	lb.	fl.	kr.	lb.?
3)	31	2	45	15
	4	13	45	5

Antw. 55 —

Hier heben sich im ersten Gliede der Zähler 3 und im dritten Gliede die 15 Ganzen durch 3 auf. Da nun nach der Abkürzung der Bruch, mit welchem das Produkt des zweyten und dritten Gliedes, nämlich die 13 fl. 45 kr., dividirt werden sollte, nicht mehr $\frac{3}{4}$, sondern $\frac{1}{4}$ ist, und der Zähler 1 nicht dividirt; so multiplizirt man die 13 fl. 45 kr. durch dessen Nenner.

	Stück	fl.	kr.	Stück?
3)	12	5	16	31
	4	1	19	4

Antw. — 19 kr. 3 pf.

Hier heben sich im ersten Gliede die 12 Ganzen, und im dritten der Zähler 3 durch 3 auf. Da nun der Bruch, mit dem das zweyte Glied multiplizirt werden sollte, nicht mehr $\frac{3}{4}$, sondern $\frac{1}{4}$ ist, und der Zähler 1 nicht multiplizirt; so dividirt man die 5 fl. 16 kr. durch dessen Nenner 4, und den Quotienten 1 fl. 19 kr. nochmals durch die 4 vom ersten Gliede. Noch ein Paar

Beyspiele:

I.

Zent:	fl.	kr.	Zentner?
$3\frac{1}{2}$	85	58	14
7	171	56	2
$\frac{7}{2}$			
Antw.	343	52	

II.

Ellen	fl.	kr.	Ellen?
22	171	40	$7\frac{1}{3}$
Antw.	57	$13\frac{1}{3}$	22
			3

Hier läßt sich der Zähler des unächten Bruches $\frac{22}{3}$ gegen die 22 Ganzen im ersten Gliede aufheben, und so hat maa weiter nichts mehr zu thun, als das zweyte Glied durch den Nenner vom dritten zu dividiren.

6) Enthält sowohl das erste als das dritte Glied einen Bruch; so multiplizire man den Zähler des ersten mit dem Nenner des dritten, und den Zähler des dritten mit dem Nenner des ersten Gliedes, und verfahre alsdann, wie bereits gelehret wurde, als:

Stück	fl.	kr.	pf.	Stück?
$\frac{3}{4}$	2	17	2	$\frac{5}{6}$
18	22	55	–	20
9	2	32	$3\frac{1}{9}$	10

Antw.

Hier multiplizirte man zuerst im ersten Gliede den Zähler 3 mit dem Nenner 6 vom dritten, und schrieb das Produkt 18 unter $\frac{3}{4}$; darauf multiplizirte man auch den Zähler 5 vom dritten Gliede mit dem Nenner 4 vom ersten, und setzte das Produkt 20 unter den Bruch $\frac{5}{6}$. Nun verkleinerte man im ersten Gliede die

18 und im dritten die 20 durch 2. Endlich multiplizirte man mit der verkleinerten Zahl 10 vom dritten Gliede das zweyte Glied, und dividirte das dadurch entstandene Produkt 22 fl. 55 kr. durch die verkleinerten 9 vom ersten Gliede. Noch ein Paar Beyspiele:

I.

Elle	fl.	kr.	Ellen?
$\frac{1}{2}$	3	15	$\frac{2}{3}$
3	13	—	4
Antw.	4	20	

II.

	lb.		fl.	kr.	lb.?
7)	21	3			7 1
16)	32	2	1	15	16 1
		3	2	30	2
			Antw. —	50	

Hier wurde der S. 288. unter Nro. 3. angeführte Vortheil angewendet. Nach der vorgenommenen Verkleinerung erhielt man im ersten Gliede $\frac{3}{2}$ anstatt $\frac{2}{3}\frac{1}{2}$ und im dritten Gliede $\frac{1}{1}$ anstatt $\frac{7}{16}$. Übrigens wurde nach der bisher gezeigten Art verfahren.

7) Enthält jedes der drey Glieder einen Bruch; so multiplizire man mit dem Nenner des ersten Gliedes die Zähler des zweyten und dritten, und mit dem Zähler des ersten Gliedes die Nenner des zweyten und dritten: das erste Produkt ist der Zähler und das zweyte der Nenner des gesuchten Bruches. Z. B.

Ellen	fl.	Ellen?
$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$

Antw. $\frac{48}{60}$ fl. oder 48 kr.

Hier multiplizirte man mit dem Nenner 8 vom ersten Gliede den Zähler 3 vom zweyten, und das dadurch erhaltene Produkt 24 mit dem Zähler 2 vom dritten Gliede: das letzte Produkt 48 gab den Zähler. Darauf multiplizirte man nun auch mit dem Zähler 5 vom ersten Gliede den Nenner 4 vom zweyten, und das herausgekommene Produkt 20 mit dem Nenner 3 vom dritten: das zuletzt gefundene Produkt 60 gab den Nenner des Bruches.

Man kann in solchen Fällen, um nicht zu irren, auch das erste Glied, den Divisor, umkehren, das ist, den Nenner hinauf und den Zähler herab setzen, und alsdann Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner multipliziren: das erste Produkt giebt den Zähler, und das zweyte den Nenner, als:

Stück		fl.	Stück?
1	2	5	3
2	1	6	8

Antw. $\frac{30}{48}$ fl. = $\frac{5}{8}$ fl. oder $37\frac{1}{2}$ kr.

Hier ist die gesuchte Antwort $\frac{30}{48}$ fl.; denn die drey Zähler $2 \times 5 \times 3 = 30$, und die drey Nenner $1 \times 6 \times 8 = 48$.

8) Ist nach der Umkehrung des Divisors der Nenner des einen Bruches dem Zähler des andern gleich; so kann man beyde sogleich durchstreichen. Z. B.

Ellen		fl.	Ellen?
2	3	2	5
3	2	5	8

Antw. $\frac{3}{8}$ fl. oder $22\frac{1}{2}$ kr.

Hier heben sich nach der Umkehrung im ersten Gliede der Nenner 2 und im zweyten Gliede der Zähler 2 gegen einander auf; man streicht sie daher beyde aus. Eben so heben sich auch der Nenner 5 vom zweyten Gliede und der Zähler 5 vom dritten Gliede gegen einander auf; und man streicht daher auch diese aus, und so bleiben nur mehr im ersten Gliede der Zähler 3 und im dritten Gliede der Nenner 8, welche mit einander $\frac{3}{8}$ fl. zur Antwort geben.

℔.	fl.	℔.?
$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{8}$

Antw. $\frac{4}{15}$ fl. oder 16 kr.

Hier heben sich im ersten Gliede der Nenner 3 und im dritten Gliede der Zähler 3 gegen einander auf. Eben so heben sich auch der Nenner 8 vom dritten und der Zähler 8 vom zweyten Gliede gegen einander auf, und so bleiben nur mehr der Zähler 4 vom ersten Gliede und der Nenner 15 vom zweyten, welche mit einander $\frac{4}{15}$ fl. oder 16 kr. zur Antwort geben.

Dieser Vortheil hat auch nicht selten bey gemischten Brüchen Statt. Nur muß man zuvor die gemischten Brüche in reine verwandeln, und bey der Verwandlung des ersten Gliedes Zähler und Nenner gleich umgekehrt ansetzen, um sich das Umstürzen und das nochmalige Anschreiben zu ersparen. Z. B.

Ellen	fl.	Ellen?
$2\frac{2}{3}$	$1\frac{3}{5}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{5}{6}$

Antw. $\frac{3}{6}$ fl. oder 30 kr.

Hier wurden im ersten Gliede die 2 Ganzen mit dem Nenner 3 multiplizirt, der Zähler 2 zum Produkte 6 addirt, und die Summe $\frac{8}{3}$ verkehrt angeschrieben, so, daß der Nenner 3 oben und der Zähler 8 unten zu stehen kam. — Nun wurde auch im zweyten Gliede die 1 mit dem Nenner 5 multiplizirt, der Zähler 3 dazugezählt, und die Summe $\frac{8}{5}$ herabgeschrieben. Das dritte Glied aber bedurfte keiner Verwandlung, und wurde daher unverändert unter den Querstrich gesetzt. — Nun strich man vom ersten Gliede den Nenner 8 und vom zweyten den Zähler 8 aus. — Ferner durchstrich man auch den Nenner 5 vom zweyten und den Zähler 5 vom dritten Gliede: der im ersten Gliede übriggebliebene Zähler 3 und der im dritten Gliede noch vorhandene Nenner 6 geben $\frac{3}{6}$ fl. oder 30 kr. zur Antwort. Noch ein Beyspiel:

Ellen	fl.	Ellen?
$2\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{5}$	$5\frac{1}{3}$
4	11	16
11	5	3

Antw. $\frac{64}{15}$ fl. oder 4 fl. 16 kr.

Hier wurden die nach der Aufhebung gebliebenen zwey Zähler 4 und 16 mit einander multiplizirt: das Produkt war 64. Darauf multiplizirte man auch die zwey noch undurchstrichenen Nenner 5 und 3, und schrieb das Produkt 15 unter 64, wo sodann $\frac{64}{15}$ fl. oder 4 fl. 16 kr. zur Antwort herauskamen.

9) Läßt sich der Zähler des einen und der Nenner des andern Bruches durch eine Zahl ohne Rest dividiren; so kann man beyde durch diese Zahl abkürzen, oder gar aufheben. Z. B.

	Ellen		fl.	Ellen?
3)	2	3	8	7
8)	3	2	15	16
			5	2

Antw. $\frac{7}{20}$ fl. oder 21 kr.

Hier ließen sich der Zähler 3 vom ersten und der Nenner 15 vom zweyten Gliede durch 3 ohne Rest dividiren. Den Quotienten 5 vom zweyten Gliede setzte man herab; den Quotienten 1 vom ersten Gliede aber ließ man weg, weil 1 weder multiplizirt noch dividirt. Ferner konnte man auch noch den Zähler 8 vom zweyten und den Nenner 16 vom dritten Gliede durch 8 abkürzen. Als sich nun nichts mehr verkleinern ließ, multiplizirte man die drey undurchstrichenen Nenner 2, 5 und 2 mit einander, und schrieb das Produkt 20 als Nenner unter den gebliebenen Zähler 7. Wären mehrere geltende Zähler geblieben, so hätten auch diese mit einander multiplizirt werden müssen. Noch einige Beyspiele:

I.

	Pfd.		fl.	Pfd.?
				7
8)	7	8	11	21
3)	8	7	15	32
7)			5	4

Antw. $\frac{11}{20}$ fl. oder 33 kr.

In diesem und den folgenden Beyspielen wurden die verkleinerten Zähler über den Zahlern, und die verkleinerten Nenner unter den Nennern angesetzt.

II.

Ellen	fl.	Ellen?
$1\frac{7}{8}$	$4\frac{4}{5}$	$8\frac{3}{4}$
2	8	7
4) 8	24	35
5) 15	5	4
3) 3		

Antw. $\frac{1}{5}\frac{1}{2}\frac{2}{}$ fl. oder 22 fl. 24 kr.

III.

Lb.	fl.	Lb.?
$2\frac{1}{3}\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{4}$	$1\frac{7}{8}$
4	5	
8) 32	25	15
4) 75	4	8
15) 5		
5)		

Antw. 5 fl.

IV.

Ellen	fl.	Ellen?
$2\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$	$10\frac{2}{5}$	$3\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$
3	4	5
13) 6	52	25
5) 13	5	8
4)		2
2)		

Antw. 15 fl.

	Ellen		fl.	Ellen?
3)	2	3	8	7
8)	3	2	15	16
			5	2

Antw. $\frac{7}{10}$ fl. oder 21 kr.

Hier ließen sich der Zähler 3 vom ersten und der Nenner 15 vom zweyten Gliede durch 3 ohne Rest dividiren. Den Quotienten 5 vom zweyten Gliede setzte man herab; den Quotienten 1 vom ersten Gliede aber ließ man weg, weil 1 weder multiplizirt noch dividirt. Ferner konnte man auch noch den Zähler 8 vom zweyten- und den Nenner 16 vom dritten Gliede durch 8 abkürzen. Als sich nun nichts mehr verkleinern ließ, multiplizirte man die drey undurchstrichenen Nenner 2, 5 und 2 mit einander, und schrieb das Produkt 20 als Nenner unter den gebliebenen Zähler 7. Wären mehrere geltende Zähler geblieben, so hätten auch diese mit einander multiplizirt werden müssen. Noch einige Beyspiele:

I.

	Rh.		fl.	Rh.?
				7
8)	7	8	11	21
3)	8	7	15	32
7)			5	4

Antw. $\frac{1}{2}\frac{1}{0}$ fl. oder 33 kr.

In diesem und den folgenden Beyspielen wurden die verkleinerten Zähler über den Zählern, und die verkleinerten Nenner unter den Nennern angesetzt.

II.

Ellen	fl.	Ellen?
$1\frac{7}{8}$	$4\frac{4}{5}$	$8\frac{3}{4}$
2	8	7
4) 8	24	35
5) 15	5	4
3) 3		

Antw. $\frac{1}{5}\frac{1}{2}$ fl. oder 22 fl. 24 kr.

III.

lb.	fl.	lb.?
$2\frac{1}{3}\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{4}$	$1\frac{7}{8}$
4	5	
8) 32	25	15
4) 75	4	8
15) 5		
5)	Antw. 5 fl.	

IV.

Ellen	fl.	Ellen?
$2\frac{1}{2}$	$10\frac{2}{5}$	$3\frac{1}{2}$
$\frac{2}{3}$		$\frac{2}{4}$
3	4	5
13) 6	52	25
5) 13	5	8
4)		2
2)	Antw. 15 fl.	

Neunzehnter Abschnitt.

Von der Kettenregel.

Nachdem wir das Wesentlichste von der einfachen geraden Regel Detri kennen lernten; so wollen wir uns nun auch mit der zusammengesetzten, sowohl in gerader als verkehrter Hinsicht, bekannt machen. Die zusammengesetzte Regel Detri beschäftiget sich mit mehreren Gliedern aus verschiedenen Proportionen, zu welchen ein oder mehrere unbekannte Glieder gesucht werden müssen. Man theilt sie gewöhnlich in die **Regel von Fünfen** (5 Gliedern), in die **Kettenregel** und in noch andere Regeln ein. Da aber sämmtliche Beyspiele, die nach den verschiedenen Regeln aufgelöset werden, sich eben so gut, ja noch vortheilhafter, nach der Kettenregel behandeln lassen: so wollen wir nur allein von dieser Gebrauch machen, und der übrigen bloß im Vorbeygehen erwähnen.

Die Kettenregel ist eine Anleitung, mehrere Regeldetri-Ansätze auf einmal vortheilhaft anzusetzen, und sehr kurz zu berechnen. Durch dieses Verfahren werden allemal mehrere Proportionen in einen einzigen

Ansatz zusammengezogen, und die verschiedenen Verhältnisse gleichsam wie die Glieder einer Kette unter einander verbunden, so, daß dadurch in einem einzigen Satze schon bewerkstelliget wird, was die Regel Detri durch drey, vier und oft noch mehrere Sätze auf langen, mühesamen Umwegen zu Stande bringen muß. Die Kettenregel beschränkt sich aber nicht allein auf die Beyspiele der zusammengesetzten Regel Detri, sondern sie vertritt auch die Stelle der einfachen; denn jedes einfache Regeldetri-Beyspiel läßt sich in einen Kettensatz bringen und berechnen. In dieser letzten Hinsicht heißt diese Regel auch Reesische Regel, deren Benennung sie von einem gewissen Holländer, dem Hrn. v. Rees, der sie erfunden haben will, erhalten hat.

Da nun die eigentliche Kettenregel es allemal mit mehreren Proportionen zu thun hat; Anfänger aber mit vielgliedrichten Beyspielen nicht so leicht zurecht kommen können: so wollen wir mit den einfachsten Regeldetri-Beyspielen den Anfang machen, sodann zu den zusammengesetzten übergehen, und mit vielgliedrichten, verkehrten Aufgaben das Ganze beschließen.

Ehe man eine Aufgabe anschreibt, muß man sie erst wohl untersuchen, ob sie zur geraden oder umgekehrten Kettenrechnung gehöre. Zur geraden Regel gehören alle jene Aufgaben, wo sich die Antwortzahl genau nach der Fragezahl richtet, das heißt, wenn die Fragezahl **groß** ist, so muß auch die Antwortzahl **groß** seyn, und wenn die Fragezahl **klein** ist, so muß auch die Antwortzahl **klein** seyn. Z. B. Wenn 3 Ellen 15 fl. gelten; so müssen 6 Ellen 2mal so viel betragen, weil 6 gerade 2mal größer ist als 3. Oder auch: Wenn 6 Ellen 30 fl. gelten; so müssen 3 Ellen 2mal weniger

machen, weil 3 um 2mal kleiner ist als 6. Zur bessern Einsicht wollen wir beyde Beyspiele in der Proportion betrachten.

I.	Ellen	fl.	Ellen	fl.
	3	: 15 =	6	: (30)

Man sieht hier sogleich beym ersten Anblicke, daß 6 Ellen mehr kosten als 3 Ellen, und daß, gleichwie das dritte Glied größer ist als das erste, also auch das vierte größer werden muß als das zweyte. Diese Aufgabe gehört demnach zur geraden Regel.

II.	Ellen	fl.	Ellen	fl.
	6	: 30 =	3	: (15)

Auch hier ist es leicht zu erkennen, daß 3 Ellen weniger kosten als 6 Ellen, und daß also das vierte Glied kleiner als das zweyte werden müsse, gleichwie das dritte kleiner als das erste ist. Diese Aufgabe gehört also auch zur geraden Regel.

Es giebt aber im Gegentheile Fälle, wo dieses Verhältniß umgekehrt ist, und die Antwortzahl um so **kleiner** werden muß, je **größer** die Fragezahl ist, oder: daß die Antwortzahl um so **größer** ausfallen muß, je **kleiner** die Fragezahl ist. Z. B. Wenn 4 Maurer eine gewisse Arbeit in 10 Tagen zu Stande bringen; wie viele Tage werden 8 Maurer daran zu arbeiten haben? Nicht 20 Tage, wie nach der geraden Regel herauskommen würde, sondern 5; denn je mehr Arbeiter, desto eher werden sie fertig. Oder: Wenn 8 Maurer 5 Tage brauchen; wie lange werden 4 Maurer zu thun haben? Unstreitig noch einmal so

lang, weil ihrer nur halb so viel sind. Bringen wir diese beyden Beyspiele wiederum in eine Proportion *).

I. Maurer Tage Maurer Tage
4 : 10 = 8 : (5)

Es ist ganz einleuchtend, daß 8 Maurer nicht so lange zu thun haben als 4, und daß also das vierte Glied nothwendig kleiner werden muß, als das zweyte, da doch das dritte größer ist, als das erste. Die Aufgabe gehört also zur verkehrten Regel.

II. Maurer Tage Maurer Tage
8 : 5 = 4 : (10)

Es ist klar, daß 4 Maurer länger zu arbeiten haben als 8, und daß also das vierte Glied nothwendig größer ausfallen muß als das zweyte, da doch das dritte kleiner ist als das erste. Diese Aufgabe gehört also auch zur verkehrten Regel.

Da wir nun eine jede Aufgabe, ob sie zur geraden oder verkehrten Regel gehöre, zu beurtheilen im Stande sind; so wollen wir uns mit den Regeln vertraut machen, wie jede Aufgabe nach der Kettenrech-

---

*) Wie das vierte Glied eines einfachen geraden Beyspieles gefunden werden kann, haben wir in dem vorhergehenden Abschnitte hinlänglich kennen gelernet:

Duc ternum in medium, productum divide primo.

Wie aber mit Aufgaben, die zur verkehrten Regel gehören, am bequemsten zu verfahren ist, giebt diese Regel an: Man multiplizire ohne Glieder-Versetzung das erste und zweyte Glied mit einander, und dividire das Produkt durch das dritte: der Quotient giebt das richtige vierte Glied, oder:

Duc primum in medium, productum divide terno.

nung angesetzt und berechnet werden müsse. Sie sind folgende:

I. Mache man einen senkrechten Strich, um die Multiplikatoren von den Divisoren zu trennen; denn zur Rechten des Senkstriches werden die mittleren Faktoren der gegebenen Proportionen und zur Linken desselben die Faktoren aus den ersten Gliedern unter einander geschrieben: daher denn auch die rechte Seite als die Multiplikations- und die linke als die Divisions-Seite zu betrachten sind.

II. Fange man mit dem Namen der verlangten Antwortzahl, das ist, mit eben der Münzsorte oder Sache an, die man gerne wissen möchte, und schreibe die Benennung dieser Münzsorte oder Sache nebst einem Fragezeichen, das den Abgang der unbekannten Antwortzahl vertritt, zur Linken des Senkstriches oben hin.

III. Rechts gegenüber schreibe man die Fragezahl nebst ihrer Benennung.

IV. Linker Hand unter das mit dem Fragezeichen bemerkte unbekannte Glied setze man von den gegebenen Zahlen diejenige, welche mit der Fragezahl einen gleichen Namen hat *). Ist aber in der Aufgabe eine solche Zahl nicht enthalten, daß man zur Linken mit eben dem Namen wieder anfangen könnte, womit man rech-

---

*) Bey umgekehrten Verhältnissen aber kömmt die Fragezahl links unter den Namen der Antwortzahl, und die dritte, welche mit der Fragezahl einerley Namen hat, rechts obenan zu stehen, wie wir in der Folge sehen werden.

ter Hand aufgehört hat; so muß man die nicht angegebenen Verhältnisse durch Hülfs-Sätze aus den Eintheilungen des Geldes, Maaßes und Gewichtes ergänzen.

V. Rechts gegen über unter die Fragezahl schreibe man wieder diejenige Zahl, welche den Werth, oder das Maaß, oder das Gewicht, oder auch eine andere Bestimmung ausdrückt.

VI. Sind in der Aufgabe noch Zahlen vorhanden; so setze man von denselben zur Linken wiederum diejenige, welche mit der nächstvorher zur Rechten geschriebenen einerley Namen hat, rechts daneben aber kömmt jene Zahl zu stehen, welche mit der so eben links angesetzten in der Aufgabe verbunden ist, und mit ihr gleichen Werth hat.

VII. Auf diese Weise fahre man mit dem Ansetzen so lange fort, bis zur Rechten unten eine Zahl erscheint, die mit der oben links bemerkten Antwortzahl einen gleichen Namen hat.

VIII. Hat man alle Sätze so angeschrieben, daß allemal die links angesetzte Zahl den Namen der nächstvorhergehenden rechten, und das letzte Glied den Namen des ersten führet; so streiche man die gleichen Zahlen auf beyden Seiten gegen einander aus, oder suche doch wenigstens die Zahlen der einen Seite gegen die Zahlen der andern durch aufgesuchte Divisoren abzukürzen.

IX. Endlich multiplizire man die noch vorhandenen undurchstrichenen Zahlen der linken Seite, wie auch die noch vorhandenen undurchstrichenen Zahlen der rechten Seite mit einander, und dividire das Produkt der

rechten Seite durch das Produkt der linken: der Quotient giebt die verlangte Antwort.

Einige Beyspiele, wobey wir die angeführten Regeln vorläufig wiederhohlen, das Abkürzen aber noch vor der Hand unterlassen wollen, werden uns die Sache etwas deutlicher machen, als:

Wenn 2 Ellen Band 6 kr. gelten; wie viele Kreuzer kosten 8 Ellen?

Um diese Aufgabe gehörig anzuschreiben, macht man I. einen Senkstrich, als:

II. Fängt man mit dem Namen dessen an, was man gern wissen möchte, das ist, mit eben der Münzsorte oder Sache, um die gefragt wird, setzt ihren Namen zur Linken des Senkstriches oben an, und bemerkt den Abgang der Antwortzahl durch ein Fragezeichen. — In der vorgelegten Aufgabe möchte man gern den Preis der 8 Ellen und zwar in Kreuzern wissen; denn um diese wird hier ausdrücklich gefragt *). Man setzt also die unbekannte Kreuzer- oder Antwortzahl so an:

---

*) In der oben vorgelegten Aufgabe ist die Geldsorte, in der man den Preis der 8 Ellen wissen möchte, bestimmt angegeben; denn es wird ausdrücklich um Kreuzer gefragt. Dieses findet man aber bey vielen Beyspielen nicht; denn sehr oft fragt man nur: Wie hoch kommen, oder was kosten, oder was sind so und so viele Stücke werth. In diesem Falle muß man also schon selbst die Sorte bestimmen, und dabey etwas behutsam zu Werke

Kr.?

III. Rechts gegen über schreibt man die Fragezahl mit ihrer Benennung. — In unserer Aufgabe ist die Fragezahl 8 Ellen; denn von diesen will man den Preis wissen. Diese Zahl 8 steht also sammt ihrer Benennung zur Rechten des Senkstriches, als:

Kr.?	8 Ellen

IV. Links unter die Antwortzahl setzt man jene, welche mit der Fragezahl eine gleiche Benenuung hat. — Mit der Fragezahl 8 Ellen haben eine gleiche Benennung 2 Ellen; mit diesen wird also links wieder fortgefahren, als:

Kr.?	8 Ellen
Ellen 2	

V. Rechts gegen über schreibt man wieder das, was mit der so eben links angeschriebenen Zahl am Werthe (Maaße oder Gewichte) gleich ist. — Der links angeschriebenen Zahl 2 Ellen sind gleich 6 Kreu-

---

gehen; denn wer ungeschickt fragt, erhält auch eine ungeschickte Antwort, weil allezeit die Antwort in der Sorte erscheint, in welcher man gefragt hat. Man kann z. B. oft um Gulden fragen, da die Antwort nicht einmal Kreuzer macht. In dieser Hinsicht muß man also vorher überlegen, ob die Sache sich auf Gulden, oder Kreuzer, oder Pfennige u. s. w. belaufe, und dann das Wahrscheinlichste erwählen.

zer als der Werth der 2 Ellen. Diese 6 Kreuzer setzt man also wieder rechts, als:

Kr. ?	8 Ellen
Ellen 2	6 Kr.

VI. Zur Linken setzt man wieder diejenige Zahl, welche mit der nächstvorher zur Rechten geschriebenen einerley Namen hat, und zur Rechten die damit in der Aufgabe verbundene. — Da aber in der Aufgabe keine Zahl mehr vorhanden ist, so kann auch daraus nichts angesetzt werden.

VII. Hat die unterste Zahl rechter Hand die nämliche Benennung, wie zur Linken oben angefangen wurde, so, daß auf der rechten Seite eben die Namen und gleich oft vorkommen, welche auf der linken Seite stehen; so ist die Aufgabe richtig angeschrieben, wo nicht, so muß das Abgängige ersetzt werden. — In unserem Ansatze wird rechts unten mit dem Namen Kreuzer aufgehört, so wie links oben mit Kreuzern angefangen wurde. Über dieß kommen auch auf der linken Seite eben die Namen, nämlich Kreuzer und Ellen vor, wie auf der rechten; folglich ist die Aufgabe richtig angeschrieben.

VIII. Das Abkürzen wollen wir für jetzt noch unterlassen.

IX. Man multiplizirt alle auf der rechten Seite stehenden Zahlen mit einander, und setzt das Produkt unter einen gezogenen Querstrich herab. — Wenn dieß geschehen, so multiplizirt man auch die Zahlen der linken Seite mit einander, und setzt das Produkt gleich-

falls herab. — Endlich dividirt man mit dem Produkte der linken Seite das Produkt zur Rechten: was herauskömmt, ist die verlangte Antwort in eben der Sorte, worin man im linken Gliede des ersten Satzes gefragt hat, als:

Kettenregel.

Kr? | 8 Ellen
Ellen 2 | 6 Kr.

2 | 48 | 24 Kreuzer.
2
4

—8
2
8

—

Regel Detri.

Ellen | kr. | Ellen ?
2 | 6 | 8
8

48 | 24 Kreuzer.
2
4

—8
2
8

—

Nach der Proportion, und zwar

I. nach der regelmäßigen Stellung der Glieder:

2 : 8 = 6 : G.

II. Nach der Verwechselung der mittleren Glieder:

2 : 6 = 8 : G.

Wenn man hier die mittleren Glieder 8 und 6 mit einander multiplizirt, und das Produkt 48 durch das erste Glied 2 dividirt; so erhält man das vierte Glied, nämlich die gesuchten 24 kr.

Aus der viermal anders angeschriebenen Aufgabe sieht man, wie sich die Kettenregel, die Regel Detri und die Proportion im Ansatze von einander unterscheiden.

Was kosten 2 Ellen; wenn 8 Ellen 24 kr. werth sind?

a kr.?	2 Ellen b
c Ellen 8	24 kr. d

Ellen	kr.	Ellen?
8	24	2
		2
48	6 kr.	
8		
48		

48	6 kr.
8	
48	

Bey a wird mit der Benennung dessen angefangen, was man gern wissen möchte; denn man will hier die kr. wissen, welche die 2 Ellen kosten.

a gegen über bey b ist die **Fragezahl** 2 mit ihrer Benennung **Ellen.**

Bey c wurde mit dem Namen **Ellen** wieder fortgefahren.

Und bey d steht der Werth der links angeschriebenen 8 Ellen. Es kommen über dieß zur Linken eben die Namen (oder Benennungen) vor, die zur Rechten stehen, und es wird auch bey d wieder mit dem Namen kr. aufgehört, wie bey a mit kr. angefangen wurde.

Bey der Berechnung selbst wurden auf der Rechten 2 und 24 mit einander multiplizirt; auf der Linken aber unterblieb es, weil man mit einem Faktor nie multiplizirt. Endlich wurde das Produkt 48 zur Rechten durch 8 von der Linken dividirt, und die Antwort ist 6 kr.

Um 24 kr. kauft man 8 Ellen; wie viel um 6 kr.?

a Ellen?	6 kr. b		kr.	Ellen	kr.?
c kr. 24	8 Ellen d		24	8	6

24	48	2 Ellen.		6	
24				48	2 Ellen.
48				24	
				48	

Hier war die Frage: **Wie viele Ellen?** Es wurde also bey a mit dem Namen Ellen angefangen, und die Fragezahl 6 kr. gegen über geschrieben.

Bey c wurde mit dem Namen kr. wieder fortgefahren, und bey d mit Ellen aufgehört, wie bey a mit Ellen angefangen wurde.

Wenn man für 6 kr. 2 Ellen erhält; wie viel bekömmt man für 24 kr.?

Ellen?	24 kr.		kr.	Ellen	kr.
kr. 6	2 Ellen.		6	2	24

6	48	8 Ellen.		2	
6				48	8 Ellen.
48				6	
				48	

Ein wichtiger Vortheil bey der Kettenregel ist das Abkürzen oder Verkleinern. Man macht sich nämlich im Kopfe eine solche Zahl ausfindig, mit der man links und rechts ohne Rest dividiren kann. Hat man so eine Zahl gefunden; so dividirt man zuerst auf der linken Seite, schreibt den Quotienten jedesmal etwas un-

terhalb an, und streicht die getheilten Zahlen fleißig aus. Eben so verfährt man auch auf der Gegenseite. Mit dieser Verkleinerung links und rechts wird so lange fortgefahren, als es möglich ist. **Man muß aber auf einer Seite nicht öfter dividiren, als auf der andern, welches wohl zu merken ist.** Kann man keine solche Zahl ausfindig machen, mit der man auf beyden Seiten ohne Rest dividiren könnte, sondern nur auf einer; so unterbleibt das Abkürzen. Die Zahlen, mit welchen man andere ohne Rest dividiren kann, sind Seite 223 bis 230 zu finden, wo gezeigt wurde, wie sich Brüche, ohne ihren Werth zu ändern, verkleinern lassen. Was dort gesagt wurde, gilt auch hier; denn die Kettenregel stellt ja eigentlich einen Bruch vor, wo die linke Seite der Nenner und die rechte der Zähler ist.

Wenn sich dann durch das Dividiren nichts mehr abkürzen läßt; so multiplizirt man alle noch nicht durchstrichenen Zahlen der linken Seite, und setzt das Produkt gerade darunter. Eben so verfährt man auch auf der rechten Seite, und dividirt endlich das Produkt der Rechten durch das Produkt der Linken, wie oben schon gezeigt wurde.

Um 4 kr. bekömmt man 3 Quintel; wie viel für 6 kr.

Nach der Kettenregel.

Quintel?	6 kr.
kr. 4	3 Quintel
2	3
2	9
	2
	8
	1

$4\frac{1}{2}$ Quintel.

Nach der Bruchrechnung.

$$\frac{6 \times 3}{4} = \frac{3 \times 3}{2}$$

$$= \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}.$$

In dem Kettensatze ließen sich links 4 und rechts 6 durch die ausfindig gemachte Zahl 2 dividiren; denn 2 war in 4 gerade 2mal und in 6 gerade 3mal enthalten. Man schrieb also links den Quotienten 2 anstatt 4, und rechts 3 anstatt 6 als neue Glieder an; die getheilten Zahlen aber wurden dagegen fleißig ausgestrichen. Bey der Bruchrechnung wurde der Zähler 6 und der Nenner 4 durch 2 verkleinert.

Acht Pfund wurden für 21 kr. gekauft; was sind 20 ℔. werth?

kr. ?	20 ℔.
℔. 8	21 kr.
2	5

2 | 105 | 52½ kr.
2
10

5
2
4

1
2

Die Verkleinerungszahl, mit der man 8 und 20 dividirte, war hier 4; denn 4 steckt in 8 gerade 2mal und in 20 5mal.

Ein hiesiger Brauer kaufte 14 Schäffel Gersten, 9 Schäffel zu 123 fl. Was ist der Betrag?

fl. ?	14 Schäffel
Schäffel 9	123 fl.
3	41

3	14

56

574	191 fl. 20 kr.
3	
3	

27
3
27

4
3
3

$\frac{1}{3}$ = 20 kr.

Hier war die Verkleinerungszahl 3. Nach der Division erhielt man links 3 anstatt 9 und rechts 41 anstatt 123.

X. Wenn durch die Verkleinerung die Zahlen links allein aufgehen; dann gilt das Produkt zur Rechten als Antwort. Z. B.

Um 2 kr. kauft man 9 Zwetschken; wie viel bekömmt man für 6 kr.?

Zwetschken?	6 kr.
kr. 2	9 Zwetschken.
	3

	27 Zwetschken.

In diesem Beyspiele wurden links 2, und rechts 6 durch die ausfindig gemachte Zahl 2 dividirt; denn

2 war in 6 gerade 3mal und in 2 nur 1mal enthalten; Eins wurde aber aus dem Grunde nicht angesetzt, weil Eins weder multiplizirt noch dividirt.

In den folgenden Beyspielen werden die Verkleinerungszahlen neben der Rechnung ausgeschlossen)(angezeigt werden.

Vier Schäffel Korn kosten 56 fl.; was gelten 7 Schäffel?

fl.?	7 Schäffel
4) Schäffel 4	56 fl. (4
	14
	98 fl.

320 Ziegel kosten 4 fl.; was gelten 720?

fl.?	720 Ziegel (8
8) Ziegel 320	4 fl.
4	9
	9 fl.

Sind einer Zahl am Ende eine oder mehrere Nullen angehängt, so kann sie allzeit durch 10 ohne Rest dividirt werden; besser aber thut man, wenn man in einem solchen Falle beyderseits gleichviele Nullen wegstreicht, und dieß wurde im vorhergehenden Beyspiele auch befolgt. Links bey 320 und rechts bey 720 wurde überall die Nulle weggestrichen, wo sodann die Zahlen 32 und 72 entstanden. Diese beyden Zahlen wurden dann noch durch 8 verkleinert, und der links herausgekommene Quotient 4 und die zur Rechten stehenden 4 ausgestrichen; denn ganz gleiche Zahlen heben sich jederzeit gegen einander auf.

Einer läßt 25000 Schindeln hauen, und verdingt das Tausend zu 4 fl.; was muß er Arbeitslohn bezahlen?

	fl.?	25000 Schindeln
Schindeln	1000	4 fl.
		100 fl. Arbeitslohn.

XI. Wenn man in der Aufgabe den Namen, der zur Rechten geschlossen hat, und womit zur Linken wieder fortgefahren werden muß, nicht findet; dann giebt man Acht, ob man von der größern zur geringern, oder von der geringern zur größern Sorte gehen soll. Im ersten Falle setzt man zur Linken 1 an, und den Namen, mit welchem wieder fortgefahren werden muß, dazu; gegen über aber alle Theile, welche die links angesetzte Einheit in sich begreift. Setzt man z. B., um wieder anzubinden, links 1 und den Namen ℔.; so kommen rechts gegen über alle Theile des Pfundes, nämlich 32 Loth: setzt man links 1 fl. an; so stehen rechts 60 kr., als wie im folgenden Beyspiele:

Zwey Ellen werden um 6 kr. gekauft; wie viel erhält man nach diesem Preise um 2 fl.

a Ellen?	2 fl. b
c fl. 1	60 kr. (6 d
6) kr. 6	2 Ellen
	10
	40 Ellen.

Da man rechts bey b mit dem Namen fl. geschlossen hat, und links bey c wieder mit dem Namen fl. fortgefahren werden mußte; in der Aufgabe aber der Name fl. nur einmal vorkömmt: so mußte, um wieder anzubinden, in diesem Falle links 1 und der Na-

me fl.; rechts aber alle seine Theile, nämlich 60 kr. angesetzt werden, wo sodann die Aufgabe auf folgende Weise gelesen wird:

Wie viele Ellen erhält man für 2 Gulden, wenn 1 Gulden 60 Kreuzer hat, und wenn um 6 Kreuzer 2 Ellen gekauft werden?

Wenn 4 Ellen 48 kr. kosten; wie viele Ellen erhält man um 6 fl.?

Ellen?	6 fl.
fl. 1	60 kr. (12
12) kr. 48	4 Ellen
4	5
	30 Ellen.

Nach der Verkleinerung wurden die 4 zur Linken und die 4 zur Rechten ausgestrichen; weil sich gleiche Zahlen allemal gegen einander aufheben.

Wenn man 8 Ellen um 2 fl. erhält; wie viel bekömmt man für 30 kr.?

Ellen?	30 kr. (3
3) kr. 60	1 fl.
2) fl. 2	8 Ellen (2
2) 2	4 (2
	2
	2 Ellen.

In diesem Beyspiele muß man beym Ersetzen von der geringern zur größern Sorte gehen, nämlich von den krn. zu den fl.; man schrieb daher links 60 kr. und rechts 1 fl. an.

Ein Bauer kaufte 2 Schäffel Korn um 36 fl.; wie hoch kam ihm der Metzen?

fl.?	1 Metzen
6) Metzen 6	1 Schäffel
2) Schäffel 2	36 fl. (6
	6 (2
	3
	3 fl.

Dieß Beyspiel wird gelesen: Wie viele fl. kostet 1 Metzen, wenn 6 Metzen 1 Schäffel ausmachen, und wenn 2 Schäffel 36 fl. gelten?

Wenn 3 Eimer Bier 9 fl. gelten; wie hoch kömmt die Maß?

kr.?	1 Maß
Maß 60	1 Eimer
3) Eimer 3	9 fl. (3
fl. 1	60 kr.
	3
	3 kr.

Bey der Verkleinerung wurden 60 als gleiche Zahlen beyderseits gleich ausgestrichen, und weiter 3 und 9 mit 3 dividirt.

Für 17 Fuder Wein sind 2448 fl. bezahlt worden; auf wie viele kr. ist die Maß zu stehen gekommen?

kr.?	1 Maß
Maß 60	1 Eimer
2) Eimer 2	1 Ohm
6) Ohm 6	1 Fuder
Fuder 17	2448 fl. (6
fl. 1	60 kr.
	408 (2
	204

	204	12 kr.
	17	
	17	
	34	
	17	
	34	
	—	

Von den 6 Sätzen dieses Ansatzes ist nur der erste Fragesatz (**auf wie viele Kreuzer ist die Maß zu stehen gekommen**) und dann der fünfte Satz (**daß für 17 Fuder Wein 2448 fl. bezahlt wurden**) in der Aufgabe ausdrücklich angegeben. Da nun in der Aufgabe außer den zwey angeführten Sätzen gar nichts mehr angegeben ist; so mußte man die nicht angegebenen Verhältnisse aus den Eintheilungen des Maßes und Geldes ersetzen. Um nun im zweyten Satze zur Linken wieder mit dem Namen Maß anfangen zu können, wie man zur Rechten im Fragesatze mit Maß aufgehört hat; so mußte man zur Linken 60 Maß und zur Rechten 1 Eimer ansetzen; dann hieß es noch, wenn 2 Eimer 1 Ohm, und 6 Ohm 1 Fuder machen. Nun paßte erst der angegebene fünfte Satz (17 Fuder um 2448 fl.) in die Kette. Da nun in diesem Satze das rechte Glied mit dem Namen fl. schließt, dieser Name

fl. aber mit dem zur Linken oben angesetzten ersten Gliede (kr.) noch nicht einerley ist; so mußte man im sechsten Satze zur Linken wieder mit dem Namen fl. fortfahren, indem man sagte, wenn 1 fl. 60 kr. hat. Nun erst wurde in dem letzten Gliede zur Rechten mit kr. aufgehört, wie man oben zur Linken mit kr. angefangen hat. Dieser ganze Ansatz wird nun also gelesen:

Wie viel kr. kostet 1 Maß;
da 60 Maß 1 Eimer,
2 Eimer 1 Ohm,
und 6 Ohm 1 Fuder machen,
17 Fuder aber 2448 fl. kosten,
und 1 fl. aus 60 kr. besteht.

Wenn der Zentner Kaffee 134400 Bohnen hat; wie viel gehen auf 1 Loth?

Bohnen?	1 Loth
4) Loth 32	1 ℔.
℔. 100	1 Zentner
Zentner 1	134400 Bohnen (4
8) 8	336 (8
	42
	42 Bohnen.

Wenn 4 Bogen Schreibpapier für 3 kr. bezahlt werden; was gelten 8 Ballen?

fl.?	8 Ballen
Ballen 1	10 Rieß
Rieß 1	20 Buch
Buch 1	24 Bogen (6
Bogen 4	3 kr.
6) kr. 60	1 fl.
	4
	480 fl.

Die Zahlen, welche nach der Verkleinerung übrig bleiben, und nun in einander zu multipliziren sind, müssen nicht in der Ordnung multiplizirt werden, wodurch man mehr unbequeme Faktoren erhält, als man schon hat. In vorstehender Aufgabe wurden die übrig gebliebenen Zahlen in folgender Ordnung multiplizirt, als: $2 \times 3 \times 8 \times 10 = 480$.

Gemeiniglich läßt man bey Taschenuhren den Perpendikel in 5 Sekunden 24mal schlagen; wie viel giebt dieß Schläge in 1 Stunde?

Schläge?	1 Stunde
Stunde 1	60 Minuten (5
Minute 1	60 Sekunden
5) Sekunden 5	24 Schläge
	12
	48
	24
	288
	60
	17280 Schläge.

Wenn jede Minute ein Mensch geboren wird; wie viel werden in einem Sekulo, d. i., in 100 Jahren geboren?

Menschen?	100 Jahren
Jahr 1	365 Tage
Tag 1	24 Stunden
Stund 1	60 Minuten
Minute 1	1 Mensch

365
24
1460
730
8760
60
525600
100
52560000 Menschen.

Wenn man für 1 Elle 1 kr. 2 pf. zu bleichen geben muß; wie viel muß man für 24 Ellen bezahlen?

kr.?	24 Ellen (4
Elle 1	6 pf.
4) pf. 4	1 kr.
	6
	36 kr.

XII. Gehen durch die Verkleinerung die Zahlen rechts allein auf; so ist die Antwort ein Bruch, der zum Zähler die Einheit und zum Nenner das Produkt zur Linken hat. Z. B. Wenn 90 ℔. auf 12 fl. kommen; was wird das Loth kosten?

kr.?	1 Loth
4) Loth 32	1 lb.
3) lb. 90	12 fl. (4
fl. 1	60 kr. (3
2) 8	3
3	2 (2
4	
4	$\frac{1}{4}$ kr. = 1 pf.

XIII. Gehen aber durch die Verkleinerung die Zahlen auf beyden Seiten auf; dann ist die Antwort allemal Eins. Z. B. Wenn der Ballen schönes Schreibpapier auf 80 fl. kömmt; was kostet der Bogen?

kr.?	1 Bogen
8) Bogen 24	1 Buch
Buch 20	1 Rieß
Rieß 10	1 Ballen
Ballen 1	80 fl. (8
fl. 1	60 kr. (3
3) 3	2
	1 kr.

XIV. Kommen in einem Kettensatze Brüche vor; so streicht man die Nenner aus, und setzt sie auf die andere Seite, damit dadurch die Gleichheit der Namen hergestellt werde; die Zähler aber läßt man stehen. Z. B. Wenn $\frac{1}{6}$ Elle für $\frac{1}{4}$ fl. hingegeben wird; wie hoch kommen 16 Ellen?

fl.?	16 Ellen (4
Elle $\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$ fl.
4) 4	6
	4
	24 fl.

Auf der linken Seite wurde der Nenner 6 ausgestrichen, und rechts hinübergesetzt. Ein Gleiches geschah auch mit dem Nenner 4; denn er wurde rechts durchstrichen, und links angeschrieben.

XV. Steht bey einem Bruche auch eine ganze Zahl, z. B. $3\frac{1}{3}$; so multiplizirt man die Ganzen durch den Nenner, und addirt den Zähler hinzu: setzt das Produkt auf der nämlichen Seite herab, streicht die ganze Zahl und den Bruch aus, und schreibt den Nenner auf die Gegenseite. Z. B. Wenn 1 Elle auf $7\frac{1}{5}$ fl. zu stehen kömmt; was kosten $3\frac{1}{3}$ Elle?

fl.?	$3\frac{1}{3}$ Ellen
	1
Elle 1	$7\frac{1}{5}$ fl.
3) 3	10 (5
5) 5	30 (3
	12
	2
	24 fl.

XVI. Befindet sich auf jeder Seite ein Bruch mit einerley Nenner; so heben sich diese beyden gleichen Nenner gegen einander auf. Z. B. Was kosten 21 lb.; wenn $5\frac{1}{4}$ lb. für $7\frac{3}{4}$ fl. bezahlt werden?

fl.?	21 lb.
	3
lb. $5\frac{1}{4}$	$7\frac{3}{4}$ fl.
21	31
	31 fl.

XVII. Soll man den Werth eines Bruches bestimmen, wie viel z. B. $\frac{3}{10}$ fl. Kreuzer ausmachen, oder wie viel der Bruch $\frac{3}{25}$ Zentner in Pfunden betrage, und auch umgekehrt; so muß man nach der allgemeinen Regel fragen: Wie viele Kreuzer machen $\frac{3}{10}$ fl.; wenn 1 Gulden 60 Kreuzer hat? als:

kr. ?	$\frac{3}{10}$ fl.
fl. 1	60 kr.
10	
	18 kr.

Wie viele Pfunde machen $\frac{3}{25}$ Zentner; wenn ein Zentner 100 ℔. hat?

℔. ?	$\frac{3}{25}$ Zentner
Zentner 1	100 ℔. (25
25) 25	4
	12 ℔.

Wie viele Theile eines Guldens machen 18 kr.?

fl. ?	18 kr. (6
6) kr. 60	1 fl.
10	3
10	$\frac{3}{10}$ fl.

Wie viele Theile eines Zentners machen 12 Pfund?

Zent. ?	12 ℔. (4
4) ℔. 100	1 Zentner
25	3
25	$\frac{3}{25}$ Zentner.

Wie viele Theile eines Zentners machen 8 Loth?

Zent.?	8 Loth (8
8) Loth 32	1 ℔.
℔. 100	1 Zent.
4	
400	$\frac{1}{400}$ Zent.

Der wievielste Theil eines Pfundes ist $\frac{1}{400}$ Zent.?

℔.?	$\frac{1}{400}$ Zent.
Zent. 1	100 ℔.
400	
4	$\frac{1}{4}$ ℔.

Wie viele Lothe hat $\frac{1}{4}$ ℔.?

Loth?	$\frac{1}{4}$ ℔.
℔. 1	32 Loth (4
4) 4	8
	8 Loth.

XVIII. Enthält eine Aufgabe verschiedene Sorten, die zusammengenommen ein Glied ausmachen; so verwandelt man entweder die kleinere in einen Bruch der größeren Sorten; oder man löset die größere Sorte in die kleinere auf, damit sie gleichnamig oder gleichartig werden. Z. B. Wenn 9 ℔. auf 10 fl. 48 kr. kommen; wie viel kosten demnach 6 ℔. und 24 Loth?

Nach der ersten Art:

Nebenrechnung.

fl. ?	48 kr. (12
12) kr. 60	1 fl.
5	4
5	$\frac{4}{5}$ fl.

Nebenrechnung.

℔. ?	24 Loth (8
8) Loth 32	1 ℔.
4	3
4	$\frac{3}{4}$ ℔.

Hauptrechnung.

fl. ?	$6\frac{3}{4}$ ℔.
9) ℔. 9	$10\frac{4}{5}$ fl.
2) 4	27
5	54 (9
2	6 (2
	3
10	81 | 8 fl. 6 kr.
	10
	80

$\frac{1}{10}$ fl. = 6 kr.

Da hier in der Aufgabe zwey Sorten Geldes, nämlich Gulden und Kreuzer, und dann auch zwey Sorten vom Gewichte, nämlich Pfunde und Lothe vorkommen; so wurden zuvor nebenwärts die 48 kr. in einen Gulden-Bruch, die 24 Loth aber in einen Pfund-Bruch verwandelt. Bey der Verwandlung der Kreuzer sagte man zur Linken: Wie viele Theile eines Guldens geben 48 kr.; da 60 kr. Einen Gulden machen? Man fand $\frac{4}{5}$ fl. Bey der Verwandlung der Lothe in Pfunde aber hieß es: Wie viele Theile eines Pfundes machen 24 Loth; da 32 Loth 1 ℔. geben? Die Ant-

wort war $\frac{3}{4}$ ℔. Nun erst wurde die Hauptrechnung angefangen, indem man sagte: Wie viele Gulden kosten $6\frac{3}{4}$ ℔.; wenn 9 ℔. auf $10\frac{4}{5}$ fl. kommen? Die Antwort war 8 fl. 6 kr. Nun auch das nämliche Beyspiel

Nach der zweyten Art:

Nebenrechnung.

10 fl. 48 kr.
60
648 kr.

Nebenrechnung.

6 ℔. 24 Loth.
32
216 Loth.

Hauptrechnung.

fl.?	216 Loth (4
8) Loth 32	1 ℔.
9) ℔. 9	648 kr. (9
3) kr. 60	1 fl.
4) 4	72 (8
2) 20	9 (3
10	54 (2
	3
	27

10	81	8 fl. 6 kr.
	10	
	80	

$\frac{1}{10}$ fl. = 6 kr.

Hier wurden zuerst zur Linken die 10 fl. in Kreuzer verwandelt, und die 48 kr. hinzugezählt: die Summe war 648 kr. Darauf verwandelte man auch zur Rechten die 6 ℔. in Loth, und zählte die 24 Loth mit ein: die Summe war 216 Loth. Nun erst machte man mit der Hauptrechnung den Anfang, und sagte:

Wie viel fl. kosten 216 Loth;
da 32 Loth auf 1 ℔. gehen,
9 ℔. aber 648 kr. kosten,
und 60 kr. 1 fl. machen.

Aus diesen beyden Berechnungen sieht man nun, daß immer einerley Antwort herauskomme, man mag nach der ersten *) oder nach der zweyten Art verfahren. Da aber doch immer eine Art kürzer ist als die andere; so kann man sich Folgendes merken: Wenn das, was in der niedrigeren Sorte angegeben ist, einen bequemen Bruch der höheren giebt; so verwandle man die niedrigere Sorte in die höhere. Wenn aber im Gegentheile die gegebene niedrigere Sorte keinen bequemen Bruch der höheren Sorte giebt; so verwandle man die höhere Sorte in die niedrigere. Nun noch ein Beyspiel nach der ersten Art.

Wenn 9 Schäffel 3 Metzen 106 fl. 24 kr. kosten; wie hoch kommen dann 7 Mäßlein und 1 Dreyßiger?

9 Schäffel 3 Metzen = $9\frac{1}{2}$ Schäffel.
7 Mäßlein 1 Dreyßg. = $7\frac{1}{2}$ Mäßlein.
106 fl. 24 kr. = $106\frac{2}{5}$ Gulden.

---

*) Wenn Kreuzer in einen Gulden-Bruch; oder Lothe in einen Pfund-Bruch u. dgl. verwandelt werden sollen; so ist es nicht nöthig, daß dieses durch den Kettensatz geschehe; denn man darf nur nach der S. 216. unter Nro. 3. angeführten Regel verfahren, und den Bruch abkürzen.

fr.?	$7\frac{1}{2}$ Mäßlein
4) Mäßlein 8	1 Viertel
2) Viertel 2	1 Metzen
6) Metzen 6	1 Schäffel
Schäffel $9\frac{1}{2}$	$100\frac{2}{5}$ fl.
fl. 1	60 kr. (6
19	2
2	15
5	532 (4
2	10 (2
	5
	133

38 | 665
133

1995 | $52\frac{1}{2}$ kr.
38
190

—95
38
76

$\frac{19}{38} = \frac{1}{2}$ kr.

Nun auch ein Beyspiel nach der zweyten Art, wo die niedrigere Sorte keinen bequemen Bruch der höheren giebt. Wenn 5 Maß Bier 18 kr. 3 pf. gelten; wie hoch kommen dann 17 Eimer 53 Maß?

17 Eimer 53 Maß 18 kr. 3 pf.
60 4

geben 1073 Maß. geben 75 pf.

fl.?	1073 Maß
Maß 5	75 pf. (15
pf. 4	1 kr.
15) kr. 60	1 fl.
4	5

16 | 1073 | 67 fl. 3 kr. 3 pf.
16
96

113
16
112

$\frac{1}{16}$ fl. = 3 kr. 3 pf.

XIX. Kommen in einem Gliede drey Sorten vor; so verwandle man die höchste Sorte sogleich in die mittlere, und gebe dann Acht, ob die niedrigste Sorte einen bequemen Bruch der mittleren abgiebt. Ist dieses der Fall; so verfahre man, wie bereits gelehret wurde; geht aber dieses nicht an, alsdann muß man alle Sorten in die vorhandene kleinste verwandeln. Z. B. Auf wie viele Kreuzer kömmt 1 Loth; wenn 5 ℔., 3 Loth und 2 Quintel 32 fl. 42 kr. kosten?

5 ℔. 3 Loth 2 Quintel. kr.? | 1 Loth
32 1 7
163½ Loth Loth 163½ | 32 10 fl.
fl. 1 | 60 kr.
327 | 2
10 | 327
12 kr.

Hier wurden zuerst die 5 ℔. in Lothe verwandelt, und die 3 Loth hinzugezählt. Die Summe war 163 Loth. Diese Loth-Summe wurde nun nicht mehr in Quintel, sondern die Quintel in Loth verwandelt; indem die 2 Quintel einen bequemen Lothbruch geben, nämlich $\frac{1}{2}$ Loth. Nun auch noch ein Paar Beyspiele, in welchen die niedrigste Sorte keinen bequemen Bruch der nächsthöheren Sorte giebt.

Jemand kaufte bey einer Versteigerung 5 Rieß, 5 Buch und 22 Bogen Schreibpapier um 5 fl 17 kr. 3 pf.; wie hoch kam das Buch?

Rieß	Buch	Bogen
5	5	22
	20	
	105 Buch	
	24	
	420	
	210	
	22	
	2542 Bogen.	

fl.	kr.	pf.
5	17	3
	60	
	317 kr.	
	4	
	1271 pf.	

Hauptrechnung.

kr.?	1 Buch	
Buch 1	24 Bogen (4	
Bogen 2542	1271 pf.	
4) pf. 4	1 kr.	
	6	
2542	7626	3 kr.
	2542	
	7626	

Es wurden 4 Schäffel, 3 Metzen, 1 Viertel und 5 Mäßlein für 89 fl. gekauft; was kostet 1 Metzen?

Sch.	Metz.	Vrtl.	Mäßl.
4	3	1	5
6			
27	Metzen		
2			
55	Viertel		
8			
445	Mäßlein		

fl. ?	1 Metzen
Metzen 1	2 Viertel
Viertel 1	8 Mäßlein
Mäßlein 445	89 fl.

445	89
	8
	712
	2
1424	3 fl.
445	
1335	
89	
60	
5340	12 kr.
445	
890	
445	
890	
—	

Da dem zweyten linken Gliede allemal der Name des ersten rechten, dem dritten linken Gliede der Name des zweyten rechten Gliedes u. s. w. zukömmt; so kann man die Namen zur Linken auch ganz weglassen, und nur das erste Frageglied allein ansetzen. Z. B.

Wie viele Kronenthaler kosten 3 Ballen Schreibpapier; wenn 4 Bogen auf 2 kr. 1 pf. kommen?

Ganz angesetzt.		Abgekürzet.	
Kronthl. ?	3 Ballen	Kronthl. ?	3 Ballen
Ballen 1	10 Ries (2	1	10 Ries (2
Ries 1	20 Buch (2	1	20 Buch (2
Buch 1	24 Bogen (6	1	24 Bogen (6
Bogen 4	9 pf. (9	4	9 pf. (9
2) pf. 4	1 kr.	2) 4	1 kr.
6) kr. 60	1 fl.	6) 60	1 fl.
7		7	
fl. 2 $\frac{7}{10}$	1 Kronthl.	2 $\frac{7}{10}$	1 Kronthl.
9) 27	10	9) 27	10
3	4	3	4
2) 2	5	2) 2	5
	50 Kronthl.		50 Kronthl.

Die Namen der linken Glieder können doch nicht allemal wohl weggelassen werden. Z. B. Jemand verkaufte 48 Eimer Wein, und bezahlte dafür 42 fl. 40 kr. Accis (Ungeld, oder Aufschlag); wie theuer gab er den Eimer weg, wenn von jedem Gulden Erlös 2 kr. Accis gerechnet wurden?

fl. ?	1 Eimer
	2
12) Eim. 48	42 $\frac{2}{3}$ fl. Accis
fl. 1	60 kr. (12
2) Accis kr. 2	1 fl.
3	128 (4
4) 4	5
	32 (2
	16

3 | 80 | 26 fl. 40 kr.
3
6

20
3
18

$\frac{2}{3}$ = 40 fr.

Es hat einer 90 Max'or, und will dafür Dukaten zu 5 fl. 24 kr. einwechseln; wie viele Stücke muß er dafür bekommen?

Duk.?	90 Max'or (9
	1
Max'or 1	$7\frac{1}{3}$ fl.
	2
fl. $5\frac{2}{5}$	1 Dukaten
3	22
9) 27	5
3	10
9 | 1100	$122\frac{2}{9}$ Dukaten.
9	
20	
9	
18	
20	
9	
18	
$\frac{2}{9}$	

Jemand will gegen 8 ℔. Butter Eyer eintauschen. Wenn nun das ℔. Butter 26 kr. gilt, und man 5 Eyer um 1 Batzen giebt; wie viele Eyer müssen demnach für den Butter hergegeben werden?

Eyer?	8 ℔. (4
℔. 1	26 kr.
4) kr. 4	5 Eyer
	2
	260 Eyer

Ein Kaufmann aus Augsburg giebt seinem Faktor (Geschaftsträger) in Frankfurt am Mayn Befehl, daß er ihm für 960 Reichsthaler Waaren einkaufen soll. Wie groß wird in eben der Sorte des Faktors Lohn seyn, da ihm der Kaufmann von jedem Reichsthaler $1\frac{1}{2}$ kr. zugesichert hat?

Rthlr. Lohn?	960 Rthlr. (3
	1
Rthlr. 1	$1\frac{1}{2}$ kr. Lohn
3) kr. 90	1 Rthlr.
2) 2	3
3	32 (2
	16
	16 Rthlr.

Christian hinterläßt eine Frau und 3 Kinder und dazu ein Vermögen von 978 fl. 50 kr. Seine Frau hat ihm 352 fl. 30 kr. zugebracht, welche sie auch wieder voraus haben soll; vom Übrigen aber bekömmt sie noch einen Kindstheil; was gebührt einem jeden insbesondere?

	fl.	kr.
Vermögen	978	50
zugebracht	352	30
	626	20

fl. ? | 1 Person

Personen 4 | $626\frac{1}{3}$ fl.

3 | 1879

12 | 1879 | 156 fl. 35 kr.

12

67

12

60

79

12

72

$\frac{7}{12}$ = 35 kr.

	fl.	kr.
Jede Person erhält	156	35
Das Zugebrachte	352	30
Die Mutter bekömmt	509	5
Das erste Kind	156	35
Das zweyte Kind	156	35
Das dritte Kind	156	35
Das ganze Vermögen	978	50

Es ist mir einer 275 fl. nach 2 Jahren zu bezahlen schuldig; weil er aber unvermuthet Geld bekömmt, so will er nichts schuldig seyn, sondern mir baare Zahlung leisten, jedoch mit Abzug 5 pro cento. Wie viel baare fl. muß er mir geben? Ich frage also: Wie viel fl. baar machen 275 fl., welche über 2 Jahre verfällig sind; wenn 110 über 2 Jahr verfällige Gulden so viel als 100 fl. baar werth sind?

Baar fl.?	275 fl. über 2 Jahr verfällig
über 2 Jahr fl. 110	100 fl. baar
verfällig	25
	250 fl. baar.

Er darf mir also anstatt 275 fl., die er mir über 2 Jahre bezahlen müßte, jetzt nur 250 fl. geben, weil, wenn ich solche den Augenblick wieder mit 5 pro cento ausleihe, ich in 2 Jahren 25 fl. Zins bekomme, und also an Kapital und Zins so viel habe, als meine ganze Forderung ausmacht.

Ein Dorf bezahlt jährlich 350 fl. ordinäre Steuer. Es wird aber eine Umlage von 210 fl. gemacht, und zwar nach dem Verhältnisse der ordinären Steuer; was muß demnach derjenige tragen, der sonst 12 fl. 30 kr. ordinäre Steuer bezahlt?

Umlag fl.?	$12\frac{1}{2}$ fl. ord. Steuer	
7) ord. Steuer fl. 350	210 fl. Umlage (7	
2	25 (5	
5) 5	3	
	5	
2	15	$7\frac{1}{2}$ fl. Umlag.
	2	
	14	
	$\frac{1}{2}$	

Wenn in Wien 4 Ellen 2 fl. 24 kr. Kaisergeld kosten; wie hoch kömmt 1 Elle in München? Um diese Frage aufzulösen, muß man das Verhältniß der Münchener-Elle zu der Wiener-Elle, und das Verhältniß des Kaisergeldes zu dem baierischen Gelde wis-

sen, als: 12 fl. baierisches Geld machen 10 fl. Kaiser-geld, und 10 Münchener-Ellen geben $9\frac{17}{20}$ Wiener-Ellen.

Baierische kr.?	1 Münchener-Elle
	$9\frac{17}{20}$ Wiener-Ellen
2) Münchener-Ellen 10	
	$2\frac{2}{5}$ fl. Kaisergeld
4) Wiener-Ellen 4	
	12 fl. baierisch (4
2) Kaisergeld fl. 10	60 kr. (2
fl. 1	197
2) 20	12 (2
5	3
5	3
5	6 (2
	3
25 |	591
5 |	3
125 |	1773
	3
	5319 | $42\frac{69}{125}$ kr. baierisch.
	125 |
	500 |
	319
	125
	250
	$\frac{69}{125}$

Ein Weinwirth von München kauft in Österreich 74 Eimer Wein, den Eimer zu 5 fl 12 kr. Kaiser-geld; wie hoch kömmt die baierische Maß nach baieri-

schem Gelde, da 52 baierische Maß einen Österreicher-Eimer machen?

Baierisch kr.?		1 baierische Maß
2) baierische Maß	52	1 Österreicher-Eimer
Österreicher-Eimer	1	$\frac{52}{5}$ fl. Kaisergeld
Kaisergeld fl.	10	12 fl. baierisch
fl.	1	60 kr. (2
	5	26
	26	3
	5	36 — 7 kr. $1\frac{3}{5}$ hl.
		5
		35

$\frac{1}{5}$ kr. = $1\frac{3}{5}$ hl.

Wie viele Gulden rheinisch machen in München 100 fl. Wiener-Einlösungsscheine, da laut des Wiener-Cours-Zettels vom 2ten März 1814 der Wiener-Cours auf Augsburg uso $211\frac{1}{2}$ fl. stand, das heißt, $211\frac{1}{2}$ fl. Einlösungsscheine galten 100 fl. Courant zu Augsburg, und 100 fl. Augsburger Courant machen 120 fl. rheinisch zu München?

Rheinisch fl.?		100 fl. Einlösungsscheine
Einlösungsscheine fl.	$211\frac{1}{2}$	100 fl. Aug. Courant
Aug. Courant fl.	100	120 fl. rheinisch (3
3)	423	2
	141	40
141	8000	56 fl.
	141	
	705	

950
141
846
104
60
6240 | $44\frac{12}{47}$ kr.
141
564
600
141
564
$\frac{36}{141} = \frac{12}{47}$.

Jemand reiset aus Baiern nach Österreich, und nimmt 400 fl. in rheinischer Währung mit sich; wie viel beträgt dieß nach obigem Course in Einlösungsscheinen?

Einlösungsscheine fl.?	400 fl. rheinisch (4
4) rheinisch fl. 120	100 fl. Aug. Courant
	$211\frac{1}{2}$ fl. Einlösungsscheine
Aug. Courant fl. 100	423 (3
2) 2	10 (2
3) 3	141
	5
	705 fl. Einlösungsscheine.

XX. Wenn bey dem Einkaufe irgend einer Waare auch noch Fuhrlohn, Mauth, Brückenzoll, Weggeld, Thorgeld, Trinkgeld u. dgl. zu bezahlen sind; so müssen diese gemachten Auslagen, so wie der Gewinn, den man beym Ganzen haben will, zu der Einkaufs-

Summe addirt werden, wenn man den ganzen Werth oder einen Theil desselben bestimmen will. Z. B.

Ein Metzger kauft 50 Kälber. Eines in das andere gerechnet wiegt 50 ℔., und kostet $7\frac{1}{2}$ fl. Für jedes der gekauften Kälber bezahlt er a) 3 kr. Trinkgeld, b) 17 kr. Fuhrlohn, c) 1 kr. 2 pf. Mauth, d) 10 kr. Aufschlag, e) 2 kr. Thorgeld, f) $\frac{1}{2}$ kr. Brückenzoll. Wie hoch kömmt das Pfund; wenn er beym Ganzen überhaupt 34 fl. 10 kr. gewinnen will?

	fl.	kr.
Für jedes der 50 Kälber $7\frac{1}{2}$ fl., macht	375	—
Für jedes 3 kr. Trinkgeld . .	2	30
Für jedes 17 kr. Fuhrlohn . .	14	10
Für jedes 1 kr. 2 pf. Mauth . .	1	15
Für jedes 10 kr. Aufschlag . .	8	20
Für jedes 2 kr. Thorgeld . . .	1	40
Für jedes $\frac{1}{2}$ kr. Brückenzoll . .	—	25
Gewinnen will er im Ganzen . .	34	10

Der Werth des Ganzen nebst Gewinn ist 437 fl. 30 kr.

kr.?	1 ℔. Kalbfleisch
5) ℔. 50	1 Kalb
	$\frac{1}{2}$
5) Kälber 50	$437\frac{1}{2}$ fl.
fl. 1	60 kr. (2
2) 2	875 (5
5) 10	175 (5
2	35 (5
	7
	3
2 | 21	$10\frac{1}{2}$ kr.
2	
2	
	$\frac{1}{2}$

XXI. Hat jemand durch einen Unfall an dem Eingekauften Schaden gelitten; so muß dasselbe zuvor von dem Einkaufe abgezogen werden, um die ganze Masse, oder jeden einzelnen Theil zu bestimmen. Z. B.

Ein Weinhändler kauft 60 Eimer Wein, welcher ihm mit den Transportkosten, Mauth, Aufschlag, Weggeld, Brückenzoll, Trinkgeld und Reisekosten auf 1336 fl. 41 kr. kam. Bey der Überlieferung bricht ihm ein Faß, und es verlaufen sich 1 Eimer und 53 Maß. Wie theuer kömmt ihm jetzt die Maß?

Das Ganze	60 Eimer	— Maß
Verlust	1	53
Rest	58 Eimer	7 Maß.

kr. ?	1 Maß
Maß 60	1 Eimer
Eimer $58\frac{7}{60}$	$1336\frac{41}{60}$ fl.
fl. 1	60 kr.
3487	80201

3487	80201	23 kr.
	3487	
	6974	
	10461	
	3487	
	10461	

Ein Kupferschmied macht einem Bräuer eine Pfanne, welche 10 Zentner 54 ℔. wiegt; er nimmt aber die alte entgegen, welche 8 Zentner 36 ℔. hat, und behält selbe für 4 Zentner 18 ℔. neues Kupfer, den

Überrest muß der Bräuer noch jedes Pfund zu 1 fl. 15 kr. bezahlen. Was ist der Bräuer noch schuldig?

Zentner	Pfund
10	54
4	18
Rest 6	36

fl. ?	636 lb.
	1
lb. 1	$1\frac{1}{4}$ fl.
4) 4	5
	159

795 fl. ist der Bräuer noch schuldig.

XXII. Bey Gewinn- und Verlustrechnungen muß der Einkauf, so wie der Verkauf besonders berechnet, und am Ende nach Umständen entweder der Einkauf vom Verkaufe, oder der Verkauf vom Einkaufe abgezogen werden: im ersten Falle zeigt der Rest den Gewinn, im zweyten aber den Verlust an. Z. B.

Jemand kaufte 3 Stück Leinwand von gleicher Güte, jedes Stück zu 30 Ellen, und bezahlte allemal für 3 Ellen $2\frac{2}{3}$ fl. Nach der Hand verkaufte er diese Leinwand wieder, so, daß jederzeit 4 Ellen auf $3\frac{2}{3}$ fl. zu stehen kamen. Nun fragt sich: Was kostet ihn die ganze Leinwand? Wie viel löfete er daraus? Und was hat er bey dem Ganzen gewonnen?

Der Einkauf			Der Verkauf		
fl. ?	90 Ellen (5		fl. ?	90 Ellen (3	
	2			2	
3) Ellen 3	2/3 fl.		2) Ellen 4	3/3 fl.	
5) 5	12		3) 3	11	
	18 (3		2	30 (2	
	6			15	
			2	15	
				15	
				165	82 fl. 30 kr.
				2	Verkauf.
				16	
				5	
				2	
				4	
				1/2	= 30 kr.
macht	72 fl. Einkauf.				

Verkaufs-Summe	82	fl. 30	kr.
Einkaufs-Summe	72	= —	=
Gewinn . . .	10	fl. 30	kr.

Ein Weinwirth kaufte dreyerley Weine: 1) 7 Eimer 36 Maß, den Eimer zu 17 fl. 45 kr.; 2) 9 Eimer 50 Maß, den Eimer zu 23 fl. 30 kr., und 3) 5 Eimer 40 Maß, den Eimer zu 15 fl. 15 kr. Für Fracht, Aufschlag und andere Ausgaben bezahlte er 83 fl. 18 kr. Diese drey Gattungen Weine schüttet er nun zusammen, und will bey dem Ganzen 8 Karolin gewinnen; wie hoch wird nun die gemischte Maß zu stehen kommen?

Um den Werth des Ganzen zu finden, muß man zuerst die verschiedenen Wein-Mengen nach den ver-

schiedenen Preisen berechnen, und dann die gefundenen Ankaufs-Preise mit den übrigen Auslagen zusammen in eine Summe bringen, als:

Erste Gattung.

fl. ? | 7 3/5 Eimer

Eimer 1 | 17 3/4 fl.

5 | 38
2) 4 | 71
2 | 19
10 | 639
| 71
134 | 9 | 134 fl. 54 kr. Preis.

Zweyte Gattung.

fl. ? | 9 5/6 Eimer

Eimer 1 | 23 1/2 fl.

6 | 59
2 | 47
12 | 413
| 236
2773 | 231 fl. 5 kr.
12 | Preis.
24 |
37
12
36
13
12
1/12 fl. = 5 kr.

Dritte Gattung.

fl. ? | 5 2/3 Eimer

Eimer 1 | 15 1/4 fl.

3 | 17
4 | 61
12 | 17
| 102

1037 | 86 fl. 25 kr. Preis.
12
96

77
12

72

$\frac{5}{12}$ fl. = 25 kr.

Diese drey Ankaufspreise, dann die Auslagen für Fracht, Aufschlag ꝛc., wie auch der vorgesetzte Gewinn müssen nun zusammen in eine Summe gebracht werden. Das Nämliche muß auch mit den verschiedenen Wein-Mengen geschehen, als:

Eimer	Maß		fl.	kr.
7	36	=	134	54
9	50	=	231	5
5	40	=	86	25
Für Fracht, Aufschlag ꝛc.			83	18
Der vorgesetzte Gewinn			88	—
23 Eimer	6 Maß	=	623 fl.	42 kr.

kr. ? | 1 Maß
Maß 60 | 1 Eimer
1 | 7
Eimer 23 10 | 623 10 fl.
fl. 1 | 60 kr.
231 | 6237

231 | 6237 | 27 kr. kostet die Maß.
231
462

1617
231
1617

—

Ein Käshändler kaufte 2 Zentner 75 ℔. Käs um 91 fl. 40 kr. Nach kurzer Zeit fand er einen Liebhaber, der ihm den ganzen Kas wieder abnahm, und ihm für jedes Pfund 23 kr. gab. Wie viel hatte der Käshändler gewinnen können; wenn er 100 fl. zu diesem Handel verwendet hätte?

Hier sagt man: Wie viele fl. Verkauf hätte man bey 100 fl. Einkauf bekommen; da man für $91\frac{2}{3}$ fl. Einkauf $2\frac{3}{4}$ Zentner erhält, 1 Zentner aus 100 ℔. besteht, 1 ℔. aber um 23 kr. Verkauf wieder hergiebt, und 60 kr. = 1 fl. sind?

Verkauf fl.?	100 fl. Einkauf (2
2	3
Einkauf fl. $91\frac{2}{3}$	$2\frac{3}{4}$ Zentner
Zentner 1	100 ℔. (25
℔. 1	23 kr. Verkauf
— 3) kr. 60	1 fl.
11) 275	3 (3
4	11 (11
25) 25	4
2) 2	5
	115 fl. Verkauf.

115 fl. Verkauf
100 fl. Einkauf

15 fl. hätte er an 100 fl. gewinen können.

Ein Kaufmann erhält 3 Zentner 60 ℔. Kaffee, wofür er 192 Reichsthaler bezahlte. Diesen verkauft er wieder einzeln, und giebt jedes Pfund für 1 fl. 15 kr. Nun fragt sich, wie viel Prozente hat er gewonnen?

Verkauf fl.?	100 fl. Einkauf (4
3) fl. 3	2 Rthlr. (2
6) Einkauf Rthl. 192	300 Pfd. Kaffee (6
Pfd. 1	$1\frac{1}{4}$ fl. Verkauf

4) 4 | 5
4) 32 | 60 (4
2) 8 | 15 (3
4 | 25
5

4 | 125
5

625 | 156 fl.
4

22
4
20

25
4
24

$\frac{1}{4}$ fl. = 15 kr.

Verkaufs-Summe 156 fl. 15 kr.
Einkaufs-Summe 100 = — =

Prozent 56 fl. 15 kr.

Aus 110 fl. Einkauf (oder Auslage) lösete der Kaufmann $156\frac{1}{4}$ fl.; folglich hat er $56\frac{1}{4}$ Prozent genommen.

Will man nun wissen, wie viel dessen Gewinn von 192 Reichsthalern gewesen; so fragt man:

Gewinn fl.?	192 Rthlr. Einkauf (4
2) Reichsthaler 2	3 fl.
	1
5) Einkauf fl. 100	50 — fl. Gewinn
	4
4) 4	225 (5
5) 20	45 (5
4) 4	9
	48 (4
	12 (2
	6
	54
	3
	162 fl. Gewinn.

Ein Kaufmann bezahlte für 1 Zentner Waare 75 fl.; wie theuer muß er das Pfund geben, wenn er 20 Prozent gewinnen will?

Da er beym Verkaufe seine 100 ausgelegten Gulden und noch 20 darüber haben will; so müssen diese zu jenen addirt, und also verfahren werden:

100 fl. Einkauf
20 fl. Gewinn

120 fl. Verkauf.

Verkauf kr.?	1 ℔.
25) ℔. 100	75 fl. Einkauf (25
Einkauf fl. 100	120 fl. Verkauf (4
fl. 1	60 kr.
4) 4	3
	3
	54 kr.

Jemand kaufte 1 Zentner Waare um 60 fl., und gewann beym Verkaufe an jedem 100 fl., die er einnahm, 20 fl.; wie theuer mag er ein Pfund weggegeben haben?

Da schon bey 100 fl. Einnahme allemal 20 fl. reiner Gewinn sind; so ist dieß keine Prozentrechnung vom gewöhnlichen Schlage; denn man muß hier die 20 fl. von 100 fl. abziehen, und dann zeigt sichs, daß bey 80 fl. Auslage 20 fl. Gewinn sind.

Verkauf kr.?	1 ℔.
℔. 100	60 fl. Einkauf (2
4) Einkauf fl. 80	100 fl. Verkauf
fl. 1	60 kr. (4
2) 2	15
	3
	45 kr.

XXIII. Sind einige Waaren in etwas verderben, oder sonst von schlechterer Gattung, so, daß sie von der ächten Waare abgesondert, und um einen geringeren Preis hingegeben werden müssen; so muß man die eine Gattung von der andern abziehen, und jede besonders berechnen: die Summe beyder giebt die verlangte Antwort. Z. B.

Jemand kauft 360 ℔. Flachs, worunter sich 72 ℔. von kürzerer Gattung befinden, und daher von dem schöneren langen abgesondert werden muß. Von dem langen gilt das Pfund 36 kr.; vom kürzern aber sollen 6 ℔. so viel gelten, als $4\frac{1}{2}$ ℔. vom langen. Was ist demnach der Werth?

Man ziehe zuerst die 72 ℔. des kurzen Flachses von 360 ℔. ab, als:

Im Ganzen 360 ℔. Flachs,
kurzer Flachs 72 ℔.; also

langer Flachs 288 ℔.

Berechnung des langen Flachses.

fl.?	288	℔. langer Flachs
lang. ℔. 1	36	kr. (12
12) kr. 60	1	fl.
5	3	
5	864	172 fl.
	5	
	36	
	5	
	35	
	14	
	5	
	10	
	$\frac{4}{5}$ fl. = 48 kr.	

Berechnung des kurzen Flachses.

fl.?	72	℔. kurzer (6—
	1	
6) kurzer ℔. 6	4—	℔. langen
	2	
langer ℔. 1	36	kr. (12
12) kr. 60	1	fl.
2) 2	9	
5	3	
	12	(2
	6	
5	27	
	6	
	162	

162 | 32 fl.
5 |
15 |
12
5
10
$\frac{2}{5}$ fl. = 24 kr.

Der Betrag des langen Flachses ist 172 fl. 48 kr.;
der Betrag des kurzen Flachses ist 32 fl. 24 kr.; und

der Werth des ganzen Flachses ist 205 fl. 12 kr.

XXIV. Wenn man wissen will, wie viel ein ausgeliehenes Kapital Zins trage; so kann man den Zins aus dem Kapitale allein nicht bestimmen, sondern man muß auch zugleich die Zeit, wie lange das Kapital ausgeliehen wurde, mit zu Hülfe nehmen; denn ein Kapital ohne Zeit trägt eben so wenig einen Zins, so wenig eine Zeit ohne Kapital einen Zins trägt; daher muß man **das Kapital und die Ausleihzeit** als zusammenwirkende Ursachen **auf Einer Seite** unter einander schreiben; denn je größer bey der nämlichen Zeit das Kapital ist, desto größer werden auch die Zinse seyn, und je größer bey dem nämlichen Kapitale die Zeit ist, desto mehr Zinse wird es auch abwerfen. Es sind also Kapital und Zeit die zwey Ursachen, die mit einander den Zins oder die Wirkung hervorbringen. Einige Beyspiele hierüber werden das Ganze mehr aufklären, als:

Wie viel Zins (oder Interesse) tragen 720 fl. Kapital in 3 Jahren und 4 Monaten; wenn 100 fl. Kapital in Einem Jahre 5 fl. Zins abwerfen?

Große Wirkung.	Zins fl.?	720 fl. Kap. / 40 Mon.	12) Große Ursache
Kleine Ursache. 12)	Kap. fl. 100 / Mon. 12	5 fl. Zins.	Kleine Wirkung.

6

30

4

120 fl. Zins.

Dieses Beyspiel hier ist eigentlich eine Aufgabe der oben erwähnten Regel von Fünfen; weil zu den gegebenen 5 Gliedern das sechste unbekannte gesucht werden muß. Nach der regelmäßigen Stellung der Glieder sieht es in der Proportion also aus:

100 fl. Kap. : 720 fl. Kap. = 5 fl. Zins : G* Zins
12 Mon. : 40 Mon. = G* Zins : G Zins

$$12 \times 100 : 40 \times 720 = 5 : G$$

$$G = \frac{5 \times 40 \times 720}{12 \times 100} = \frac{144000}{1200} = 120 \text{ fl. Zins.}$$

Nach der Regel von Fünfen aber kömmt die Aufgabe auf folgende Weise zu stehen, woraus man zugleich abnehmen kann, daß jedes zusammengesetzte Beyspiel im Grunde nur eine Regel Detri sey; weil man nach dem S. 308 angeführten Lehrsatze immer mehrere unter einander stehende Glieder zusammenziehen, und drey Hauptglieder daraus bilden kann, als:

100 fl. Kap.	geben	wie viel 720 fl. Kap.
in 12 Mon.	5 fl. Zins	in 40 Mon.

1200 5 28800

5

1440 | 00 | 120 fl. Zins
12 | 00 |

24

12

24

—

Diese zusammengesetzte Aufgabe, die aus zwey Proportionen besteht, und zwey Fragezahlen enthält, nämlich 720 fl. Kapital und die 40 Monate, läßt sich in zwey Regel=Detri=Ansätze auflösen und berechnen; denn 1) kann man fragen: Wenn 100 fl. Kapital in einem Jahre 5 fl. Zins tragen; wie viel Zins geben in der nämlichen Zeit 720 fl. Kapital? also:

Kapital	Zins	Kapital?
100 fl.	5 fl.	720 fl.

5

36 | 00 | 36 fl.* Zins.
1 | 00 |

Jetzt wissen wir, daß 720 fl. Kapital in einem Jahre 36 fl. Zins tragen; wir möchten aber 2) auch noch wissen, wie viel Zins auf 3 Jahre und 4 Monate trifft; daher denn die zweyte Frage: Wenn man in 12 Monaten 36 fl. Zins bekömmt: wie viel erhält man in 40 Monaten? also:

Monate	Zins	Monate?
12	36 fl.*	40

40

1440 | 120 fl. Zins.
12

24
12
24

—

In diesen zwey Regel = Detri = Ansätzen wurde zuerst der Zins von dem Kapitale, und dann erst von der Zeit gesucht; es ist aber im Grunde einerley, welche Frage man zuerst aufwirft, wenn man nur nicht die unrechten Glieder zusammenstellt. Man kann auch zuerst fragen: Wenn 12 Monate 5 fl. Zins geben; wie viel trifft in 40 Monaten? Die Berechnung giebt $16\frac{2}{3}$ fl. zur Antwort. Nun kann man fragen: Wenn 100 fl. Kapital $16\frac{2}{3}$ fl. Zins geben; wie viel geben 720 fl. Kapital? und die gesuchte Antwort ist 120 fl. Zins. Man wird hier bemerken, daß die erste Antwortzahl allemal das zweyte Glied des folgenden Ansatzes wird.

So wie dieses zusammengesetzte Beyspiel sich in zwey Regel = Detri = Ansätze auflösen, und die Antwort sich richtig finden ließ: eben so kann man auch jedes andere Beyspiel in so viele Regel = Detri = Ansätze zerfällen, als Fragezahlen vorhanden sind. Was aber auf diese Art durch mehrere Ansätze geschieht, das wird, wie schon gesagt, bey der Kettenregel durch einen einzigen Ansatz erreicht. Nun noch einige Beyspiele, die im gemeinen Leben öfter vorkommen:

Wie viel Zins tragen 1600 fl. Kapital in 6 Jahren; wenn 100 fl. Kapital in 1 Jahre 4 fl. Zins abwerfen?

Wirkung. Zins fl.? | 1600 fl. Kap. / 6 Jahren } Ursache.

Ursache. { Kap. fl. 100 / Jahr 1 | 4 fl. Zins. Wirkung.

96
4

384 fl. Zins. Wirkung.

Wie viel Zins forderte man vom Hundert, da 1600 fl. Kapital in 6 Jahren 384 fl. Zins eintragen?

Wirkung. Zins fl.? | 100 fl. Kap. / 1 Jahr } Ursache.

16) { Kap. fl. 1600 / Ursache. / 6) { Jahren 6 | 384 fl. Zins. Wirkung. (6
64 (16
4

4 fl. Zins.

Wie lange muß das Kapital von 1600 fl. zu 4 pro Cento liegen bleiben, um damit 384 fl. Zins zu erhalten?

{ Jahre? | 384 fl. Zins. (16

16) { Kap. fl. 1600 |

100 fl. Kap. }

4) Zins fl. 4 | 1 Jahr }

24 (4
6

6 Jahre lang.

Wie groß muß das Kapital seyn, damit es in 6 Jahren 384 fl. Zins trage; wenn 100 fl. Kapital in Einem Jahre 4 fl. Zins bringen?

6) { Kap. fl.?
   Jahren 6
4) Zins fl. 4

384 fl. Zins (6
100 fl. Kap. } 1 Jahr
64 (4
16

16
100

1600 fl. Kapital.

Man sieht in vorstehenden Beyspielen, daß **Kapital** und **Zeit** als Ursache immer auf Einer Seite beysammen stehen; es kommen aber manchmal zum **Kapital'** und **Zeit** auch noch **Prozente**, als wie in folgender Aufgabe:

Wie viel Zins trägt das Kapital von 7200 fl. in 9 Jahren zu 5 Prozent; da ein Kapital von 5100 fl. zu 4 Prozent in 3 Jahren 612 fl. trägt?

Zins fl.?

3) { Kap. fl. 5100
   Jahren 3
4) { Prozent 4

7200 fl. Kap. } 9 Jahren } 5 Prozent

612 fl. Zins (3
204 (4
51

72
9

648
5

3240 fl. Zins.

Den 13ten July 1813 lieh Gottlieb Peteru 1500 fl. zu 5 Prozent und mit der Bedingung, daß er ihm solche bis auf den 17. Hornung des folgenden Jahres wieder zurück bezahlen müsse. Wie viel empfängt demnach Gottlieb am Zinse?

Um genau zu seyn, wollen wir hier die Monate nach der Anzahl ihrer Tage ansetzen, sie zusammenzählen, und dann darnach den Zins bestimmen. Da vom July schon 13 Tage ganz verflossen sind; so bleiben nur noch mehr 18 Tage, also:

July	=	18 Tage
August	=	31 —
September	=	30 —
Oktober	=	31 —
November	=	30 —
Dezember	=	31 —
Jäner	=	31 —
Hornung	=	17 —
Summe		219 Tage.

Zins fl.? | 1500 fl. Kap. } 219 Tagen } (73

5) { Kap. fl. 100 / Tagen 365 / 73) 73 | 5 fl. Zins (5 / 3

45 fl. Zins.

Jemand leiht seinem Nachbar 4000 fl. Kapital zu 5 Prozent. Der Nachbar will aber alle Jahre auch den verfallenen Zins behalten, und ihn wie das Kapital verzinsen. Was wird er nach 4 Jahren an Zins aus Zins schuldig seyn?

Man sucht zuerst den Zins für das erste Jahr. Hat man diesen richtig berechnet; so addirt man ihn zum Kapitale, und sucht sodann den Zins für das zweyte Jahr. Hat man auch diesen gefunden, so bringt man ihn und das Kapital wiederum zusammen in eine Summe, und sucht das dritte Jahr u. s. w. Am Ende werden sämmtliche Jahreszinse addirt; die Summe giebt die verlangte Antwort, als:

Fürs erste Jahr.

Zins fl.? | 4000 fl. K.
K. fl. 100 | 5 fl. Z.

Antw. 200 fl. Zins.
+ 4000 fl. Kap.
4200 fl.

Fürs zweyte Jahr.

Zins fl.? | 4200 fl. K.
K. fl. 100 | 5 fl. Z.

Antw. 210 fl. Z.
+ 4200 fl. K.
4410 fl.

Fürs dritte Jahr.

Zins fl.? | 4410 fl. K.
5) K. fl. 100 | 5 fl. Z. (5
2

2 | 441 | 220 $\frac{1}{2}$ fl. Z.
2 4410 fl. K.

4 | 4630 $\frac{1}{2}$ fl.
4
2
4
$\frac{1}{2}$

Fürs vierte Jahr.

Zins fl.? | 4630 $\frac{1}{2}$ fl. K.
5) K. fl. 100 | 5 fl. Z. (5
2 | 9261

40 | 926 | 1 | 231 $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{0}$
4 | 0 | fl. Z.
8
12
4
12
6
4
$\frac{2}{4}$ $\frac{1}{0}$ Rest.

Im 1sten Jahre 200 fl. Zins. 40
Im 2ten Jahre 210 = — $\frac{1}{2}$ | 20
Im 3ten Jahre $220\frac{1}{2}$ = — $\frac{2}{4}\frac{1}{0}$ | 21
Im 4ten Jahre $231\frac{2}{4}\frac{1}{0}$ = — $\frac{4}{4}\frac{1}{0} = 1\frac{1}{4}\frac{1}{0}$.
+ 1.

Summe $862\frac{1}{4}\frac{1}{0}$ fl. Zins aus Zins.

Setzt man aber 100 fl. Kapital gegen 100 fl. Kapital sammt dem Zinse so oft, als Jahre vorkommen; so bringt ein einziger Ansatz das Kapital sammt Zins aus Zins. Zieht man hernach jenes davon ab; so bleibt das Verlangte übrig. Z. B.

Kap. u. Z. fl.?	4000 fl. Kap.
K. fl. 100	105 fl. Kap. u. Z. (5
5) K. fl. 100	105 fl. Kap. u. Z. (5
5) K. fl. 100	105 fl. Kap. u. Z. (5
5) K. fl. 100	105 fl. Kap. u. Z.
2	21
5) 20	21
20	21
4	21
40	21
	42
	441
	21
	441
	882
	9261
	21
	9261

9261
18522

19448	1	4862$\frac{1}{40}$ fl. Kap. u. Zins.
4	0	−4000 fl. Kap.
16		862$\frac{1}{40}$ fl. Zins aus Zins.

34
4
32
24
4
24
8
4
8
—

Ein guter Freund lieh einem andern 720 fl. 11 Monate ohne Zins; wie viel muß dieser jenem bey einer andern Gelegenheit auf 8 Monate leihen, damit die eine Gefälligkeit der andern gleich sey?

Diese Aufgabe gehört zur verkehrten Regel; denn je **mehr** ich meinem Freunde leihe, in desto **kürzerer** Zeit hebt sich der Dienst auf; und je **weniger** ich ihm leihe, desto **länger** muß ich es ihm lassen. Da beyderseits kein Zins gerechnet wird; so wollen wir anstatt dessen 1 **Dienst** setzen, als:

8) { fl.? / Mon. 8 | 1 Dienst

Dienst 1 | 720 fl. / 11 Mon. } (8
90
990 fl.

XXV. Wenn in Rechnungen die Rede von Personen ist, welche eine Arbeit verrichten, als zum Beyspiel ein Haus bauen, oder einen Graben auswerfen u. d. gl; so müssen die **Arbeiter** *) und die **Zeit**, welche sie zu ihrer Verrichtung brauchen, immer auf Einer Seite **als mit einander wirkende Ursachen** beysammen stehen; denn je mehr **Arbeiter** sind, und je **länger** sie arbeiten, desto mehr wird verrichtet, das ist, desto **größer** wird die **Wirkung** seyn. Z. B.

Wenn 9 Taglöhner in 16 Tagen 27 Klafter Holz arbeiten; wie viele Klaftern werden ihrer 8 in 12 Tagen zu Stande bringen?

Wirkung.	Klaftern?		8 Taglöhner 12 Tagen	8) 2)	Ursache
9)	Taglöhn. 9				
Ursache			27 Klafter	(9	Wirkung
8)	Tagen 16				
2)	2		3		
			6		
			18 Klafter.		

Wenn eine Gartenmauer von 2 Arbeitern in 24 Tagen aufgeführt wird; wie viele Arbeiter müßte man bestellen, wenn sie in 3 Tagen hergestellt werden sollte?

3)	Arbeiter? Tagen 3		1 Mauer	
	Mauer 1		2 Arbeiter 24 Tagen	(3
			8	
			16 Arbeiter.	

*) Unter den Arbeitern versteht man nicht bloß Menschen, sondern auch Pferde, Wägen, Schiffe, Pflüge und Maschinen, als zum Beyspiel Mühlen u. d. gl.

Wie lange werden 10 Arbeiter, um einen Graben auszuwerfen, zu thun haben; wenn 5 Arbeiter in 18 Tagen fertig werden?

	Tage?	1 Graben
5)	Arbeiter 10	
		18 Tagen } (2
	Graben 1	5 Arbeiter } (5
2)	2	9
		9 Tage.

Vier Schuhmachergesellen verfertigen in 6 Tagen 12 Paar Schuh; wie viel machen ihrer 16 in 9 Tagen?

	Paar?	16 Schuhmach. } (4
		9 Tagen }
4)	Schuhmach. 4	
6)	Tagen 6	12 Paar (6
		4
		2
		8
		9
		72 Paar.

Vier Schneider können in 6 Tagen 8 Mäntel fertig machen; wie viel braucht man Schneider, wenn sie in 12 Tagen 24 Mäntel machen sollen?

	Schneider?	24 Mäntel (12
12)	Tagen 12	
		4 Schneider } (4
4)	Mäntel 8	6 Tagen }
	2	2
		6 Schneider.

Wie viele Stunden des Tages müssen 10 Männer arbeiten, um in 10 Monaten, wenn sie jeden Monat 4 Wochen, und die Woche 6 Tage beschäftiget sind, eine Mauer aufzuführen; wenn eine andere gleiche Mauer von 20 Männern in 6 Monaten zu Stande gebracht worden, die auch jeden Monat 4 Wochen, die Woche aber nur 5 Tage, und den Tag 10 Stunden gearbeitet haben?

Stunden?		
Maurer 10		
Monaten 10	1 Mauer	
Wochen 4		
Tage 6		
	10 Stunden	
	20 Maurer	
Mauer 1	6 Monaten	
	4 Wochen	
	5 Tage	
	10 Stunden täglich.	

XXVI. Wenn Menschen, Vieh, Feuer und dergleichen etwas verzehren; so muß man zu dem, was etwas verzehret, auch die Zeit schreiben; denn je mehr Kostgeher sind, und je länger sie in die Kost gehen, desto mehr wird verzehrt. — Oder je mehr man Kerzen brennt, und je länger man sie brennen läßt, desto mehr Wachs oder Unschlitt wird auch erfordert. Es stehen demnach in solchen Rechnungen Verzehrer und Zeit als mit einander wirkende Ursachen unzertrennlich beysammen. Z. B.

Mit einem gewissen Habervorrathe können 20 Pferde $37\frac{1}{2}$ Wochen erhalten werden; wie lange könnte man 25 Pferde mit obigem Vorrathe erhalten?

	Wochen?	1 Vorrath	
25)	Pferde 25		
	Vorrath 1	20 Pferde	(2
		$37\frac{1}{2}$ Wochen	
2)	2	75	(25
		3	
		10	
		30 Wochen.	

Weil beym nämlichen Vorrathe mehr Pferde erhalten werden sollen; so ist es ganz natürlich, daß die 25 Pferde nicht so lange daran haben, als die 20 Pferde.

Wie viele Schäffel Haber brauchen 8 Pferde in 9 Monaten; wenn 4 Pferde in 3 Monaten 23 Schäffel brauchen?

	Schäffel?	8 Pferde	(4
		9 Monaten	(3
4)	Pferde 4		
3)	Monaten 3	23 Schäffel	
		2	
		3	
		23	
		2	
		46	
		3	
		138 Schäffel Haber.	

Wenn 20 gleich dick brennende Kerzen in 9 Stunden $10\frac{1}{8}$ ℔. Wachs verzehren; wie viel Wachs wird

zu Grunde gehen, wenn 8 solche Kerzen 5 Stunden fortbrennen?

	Wachs ℔.?	8 Kerzen }	
		5 Stunden }	(5
5)	Kerzen 20	$10\frac{1}{8}$	℔. Wachs
9)	Stunden 9		
	8	81	(9
	4	9	
	4	9	$2\frac{1}{4}$ ℔.
		4	
		3	
		$\frac{1}{4}$	

Wenn 840 Mann binnen 16 Tagen 124 Zentner Fleisch verzehren; wie lange werden 560 Mann mit 93 Zentnern auskommen?

	Tage?	93 Zentner (31	
8)	Mann 560	840 Mann }	(4
4)	Zentner 124	16 Tagen }	(8
	7) 7	2	
	31) 31	21	(7
		3	
		3	
		9	
		2	

18 Tage.

XXVII. Wenn man eine Fläche *), einen Graben, eine Mauer oder einen andern Körper berechnen soll, der eine gewisse Länge, Breite, Dicke, Höhe oder Tiefe hat; so muß man zu diesen Gegenständen jene Eigenschaften schreiben, die ein Gegenstand hat.

So gehören zum Beyspiel:

1) Zu einem Acker, Wiese oder andern Fläche allemal die **Länge** und **Breite.**

2) Zu einem Graben, Kanal, oder Braupfanne die **Länge, Breite** und **Tiefe.**

3) Zu einer Mauer, einem Holzstoße, oder einem Heustocke die **Länge, Breite** (Tiefe oder Dicke) und **Höhe.**

4) Zu einem Stück Tuch oder Leinwand die **Länge** und **Breite.**

5) Zu einem Getreidkasten die **Länge, Breite,** und wie **hoch** das Getreid aufgeschüttet wird.

Es ist ganz natürlich, daß die Eigenschaften zu ihrer Sache geschrieben werden müssen; denn je mehr und je größer die Mitursachen (nämlich die Eigenschaften) bey einer Sache sind, desto größer ist auch die Wirkung. Zum Beyspiel: Je **länger** und **breiter** eine Wiese ist, desto mehr muß auch dafür bezahlt werden, als wie in folgender Aufgabe:

Wie viel Steuer muß ein Bauer für eine Wiese geben, die 160 Ruthen lang und 60 breit ist; wenn man für eine Wiese von 20 Ruthen Länge und 10 Ruthen Breite einen baierischen Thaler Steuer bezahlen muß?

---

*) Zu den Flächen rechnet man Äcker, Wiesen, Gärten, Dächer, Pflaster, Holzgründe, Wände, Dielen, Stubenböden u. d. gl.

Wirkung.	Steuer fl.?
Ursache 2) Wiese	1
Ruth. lang	20
Ruth. breit	10

1 Wiese 160 Ruth. lang 60 Ruth. breit	Ursache (2
$2\frac{2}{5}$	fl. Steuer. Wirkung.
5 | 12	
3	
5 | 36	
16	
216	
36	
576 | 5	115 fl. 12 kr.
7	
5	
26	
5	
25	
$\frac{1}{5}$ fl. = 12 kr.	

Besteht die Wirkung aus mehreren Größen (Eigenschaften); so können sie von derselben eben so wenig getrennt werden, als die Bestimmungen der Ursache. Z. B.

Ein Kanal, der 120 Schuh lang, 30 Schuh breit und 8 tief ist, wird von 200 Personen in 18 Wochen fertig gemacht; wie viel braucht man Personen zu einem andern Kanal, der 3000 Schuh lang, 40

breit und 10 Schuh tief ist, wenn er in 24 Wochen hergestellt werden soll?

Hier gehören zu dem Kanal die Länge, Breite und Tiefe, und können daher von demselben eben so wenig getrennet werden, als sich Personen und Zeit von einander trennen lassen.

			1 Kanal	
	{ Personen?		3000 Schuh lang }	(8
8)	{Wochen 24		40 Schuh breit }	(8
			10 Schuh tief }	
	Kanal	1		
6)	Schuh lang	120	200 Personen }	
3)	Schuh breit	30	18 Wochen }	(3
8)	Schuh tief	8		
	3)	3	375	(3
			5	
		2	6	(6
			125	
			125	
			5	
			625	
			10	
			6250 Personen.	

Für die Mauer eines Thiergartens, der 880 Ruthen lang, 3 Schuh dick und 9 Schuh hoch war, wurden 3960 Thaler Arbeitslohn bezahlt; wie hoch kömmt eine Mauer, die nur 12 Schuh lang, 6 breit und 9 Schuh hoch ist?

Arbeitslohn. Thaler?

		1 Mauer	
		12 Schuh lang	
		6 Sch. breit od. dick	(3
		9 Schuh hoch	
	Mauer	1	
4)	Ruthen lang	880	3960 Thaler (4 Arbeit.
3)	Schuh dick	3	
	Schuh hoch	9	
	Schuh	12	1 Ruthe. Ergänzung.
	2)	22	99 (11
	11)	11	2 (2
			9

9 Thaler Arbeitslohn.

Da auf einer Seite eben die Namen vorkommen müssen, die auf der andern Seite stehen; in vorstehender Aufgabe aber links bey der Länge der Mauer Ruthen und rechts bey der Länge Schuhe stehen; und Ruthen und Schuhe nicht einerley Namen sind; so mußte ergänzt werden. Man setzte daher unten links 12 Schuh und rechts 1 Ruthe an.

Wenn man 30 Stück Leinwand, jedes 40 Ellen lang, und $1\frac{1}{2}$ Elle breit, gegen andere Stücke, die 60 Ellen lang, und 2 Ellen breit sind, vertauschen will; wie viele Stücke muß man von der letzten Gattung gegen jene erhalten?

	Stück Leinwand?	30 Stück Leinwand	(6
6)	Ellen lang 60	40 Ellen lang	(2
2)	Ellen breit 2	$\frac{3}{2}$ Ellen breit	
	2	5	
		2	

15 Stück.

Wie viele Ellen $\frac{3}{4}$ breiten Zeug muß man zum Unterfutter eines Kleides haben; wenn man von einem 2 Ellen breiten Tuche 5 Ellen zu einem Kleide braucht?

Ellen?
breit $\frac{3}{4}$ | 1 Kleid
Kleid 1 | 5 Ellen } 2 Ellen breit }
4

3 | 8
5

40 | $13\frac{1}{3}$ Ellen
3

10
3
9

1

Was kosten 35 Ellen $\frac{5}{4}$ breite Leinwand; wenn 1 Elle, die $\frac{7}{8}$ breit ist, 36 kr. kostet?

			35 Ellen	(7
		fl. ?	$\frac{5}{4}$ breit	
	Elle 1			
7)	breit $\frac{7}{8}$		30 kr.	(12
12)	kr. 60		1	fl.
(4	4		8	
	5		5	
			3	
			2	
			6	
			5	
			30 fl.	

Ein Getreidkasten, der 36 Schuh lang, und 20 breit ist, faßt 80 Schäffel Korn, wenn es 1 Schuh hoch gelegt werden darf. Wie hoch müssen auf einem andern Getreidkasten 120 Schäffel aufgeschüttet werden, der 48 Schuh lang und 30 breit ist?

	Zoll hoch?	
12)	Kasten 1	120 Schäffel (12
	Schuh lang 48	
	Schuh breit 30	
		1 Kasten
4)	Schäffel 80	36 Schuh lang (4
		20 Schuh breit
		1 Schuh hoch
	Schuh 1	12 Zoll. Ergänzung. (4
4)	4	9
	2	3
		9 Zoll hoch.

XXVII. Bey Brodsatzrechnungen gehören der **Getreidpreis** und das **Gewicht** des Brodes zusammen, so wie bey Biersatzrechnungen der **Getreidpreis** und das **Maaß** des Biers beysammen stehen müssen; denn beyde mit einander bestimmen den Werth des Brodes und des Bieres. Z. B.

Wenn das Schäffel Weizen auf 11 fl. kömmt, wiegt eine Kreuzersemmel 9 Loth und 1 Quintel; wie schwer muß sie seyn, wenn das Schäffel bis auf 33 fl. 55 kr. steigt?

33 fl. 55 kr.	11 fl.
60	60
2035 kr.	660 kr.

5) { Loth?
Preis kr. 2035

Kreuzersemmel 1

	4) 4	
407	132	(4
	33	
407	111	
	111	
	1221	3 Loth schwer.
	407	
	1221	

1 Kreuzersemmel

660 kr. Preis } (5
1
9 — Loth }
4

37

Wenn das Schäffel Korn 9 fl. gilt, soll ein Laib Brod für 7 kr. 2 pf. 3 ℔. und 3 Vierlinge wägen; wie schwer muß ein Laib für 12 kr. seyn, wenn das Schäffel Korn 11 fl. 24 kr. kostet?

11 fl. 24 kr.	9 fl.
60	60
684 kr.	540 kr.

6) { ℔? / Preis kr. 684 | 12 kr. Laib (6 / 540 kr. Preis } (3

Laib für kr. 1 1/2 | 3 3/4 ℔.

15 | 2 (2
2) 4 | 15
3) 11 | 2
2) 38 | 180 (2
2
19 | 90

19 | 90 | 4 ℔.
19
76

14 ℔.
32

28
42

448 Loth | 23 Loth
19
38

68
19
57

11 Loth
4

44 Quintel.

44 Quintel | $2\frac{6}{19}$ Quintel.
19
38
$\frac{6}{19}$

Da das Schäffel Gerste noch 9 fl. 20 kr. galt, kostete die Maß gutes Sommerbier 1 Groschen; wie hoch kömmt die Maß, wenn die Gerste bis 14 fl. steiget?

	kr.?	1 Maß }	
		14 fl. Preis }	(14
Maß	1		
Preis fl.	$9\frac{1}{3}$	3 kr.	
14)	28	3	
	2		
	2	9	$4\frac{1}{2}$ kr.
		2	
		8	
		1	

XXVIII. Bey Frachtrechnungen müssen die **Ladung** und die **Meilenweite** zusammen geschrieben werden; denn je mehr ich auf einen Wagen oder Schiff lade, und je weiter ich's fortbringen lasse, desto mehr Fuhrlohn habe ich zu entrichten: es bestimmen also die Weite des Weges und die Größe der Last mit einander das Fuhrlohn. Z. B.

Ein Bothe führt 36 Zentner Waaren 24 Meilen weit, und bekömmt von dem Zentner von jeder Meile $7\frac{1}{2}$ kr.; wie viel macht das Fuhrlohn?

Wirk. Fuhrlohn fl.?

Ursache { Meile 1 / Zentner 1

15) fr. 60
2) 2
4) 4

36 Zentner } Ursache
24 Meilen } (4

1
7/2 fr. Fuhrlohn. Wirk.

1 fl. Ergänzung.
15 (15
6 (2
3

108 fl. Fuhrlohn.

Ein Fuhrmann führt um eine gewisse Bezahlung 30 Zentner Waaren 16 Meilen weit; wie viele Zentner wird er um die nämliche Bezahlung 48 Meilen weit führen?

16) { Zentner? / Meilen 48

Bezahlung 1

3) 3

1 Bezahlung

30 Zentner } (3
16 Meilen } (16

10

10 Zentner.

Ein Kaufmann akkordirt mit einem Fuhrmanne, daß er ihm für 16 Zentner auf 9 Meilen 28 fl. Fuhrlohn geben wolle; nun legt er aber 8 Zentner mehr auf, und läßt die Waare 14 Meilen weit führen, wie viel beträgt das Fuhrlohn?

Fuhrlohn fl.?

8)	Zentner	16	24 Zentner	(8
3)	Meilen	9	14 Meilen	(2
	2)	2	28 fl. Fuhrlohn.	
		3	3	(3
			7	

3 | 196 | 65 fl.
3
18
16
3
15
1
60
60 kr. | 20 kr.
3
6
0
3
0

Zu einer Mauer, welche 200 Fuß lang, 15 hoch und 3 dick war, brauchte man, um die Ziegel herzuliefern, mit 5 Wägen 63 Tage, weil der Ziegelofen 3 Stunden weit entfernt war, und man wegen schlechter Strasse nicht mehr, als 180 Ziegel aufladen konnte. Nun sollte in einer Entfernung von einer Stunde eine andere Mauer aufgeführt werden, von 160 Schuh Länge, 12 Schuh Höhe und $2\frac{1}{2}$ Schuh Dicke; wie

lange werden 3 Wägen zu thun haben, wenn auf jeden Wagen 224 Ziegel geladen werden können?

		Tage?	1 Mauer	
3)	Wägen	3	100 Schuh lang	(16
16)	Steine	224	12 Schuh hoch	(3
			1	
			$2\frac{1}{2}$ Schuh dick	
			1 Stund Entf.	
	Mauer	1		
2)	Schuh lang	200	63 Tage	(7
5)	Schuh hoch	15	5 Wägen	(5
3)	Schuh dick	3	180 Steine	(3
	St. Entfern.	3		
		2	5	
7)		14	9	(3
2)		2	4	(2
3)		3	3	
			2	
		0	6	(2
			3	
			15 Tage.	

Probe der Kettenrechnung.

Die zuverläßigste Probe ist, wenn man die Aufgabe umkehrt, so, daß die vorhin gesuchte und **gefundene Antwort** nun als eine gegebene Zahl betrachtet, und dagegen jene **gegebene Zahl**, die mit der gefundenen eine **Gleichheit** oder **Ähnlichkeit** hat, nunmehr als **Frage** angeschrieben, und nach den obigen Regeln bearbeitet werde. Z. B. Wenn 8 Maß Bier auf 26 kr. kommen; was gelten 18 Eimer?

	fl. ?	18 Eimer (2
	Eimer 1	60 Maß
2)	Maß 8	20 kr. (2
	kr. 60	1 fl.
	2) 4	13
	2	9

2	117		$58\frac{1}{2}$ fl.
	2		
	10		
	17		
	2		
	16		
	$\frac{1}{2}$		

Das oben berechnete Beyspiel wird nun bey der Probe auf folgende Art umgekehrt, und gelesen: Wenn 18 Eimer Bier auf $58\frac{1}{2}$ fl. kommen; was gelten 8 Maß?

	kr. ?	8 Maß (2	
	Maß 60	1 Eimer	
		1	
9)	Eimer 18	$58\frac{1}{2}$ fl.	
	fl. 1	60 kr.	
2)	2	117 (9	
2)	2	13	
		4 (2	
		2	
		20 kr.	

Aufgaben zur Übung.

1) Wenn 2 Maß Bier 8 kr. kosten; was kosten 3 Maß? — Ant. 12 kr.

2) Wenn 3 Paar Stiefeln mit 21 fl. bezahlt werden; was gelten 6 solche Paar? — Ant. 42 fl.

3) Wenn man um 3 Batzen 12 Eyer bekömmt; wie viel bekömmt man um 6 Batzen? — Ant. 24 Eyer.

4) Wenn man um 4 fl. 14 ℔. Flachs kauft; wie viel bekömmt man um 24 fl.? — Ant. 84 ℔.

5) Wenn man um 12 kr. 24 Äpfel kauft; wie viel bekömmt man um 3 kr.? — Ant. 6 Äpfel.

6) Wenn 12 Kiele 9 kr. gelten; was kosten 36? — Ant. 27 kr.

7) Wenn für 20 Klafter Holz 30 Thlr. bezahlt werden; wie viel wird man für 24 Thlr. bekommen? — Ant. 16 Klafter.

8) Wie hoch kommen 65 Mastochsen, wenn der Metzger das Paar um 144 fl. kauft? — Ant. 4680 fl.

9) Mit 4 Pferden kann man 96 Zentner führen; wie viele Zentner kann man mit 8 Pferden führen? — Ant. 192 Zentner.

10) Wenn man in 2 Jahren 247 fl. Einkünfte hat; wie viel erhält man in 6 Jahren? — Ant. 741 fl.

11) Wenn 6 Personen 216 ℔. Brod brauchen; wie viel brauchen 12 Personen zur namlichen Zeit? — Ant. 432 ℔.

12) Wenn auf 3 Arbeiter 5 Maß Bier gerechnet werden; wie viel muß man auf 12 Arbeiter zur nämlichen Zeit rechnen? — Ant. 20 Maß Bier.

13) 400 Schwanenkiele sind um 7 fl. verkauft worden; was hätte man damals aus 1600 lösen können? — Ant. 28 fl.

14) Ein Baum ist 46 Ellen hoch. An diesem kriecht ein Schneck täglich 2 Ellen hinauf; in wie viel Tagen wird er an den Gipfel des Baumes kommen? — Ant. In 23 Tagen.

15) Aus 12 ℔. Unschlitt können 100 Kerzen gegossen werden; wie viel hat man Unschlitt zu einer Lieferung von 6840 solcher Kerzen nöthig? — Ant. $820\frac{4}{5}$ ℔.

16) Ein Bauer dingt einen Knecht um 24 fl. Jahrlohn. Nun ist der Knecht nur 13 Wochen im Dienste geblieben; wie viel ist der Bauer dem Knechte seinem bedingten Lohne nach schuldig? — Ant. 6 fl.

17) Eine Hausmutter dingt eine Dirne um 12 fl. Jahrlohn, und 8 Ellen flächserne, und 12 Ellen rufige Leinwand. Nun ist die Magd nur 39 Wochen im Dienste geblieben; wie viel Geld, und wie viel flächserne und rufige Leinwand ist die Hausmutter der Dirne ihrem bedingten Lohne nach schuldig? — Ant. 9 fl. an Geld, 6 Ellen flächserne, und 9 Ellen rufige Leinwand.

18) Es hat einer jährlich 73 fl.; wie hoch kömmt er alle Tage? — Ant. 12 kr.

19) Ein Wirth hat aus 3 Eimer Bier 12 fl. gelöfet; wie theuer hat er die Maß ausgeschenkt? — Ant. 4 kr.

20) Ein armer Reisender bekam in einer Reichsstadt die Anweisung zum Empfang eines $\frac{5}{9}$ Rthlrs.; was mußte ihm beym Almosenamte bezahlt werden? — Ant. 50 kr.

21) Eine Tonne Häringe hält 1140 Fische, und kosten $28\frac{1}{2}$ fl.; wie hoch kömmt einer? — Ant. 6 pf.

22) 1 ℔. Karpfen um $12\frac{1}{2}$ kr.; was kostet $1\frac{1}{2}$ Zentner? — Ant. 31 fl. 15 kr.

23) 10 rheinische Maß Milch sollen nur 4 Loth Milchzucker geben; wie viel wird man zu einem Zentner solchen Zuckers Milch brauchen? — Ant. 8000 Maß.

24) Auf 1 baierisches ℔. gehen 20 Konventionsthaler; was hält einer am Gewichte? — Ant. 1 Loth $2\frac{2}{5}$ Quintel.

25) Ein Handelsmann giebt 2 Loth Zucker um 3 kr. her; wie viele Reichsthaler löfet er aus 36 Zentner? — Ant. 1920 Reichsthlr.

26) Aus der heiligen Schrift weiß man, daß der ägyptische Joseph von seinen Brüdern um 20 Silberlinge verkauft wurde; was macht dieß in unserm Gelde, da 1 Silberling 4 attische Drachmen, und 1 Drachme 18 kr. unsers Geldes enthält? — Ant. 24 fl.

27) Für 3 Fuder Wein sind 864 fl. bezahlt worden; auf wie viele kr. ist die Maß zu stehen gekommen? — Ant. 24 kr.

28) Was kosten 8 Ballen Papier, wenn 4 Bogen für 3 kr. bezahlt werden? — Ant. 480 fl.

29) Für 3 pf. kauft man 5 Äpfel; wie viel kauft man für 1 fl.? — Ant. 400 Äpfel.

30) 4 Loth um 5 Landmünzen; wie viele fl. betragen 45 Zentner? — Ant. 7500 fl.

31) Wie viele fl. machen 7800 Livres nach baierischem Gelde, da ein Livre $27\frac{1}{2}$ kr. macht? — Ant. 3575 fl.

32) Der baierische Zentner ist um 15 ℔. schwerer, als der schwäbische; wie viele schwäbische Zentner machen also 15 baierische? — Ant. $17\frac{1}{4}$ Zt., das ist, 17 Zent. 25 ℔.

33) Item: $17\frac{1}{4}$ schwäbische Zentner, wie viel machen sie baierische Zentner? — Ant. 15 baierische Zentner.

34) Einer kauft zu Augsburg die kurze oder schwäbische Elle fein Tuch um 2 fl. 15 kr.; wie kömmt die lange oder baierische Elle, wenn 12 baierische 17 schwäbische oder kurze Ellen ausmachen? — Ant. 3 fl. $11\frac{1}{4}$ kr.

35) Einer kauft in Baiern die lange oder baierische Elle fein Tuch um 3 fl. $11\frac{1}{4}$ kr.; wie kömmt die kurze oder schwäbische Elle, wenn 17 schwäbische oder kurze Ellen 12 baierische oder lange Ellen ausmachen? — Ant. 2 fl. 15 kr.

36) Einer bezahlt in Nürnberg das ℔. um 1 fl. 39 kr.; wie kömmt das Leipziger Pfund, wenn 10 ℔. zu Nürnberg 11 ℔. zu Leipzig machen? — Ant. 1 fl. 30 kr.

37) Es sollen 2000 Rthlr. mit Dukaten zu 5 fl. 20 kr. bezahlt werden; wie viele Dukaten braucht man dazu? — Ant. $562\frac{1}{2}$ Dukaten.

38) Was kostet 1 Quintchen, wenn der Zentner 240 Dukaten gilt? — Ant. 6 kr.

39) Es hat einer $1237\frac{1}{2}$ Dukat., und will dafür Mard'or zu 7 fl. 20 kr. einwechseln; wie viel muß er dafür bekommen? — Ant. 900 Mard'or.

40) Einer sollte 1220 fl. 24 kr. zahlen, hat aber kein anderes Geld, als Kronenthaler, welche 2 fl. 42 kr. gelten; wie viele Stücke muß er schießen? — Ant. 452 Kronenthaler.

41) Einer hat mit 456 Frankfurterthalern eine Schuld von 1276 fl. 48 kr. bezahlt; wie hoch ist ein Frankfurterthaler angenommen worden? — Ant. 2 fl. 48 kr.

42) Um 1 pf. kauft man 5 Zwetschken; wie viele Zwetschken bekömmt man für 2 fl. 13 kr. 2 pf.? — Ant. 2670 Zwetschken.

43) Um 7 kr. kauft man 1 ℔. Bley; wie viele ℔. bekömmt man für 7 fl. 21 kr.? — Ant. 63 ℔.

44) Eine Schafheerde von 140 Stücken wird so verkauft, daß je fünf und fünf 13 fl. 45 kr. gelten sollen; was beträgt sie? — Ant. 385 fl.

45) Eine Fabrike hat 1684 ℔. Flachs vorräthig; was beträgt das Spinnerlohn davon, wenn sie für das ℔. 21 kr. 2 pf. giebt? — Ant. 603 fl. 26 kr.

46) Ein Darleiher bekömmt für den Gulden 9 kr. 3 pf. Nun hat er für sein hergeliehenes Geld 59 fl. 57 kr. 3 pf. einzunehmen; wie viel hat er Geld hergeliehen? — Ant. 369 fl.

47) Wenn ein Laib Brod 4 ℔. schwer seyn soll, wenn der Roggenpreis 12 fl. ist, wie schwer soll er seyn, wenn das Schäffel Roggen 8 fl. gilt? — Ant. 6 ℔.

48) Jemand bringt Garn zum Weber, und verlangt von ihm zu wissen, wie viele Ellen es laufen werde. Die Antwort war: 140 Ellen, wenn die Leinwand $\frac{1}{2}$ Elle breit werden darf. Der Eigenthümer will aber $\frac{5}{6}$ Breite; wie viel wird es dann Ellen abgeben? — Ant. 84 Ellen.

49) Wie viel Mann können 10 Monate mit dem Proviante auskommen, welches für 1000 Mann 6 Monate erflecklich ist? — Ant. 600 Mann.

50) Wie viel Mann können in 15 Tagen so viel arbeiten, als 8 Mann in $18\frac{3}{4}$ Tagen? — Ant. 10 Mann.

51) Wie viel Mann können in $18\frac{3}{4}$ Tagen so viel verdienen, als 50 Mann in 24 Tagen? — Ant. 64 Mann.

52) 6 Mühlen haben eine Menge Mehl in 24 Stunden gemahlen; wie viele Mühlen müßte man brauchen, um das nämliche Mehl in 18 Stunden zu mahlen? — Ant. 8 Mühlen.

53) Ein Soldat sollte 12 mal durch 300 Mann Spitzruthen laufen. Es konnten aber nur 120 Mann ausrucken; wie oft mußte er durch diese Mannschaft laufen, daß seine Strafe erfüllt wurde? — Ant. 30mal.

54) Ein Soldat sollte 8mal durch 300 Mann Spitzruthen laufen. Er lief aber 20mal, und bekam seine bestimmten Hiebe richtig; durch wie viel Mann ist es geschehen? — Ant. 120 Mann.

55) Eine Wiese giebt 18 Pferden auf 7 Wochen Futter; wie lange können 42 Pferde darauf ernährt werden? Ant. 3 Wochen.

56) Ein Freund leiht mir auf 2 Monate 50 fl.; wie viel muß ich ihm bey Gelegenheit auf 3 Monate leihen, damit sich der Zins gegen einander hebe? — Ant. 33 fl. 20 kr.

57) Wenn 100 fl. Kapital in 12 Monaten 6 fl. Interesse geben; wie viel geben 1200 fl. Kapital in 8 Monaten? — Ant. 48 fl. Interesse.

58) Wenn 3 Mann in einem Tage 2 Klafter Holz spalten; wie lange haben 15 Mann an 30 Klafter zu spalten? — Ant. 3 Tage.

59) Wenn 6 Weiber in 15 Tagen 45 Schneller spinnen; wie viel werden 8 solche Weiber in 20 Tagen spinnen? — Ant. 80 Schneller.

60) Wenn 60 Mann einen Graben in 30 Tagen zu Stande bringen, wie viele solche Männer können ihn in 4 Tagen vollenden? — Ant. 450 Mann.

61) Wenn mit 2 Pflügen in 6 Tagen 12 Jaucherte Acker umgepflügt werden; wie viel kann man mit 8 Pflügen in 24 Tagen umackern? — Ant. 192 Jaucherte.

62) Wenn 6 Ochsen in 8 Wochen 24 Zentner Heu brauchen; wie viel werden 24 Ochsen in 15 Wochen brauchen? Ant. 180 Zentner.

63) Wenn man 48 fl. für 48 Ochsen zahlen muß, um sie 10 Tage lang zu füttern; wie viele Ochsen kann man für 72 fl. 6 Tage lang füttern? — Ant. 120 Ochsen.

64) Wenn ein Gang in einer Mühle binnen 1 Tage 12 Schäffel mahlt; wie viel wird eine Mühle, die aus 18 Gängen besteht, in einem Jahre Mehl liefern? — Ant. 78840 Schäffel.

65) Wenn 8 gleich dick brennende Kerzen in 5 Stunden $2\frac{1}{4}$ ℔. Wachs verzehren; wie viel Wachs wird zu Grunde gehen, wenn 20 solche Kerzen 9 Stunden fortbrennen? — Ant. $10\frac{1}{8}$ ℔.

66) Wenn man zu einem Kleide 5 Ellen Tuch, welches 2 Ellen breit ist, braucht; wie viel braucht man Unterfutter, wenn der Zeug nur $\frac{1}{2}$ Elle breit ist? — Ant. 20 Ellen.

67) Wenn man von 18 ℔. Garn $40\frac{1}{2}$ Ellen 5 Viertel breite Leinwand weben kann; wie viel Garn braucht man zu $85\frac{1}{2}$ Ellen 10 Viertel breite Leinwand? — Ant. 76 ℔.

68) Ein Wirth hat für 8 Pferde 12 Tage lang 6 Schäffel Haber gebraucht; wie viel brauchte er für 24 Pferde 3 Wochen lang? — Ant. $31\frac{1}{2}$ Schäffel.

69) Ein Fuhrmann wird gedinget, 26 Klafter Holz für $37\frac{1}{2}$ Thaler 15 Meilen zu führen; wie weit soll er 8 Klafter für 10 Thaler führen? — Antwort 13 Meilen.

70) 3 Mähder mähen ein Stück Wiesmath, so 16 Ruthen hält, in 3 Tagen ab; in wie viel Tagen werden 4 Mähder eine andere Wiese, so 36 Ruthen hält, abmähen? — Ant. In $5\frac{1}{16}$ Tagen.

71) 3 Arbeiter können innerhalb 9 Tagen einen Graben von 36 Ruthen aufwerfen; wie weit werden 5 Arbeiter in 3 Tagen kommen? — Ant. Bis 20 Ruthen.

72) 10 Schnitter schneiden in 5 Tagen 30 Jaucherte; wenn nun 25 gedungen werden, wie bald werden sie mit 40 Jaucherten fertig seyn? — Ant. In $2\frac{2}{3}$ Tagen.

73) 4 Holzschläger haben innerhalb 6 Tagen 18 Eichen zu Klafterholz geschlagen; wie viele Zeit wird erfordert, noch 96 Stück dergleichen Eichen mit 16 Holzschlägern zu Klafterholz schlagen zu lassen? — Ant. 8 Tage.

74) Wie viele Gulden Lohn gebührt 20 Arbeitern, welche 15 Wochen, und täglich 6 Stunden arbeiten, wenn 36 Arbeitern für 4 Wochen täglich 8 Stunden 640 fl. gebühren? — Ant. 1000 fl.

75) Ein Acker ist 315 Schuh lang, 128 Schuh breit, und hat 280 fl. gekostet; wie viel ist ein anderer Acker werth, der 245 Schuh lang, und 96 Schuh breit ist? — Ant. 163 fl. 20 kr.

76) Ein Stück Landes, das 240 Schuh lang, und 55 Schuh breit ist, erfordert, um es mit Fichten-Samen zu besäen, $8\frac{1}{4}$ Metzen; wie viel kann auf ein Stück Landes gesäet werden, das 40 Schuh lang, und eben so viel breit ist? — Ant. 1 Metzen.

77) 2 Pferde können in 3 Tagen ein Feld umackern, das $87\frac{1}{2}$ Ruthen lang, und 12 Ruthen breit ist. Wenn man nun mit 6 Pferden an einem Felde, das 90 Ruthen lang ist, $3\frac{3}{4}$ Tage ackert; wie weit wird man nach der Breite hinein kommen? — Ant. $43\frac{3}{4}$ Ruthen breit.

78) Ein Zimmer, das 46 Schuh lang, und 20 Schuh breit ist, soll mit Brettern, wovon jedes $11\frac{1}{2}$ Schuh lang, und $1\frac{1}{2}$ Schuh breit ist, belegt werden; wie viel wird man dazu brauchen? — Ant. $53\frac{1}{3}$ Bretter.

79) Wie viele Bohlen braucht man zu einem Fußboden, der 24 Fuß lang und 18 Fuß breit ist; wenn man zu einem Fußboden, der 12 Fuß lang, und

12 Fuß breit ist, 10 Bohlen braucht? — Antwort 30 Bohlen.

80) Wie viele Fuder Steine braucht man zu einem Pflaster, das 60 Fuß lang, und 24 Fuß breit ist; wenn man zu einem Pflaster, das 24 Fuß lang, und 24 Fuß breit ist, 16 Fuder braucht? — Ant. 40 Fuder.

81) Wie viele Ziegel braucht man zu einem Dache, welches 48 Fuß in der Länge, und 28 Fuß in der Schräge hat; wenn man zu einem Dache, das in der Länge 40 Fuß, in der Schräge 24 Fuß beträgt, 8000 Ziegel braucht? — Ant. 11200 Ziegel.

82) Wie viele Mäßlein Kalk werden zu Übertünchung einer Wand, die 60 Fuß lang, und 10 Fuß hoch ist, erfordert; wenn zu einer Wand, die 10 Fuß hoch, und 10 Fuß breit ist, 3 Mäßlein erfordert werden? — Ant. 18 Mäßlein.

83) Wie viele Weizengarben stehen auf einem Acker, der 4860 Schuh lang, und 348 Schuh breit ist; da auf einem viereckigten Platze desselben, der 48 Schuh lang, und 32 Schuh breit ist, 18 Garben gebunden werden? — Ant. $19819\frac{1}{1}\frac{1}{6}$ Garben.

84) Wie viel Steuer muß ein Bauer für einen Acker geben, der 160 Morgen lang, und 95 Morgen breit ist; da man von einem Acker, der 20 Morgen lang, und 20 breit ist, 2 fl. 24 kr. giebt? — Ant. 91 fl. 12 kr.

85) Wie viele Stücke Leinwand von 30 Ellen lang, und 1 Elle breit machen 10 Weber in eben der Zeit, in welcher 12 Weber 6 Stück Leinwand von 20 Ellen lang, und $1\frac{1}{2}$ Ellen breit verfertigen? — Ant. 5 Stück Leinwand.

86) Ein Steinhauer verdient sich täglich 32 kr. und ein Zimmermann 28 kr.; in wie viel Tagen können 35 Steinhauer so viel verdienen, als 30 Zimmerleute in 40 Tagen? — Ant. In 30 Tagen.

87) Ein Schuhmacher verdient sich in einer Woche 1 fl. 30 kr.; ein Schneider 28 kr.; in wie viel Wochen können 20 Schuster so viel verdienen, als 50 Schneider in 30 Wochen? — Ant. In $23\frac{1}{3}$ Wochen.

88) Wenn 6 Stämme Holz, derer jeder 10 Schuh lang, 3 Schuh breit, und 2 Schuh dick ist, 6 fl. kosten; was gelten 10 Stämme, jeder 9 Schuh lang, 4 Schuh breit, und 3 Schuh dick? — Ant. 18 fl.

89) Wenn ein Weiher $133\frac{1}{3}$ Schuh breit, und $6\frac{1}{2}$ Schuh tief ist; wie lang muß er seyn, wenn er $4\frac{1}{2}$ mal so viel Wasser halten soll, als ein anderer Weiher, der 200 Schuh lang, 78 Schuh breit, und $5\frac{5}{8}$ Schuh tief ist? — Ant. $455\frac{5}{8}$ Schuh lang.

90) Ein Faß, welches 4 Schuh lang ist, dessen Bodenhöhe $1\frac{1}{2}$ Schuh, und die Spundhöhe $1\frac{3}{4}$ Schuh beträgt, faßt 15 Eimer; wie viel wird ein anderes Faß in sich halten, welches 5 Fuß lang ist, dessen Bodenhöhe 2 Fuß, und die Spundhöhe $2\frac{1}{2}$ Fuß mißt? — Ant. $35\frac{5}{7}$ Eimer.

91) Es wird mit einem Maurer ein Gedinge gemacht, für eine Mauer, die 12 Schuh lang, 6 Schuh breit, und 9 Schuh hoch ist, 9 Thaler zu geben, um solche aufzumauern. Nun soll ein Thiergarten gebauet werden, dessen Umfang in der Länge 880 Ruthen betragen soll. Wenn nun diese Mauer 3 Schuh dick, und 9 Schuh hoch seyn soll; was wird die ganze Mauer-Arbeit nach vorigem Gedinge betragen? — Antwort 3960 Thaler.

92) Es soll ein Kamin von Ziegelsteinen gemacht werden, 36 Schuh hoch, und außen 10 Schuh im Umfange. Wenn nun die Steine 1 Schuh lang, und 6 Zoll breit sind, und man sie aufrecht stellen will, wie viele Stücke wird man dazu nöthig haben? — Ant. 720 Stück.

93) Ein Heustock ist 17 Schuh hoch, 18 Schuh lang, und 12 Schuh breit; wie viel sind es Klaftern, wenn für 1 Klafter ein Stock 6 Schuh hoch, 6 Schuh lang, und 6 Schuh breit seyn soll? — Antwort 17 Klafter.

94) Ein Getreidkasten, welcher 48 Schuh lang, und 30 Schuh breit ist, faßt 120 Schäffel Korn, wenn es 9 Zoll hoch gelegt werden darf. Wie hoch müssen auf einem andern Getreidkasten 80 Schäffel aufgeschüttet werden, der nur 36 Schuh lang und 20 Schuh breit ist? — Ant. 1 Schuh hoch.

95) Zu einer Mauer, welche 160 Fuß lang, 12 hoch, und $2\frac{1}{2}$ dick war, brauchte man, um die Ziegel herzuliefern, mit 3 Wägen, jeder zu 224 Steine, 15 Tage, da doch der Ziegelofen nur 1 Stunde entfernt war. Nun sollte in einer Entfernung von 3 Stunden eine andere Mauer aufgeführt werden, von 200 Schuh Länge, 15 Schuh Höhe, und 3 Schuh Dicke; wie lange werden 5 Wägen zu thun haben, wenn jeder wegen schlechter Strasse nur 180 Ziegel aufladen kann? — Ant. 63 Tage.

96) Jemand bemerkte genau an seiner Taschen-Uhr, daß sie täglich um $\frac{7}{24}$ Stund zu früh gehe; wie lange würde diese Uhr brauchen, bis sie ungeahndet ihren Fehler wieder gut machte? — Ant. $41\frac{1}{7}$ Tag.

97) Ein Geschwindschreiber ist im Stande, eine gedruckte Seite von 18 Zeilen, die Zeile gegen 64 Buchstaben von Zeit einer halben Viertelstunde in lesbare Handschrift zu übertragen; wie viele Tage wird er zu einem Buche von 536 Seiten brauchen, wenn jede Seite 26 Zeilen, und die Zeile gegen 88 Buchstaben hat, im Fall er des Tags $10\frac{1}{2}$ volle Stunden schreibet? — Ant. $12\frac{5}{7}\frac{0}{5}\frac{9}{6}$ Tage.

98) In einer Stadt befinden sich 1555 Häuser. Man darf rechnen, daß jedes Haus, im Durchschnitte genommen, 4 Wohnungen, das ist, 4 Herdstätte in sich begreife, was erträgt die Herdsteuer dieser Stadt in 15 Jahren, wenn sie jedes Jahr 2mal zu 26 kr. eingebracht wird? — Ant. 80860 fl.

99) Ein Eilbothe macht eine Reise von 18 Tagen, und hinterlegt jeden Tag $7\frac{1}{2}$ Meile; wie viel verdient er sich, da er für die Meile 14 kr. bekömmt, und was bleibt ihm, wenn er jeden Tag 32 kr. verzehret? — Ant. Sein Verdienst ist $31\frac{1}{2}$ fl., die Zehrung macht $9\frac{3}{5}$ fl. und das, was ihm noch bleibt, beträgt 21 fl. 54 kr.

100) Ein Springbrunnen hat 5 gleich große Röhrchen. Aus einem derselben laufen in 2 Minuten 5 Maß. Wie lange werden alle 5 zu springen haben, bis das untere Behältniß, welches 400 Kubikschuh faßt, ganz voll wird, da ungefähr 24 Maß einen Kubikschuh ausfüllen? — Ant. $12\frac{4}{5}$ Stund.

Zwanzigster Abschnitt.

Von der Gesellschaftsrechnung.

Die Gesellschaftsrechnung lehret, wie Gewinn oder Verlust unter mehrere Personen nach dem Verhältnisse ihres Beytrages vertheilt werden soll. Man bedient sich ihrer im Handel, bey Vertheilung der Steuern, bey gemeinschaftlichen Einkäufen, Vergantungen, Erbvertheilungen u. s. w. Z. B. Fritz und Karl kauften sich mit einander Papier. Karl gab 4 kr. her und Fritz 8 kr. Sie erhielten dafür gerade ein Buch; wie viel erhält nun jeder seinem Beytrage gemäß. Da Fritz noch einmal so viele Kreuzer als Karl hergab; so muß er auch natürlich noch einmal so viel bekommen. Man findet aber eines jeden Antheil richtig, wenn man nach folgenden Regeln verfährt: 1) Die zusammengelegten Gelder werden vorher addirt, und dann 2) die Regel Detri so oft wiederhohlt, als Personen Antheil nehmen. Demnach sagt man hier: Um 12 kr. (die Summe des zusammengelegten Geldes) bekam man 24 Bogen; wie viel erhält Karl um 4 kr. Die Antwort ist 8 Bogen. Nun heißt es noch: Um 12 kr. bekömmt man 24 Bogen; wie viel bekömmt Fritz für

3 kr? Antwort 16 Bogen. Das Nämliche findet man aber auch, wenn man sich der Kettenregel bedient, und also fragt: Wie viele Bogen erhält Karl für 4 kr.; wenn man für 12 kr. 24 Bogen erhält? Dann wieder: Wie viele Bogen bekömmt Fritz um 8 kr.; wenn man um 12 kr. 24 Bogen bekömmt? 3) Zahlt man die gefundenen Antheile zusammen; so muß die Summe derselben dem Ganzen gleich seyn. Ist dieses, so hat man richtig gerechnet. Und dieses ist in unserer Aufgabe auch der Fall; denn Karls Antheil, die 8 Bogen, und Fritzens Antheil, die 16 Bogen, geben zusammen gerade 24 Bogen oder das Ganze; folglich ist die Rechnung richtig. Nun noch einige Beyspiele:

Drey Kaufleute schießen Geld zusammen: A. giebt 4500 fl., B. 6400 fl. und C. 4100 fl. Sie gewinnen damit 1050 fl.; was trifft jeden nach Verhältniß seiner Einlage?

Der Zuschuß des A. = 4500 fl.
des B. = 6400 =
des C. = 4100 =

Die Einlags-Summe 15000 fl. gewinnt 1050 fl.; was gewinnt A. mit seinen 4500 fl.? u. s. w. als:

A.			B.		
Gew. fl.?	4500 fl. Kl.		Gew. fl.?	6400 fl. Kl.	
Einl. fl. 15000	1050 fl. G.		Einl. fl. 15000	1050 fl. G.	
	3			21	
	315 fl. Gw.			7	
				448 fl. Gw.	

C.

Gew. fl.?	4100 fl. El.
Einl. fl. 15000	1050 fl. G.
3	21
	7
	287 fl. Gw.

Probe.

A. gewinnt	315 fl.
B. gewinnt	448 =
C. gewinnt	287 =
Das Ganze	1050 fl.

Peter stirbt, und ist schuldig 1) dem Bäcker 30 fl.; 2) dem Metzger 200 fl.; 3) dem Wirth 50 fl.; 4) dem Schneider 100 fl.; und 5) dem Schuhmacher 40 fl. Seine Verlassenschaft aber beträgt nicht mehr, als 60 fl.; wie viel wird nun jeder dieser 5 Gläubiger verlieren? Da die Forderungen der Gläubiger nicht gleich groß, sondern verschieden sind; so kann auch der Verlust derselben nicht gleich groß seyn; derjenige, welcher mehr zu fordern hat, muß folglich auch mehr verlieren, als der, welcher weniger zu fordern hat. Die Rechnung ist nun folgende:

1)	dem Bäcker	30 fl.
2)	dem Metzger	200 =
3)	dem Wirth	50 =
4)	dem Schneider	100 =
5)	dem Schuhm.	40 =
	Schulden-Summe	420 fl.
	Betrag des Vermögens	60 =
	Verlust aller	360 fl.

1) der Bäcker.

Verl. fl.?	30 fl.
fl. 420	360 fl. Verl.
7	5
7	$\frac{180}{7} = 25\frac{5}{7}$ fl.

2) der Metzger.

Verl. fl.?	200 fl.
fl. 420	360 fl. Verl.
7	6
7	$\frac{1200}{7} = 171\frac{3}{7}$ fl.

3) der Wirth.

Verl. fl.? | 50 fl.
fl. 420 | 360 fl. Verl.
7 | 6

7 | $\frac{300}{7}$ = $42\frac{6}{7}$ fl.

4) der Schneider.

Verl. fl.? | 100 fl.
fl. 420 | 360 fl. Verl.
7 | 6

7 | $\frac{600}{7}$ = $85\frac{5}{7}$ fl.

5) der Schuhmacher.

Verl. fl.? | 40 fl.
fl. 420 | 360 fl. Verl.
7 | 6

7 | $\frac{240}{7}$ = $34\frac{2}{7}$ fl.

Da man nun weiß, wie viel ein jeder der 5 Gläubiger verlieren muß; so läßt sich jetzt leicht finden, wie viel jeder nur von dem noch vorhandenen Vermögen erhalten werde. Man subtrahirt nämlich den Verlust eines jeden einzelnen von seiner Forderung, als: Es hatten zu fordern:

der Bäcker	30 fl.	verliert	$25\frac{5}{7}$ fl.	erhält also	$4\frac{2}{7}$ fl.
der Metzger	200 =	—	$171\frac{3}{7}$ =	— —	$28\frac{4}{7}$ =
der Wirth	50 =	—	$42\frac{6}{7}$ =	— —	$7\frac{1}{7}$ =
der Schneid.	100 =	—	$85\frac{5}{7}$ =	— —	$14\frac{2}{7}$ =
der Schuhm.	40 =	—	$34\frac{2}{7}$ =	— —	$5\frac{5}{7}$ =
Probe	420 fl.	Verlust	360 fl.	erhalten	60 fl.

4) Ist die Einlage auf eine gewisse Zeit geschehen; so muß man die Einlage eines jeden mit seiner Zeit zuerst multipliziren, die Produkte addiren, und alsdann nach der vorigen Weise verfahren. Z. B. Drey Kaufleute legen Geld zusammen. A. giebt 6000 fl. auf 3 Jahre, B. 4000 fl. auf 4 Jahre und C. 2000 fl.

auf 8 Jahre. Sie gewannen 5760 fl.; was trifft jeden? Hier muß eines jeden Einlage zuerst mit den Jahren multiplizirt werden, weil Einlage und Zeit mit einander den Gewinn bestimmen, als: Der Zuschuß

des A. ist 6000 fl. × 3 J. = 18000 fl.
des B. ist 4000 fl. × 4 J. = 16000 =
des C. ist 2000 fl. × 8 J. = 16000 =

50000 fl.

A.		B.	
G. fl. ?	18000 fl. E.	G. fl. ?	16000 fl. E.
E. fl. 50000	5760 fl. G.	E. fl. 50000	5760 fl. G.
5 | $\frac{10368}{5}$ =		5 | $\frac{9216}{5}$ =	
$2073\frac{3}{5}$ fl.		$1843\frac{1}{5}$ fl.	

C. bekömmt so viel als B., weil ihre Produkte gleich sind.

Probe.

A. erhält $2073\frac{3}{5}$ fl.
B. — $1843\frac{1}{5}$ =
C. — $1843\frac{1}{5}$ =

Das Ganze 5760 fl.

Drey Metzger miethen eine Weide. A. läßt 350 Stück 10 Wochen, B. 700 Stück 7 Wochen und C. 225 Stück 16 Wochen weiden; sie bezahlen Hirten 15 fl. und für den Weideplatz 45 fl. im zen also 60 fl.; wie viel muß demnach jeder bezahlen

A. 350 Stück	× 10 W. =	3500	dem Hirten 15 fl.	
B. 700 Stück	× 7 W. =	4900	f. d. Weide 45 fl.	
C. 225 Stück	× 16 W. =	3600	Auslage 60 fl.	
		12000 Stück.		

A.

A. fl. ? | 3500 St.
St. 12000 | 60 fl. A.
2 |
2 | $\frac{35}{2}$ = 17$\frac{1}{2}$ fl.

B.

A. fl. ? | 4900 St.
St. 12000 | 60 fl. A.
2 |
2 | $\frac{49}{2}$ = 24$\frac{1}{2}$ fl.

C.

A. fl. ? | 3600 St.
St. 12000 | 60 fl. A.
3 |
18 fl.

Bezahlen muß

A. 17$\frac{1}{2}$ fl.
B. 24$\frac{1}{2}$ =
C. 18 =

Probe 60 fl.

Bayerische Staatsbibliothek München

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Holzapfel, Johann Nep.,

Anleitung zur Rechenkunst für Schulen und Lehrer im Königreich Baiern

München 1814
Math.p. 225 r
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082062-1